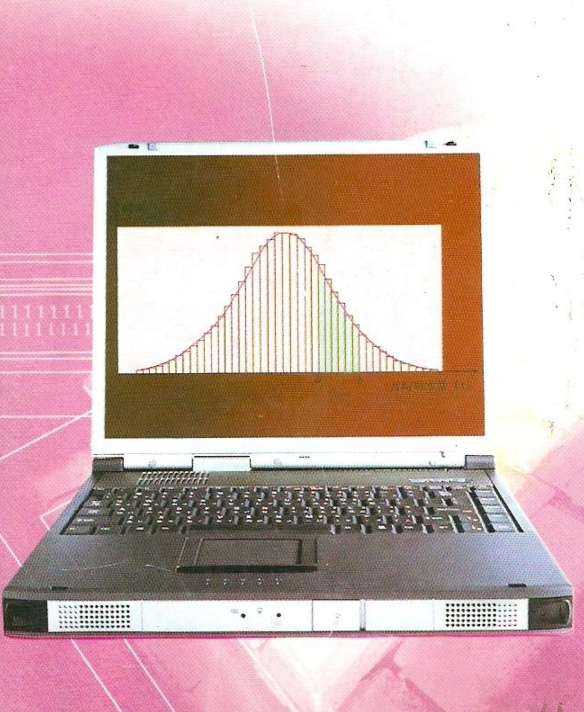
2004 - يىلى مەملىكەتلىك ئوتتۇرا، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇتۇش ماتېرىياللىرىنى
تەكشۈرۈپ بېكىتىش كومىتېتىنىڭ دەسلەپكى تەكشۈرۈشىدىن ئۆتكەن

ئادەتتىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ دەرس ئۆلچىمى تەجرىبە دەرسلىكى

ماتېماتىكا 3

زۆرۈر دەرسلىك



شىنجاڭ مائارىپ نەشرىياتى

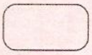
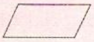
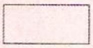
译　　者：雪克来提•阿
复　　审：米尔夏提•力，热米拉•阿，古丽仙•阿
责任编辑：热夏提•帕
责任校对：阿孜古丽•艾

普通高中课程标准实验教科书
数学 3
必修
A 版
人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著
(维吾尔文)
*
شىنجاڭ مائارىپ نەشرىياتى تەرجىمە ۋە نەشر قىلدى
http://www.xjjycbs.com
شىنجاڭ شىنخۇا كىتابخانىسى تارقاتتى
شىنجاڭ بايى باسما زاۋۇتى باستى
شىنجاڭ مائارىپ نەشرىياتى كومپيۇتېر مەركىزى تىزدى
*
فورماتى: 1240 × 890، 1/16؛ باسما تاۋىقى: 11.5
2008 - يىل 6 - ئاي 1 - نەشرى
2008 - يىل 12 - ئاي 2 - بېسىلىشى
تىراژى: 1 — 13 319
ISBN 978 — 7 — 5370 — 6733 — 1
باھاسى: 10.90 يۈەن

نەشر ھوقۇقى بىزدە، باشقىلارنىڭ كۆپەيتىپ بېسىشىغا بولمايدۇ.
بېسىش - تۈپلەش سۈپىتىدە مەسىلە كۆرۈلسە ئالماشتۇرۇپ بېرىلىدۇ.

ئادرېس: ئۈرۈمچى شەھىرى غالىبىيەت يولى 187 - نومۇر
پوچتا نومۇرى: 830049 ؛ تېلېفون نومۇرى: 2870654 ، 2863761 (0991)

بۇ كىتابتىكى قىسمەن ماتېماتىكىلىق بەلگىلەر

	باشلاش ـ ئاخىرلاشتۇرۇش رامكىسى
	كىرگۈزۈش ـ چىقىرىش رامكىسى
	بىر تەرەپ قىلىش رامكىسى (ئىجرا قىلىش رامكىسى)
	ھۆكۈم قىلىش رامكىسى
s	ئۆلچەملىك ئايرىما
s^2	كۋادراتلىق ئايرىما
$f_n(A)$	A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى
$P(A)$	A ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى

مۇندەرىجە

1 ـ باب. ئالگورىزم ھەققىدە دەسلەپكى بىلىم 1

1ـ1. ئالگورىزم ۋە پروگراما سخېمىسى 2

1ـ2. ئاساسىي ئالگورىزم جۈملىلىرى 22

1ـ3. ئالگورىزمغا دائىر ئۆرنەك مىساللار 36

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى 50

خۇلاسە 55

تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مىساللىرى 56

2 ـ باب. ستاتىستىكا 59

2ـ1. تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش 60

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە بىر مەشھۇر مىسال 61

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە ئېلاندىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ
ئىشەنچلىكلىكى 66

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە سەزگۈر مەسىلىلەردە سەمىمىي ئىنكاسقا
قانداق ئېرىشىش كېرەك 70

2ـ2. ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەش 74

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە ئىشلەپچىقىرىش جەريانىدىكى سۈپەت
كونترول دىئاگراممىسى 92

2ـ3. ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش
(كوررېلاتسىيە) مۇناسىۋىتى 97
ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈك ـ
ئاجىزلىقى 107
پراكتىكا تاپشۇرۇقى 112
خۇلاسە 114
تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مىساللىرى 116

3 ـ باب. ئېھتىماللىق 123
3ـ1. تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى 124
ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە ھاۋا رايى ئۆزگىرىشى بىلەن تونۇشۇش جەريانى
140 ....
3ـ2. كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى 145
3ـ3. گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى 157
ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە ئېھتىماللىق ۋە شىفىر 164
خۇلاسە 168
تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مىساللىرى 170

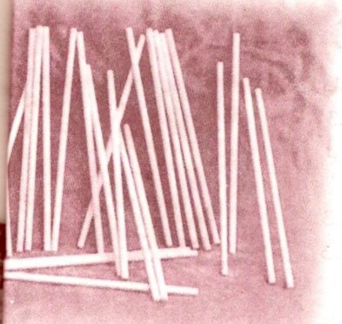
1 - باب

ئالگورىزم ھەققىدە دەسلەپكى بىلىم

1.1 ئالگورىزم ۋە پروگرامما سخېمىسى

1.2 ئاساسىي ئالگورىزم جۈملىلىرى

1.3 ئالگورىزمغا دائىر ئۆرنەك مىساللار



ئالگورىزم ماتېماتىكا ۋە ئۇنىڭ قوللىنىلىشىنىڭ مۇھىم تەركىبىي قىسمى بولۇپلا قالماي، يەنە كومپيۇتېر پىنىنىڭ مۇھىم ئاساسى ھېسابلىنىدۇ. ھازىرقى جەمئىيەتتە، كومپيۇتېر كەم بولسا بولمايدىغان قورال سۈپىتىدە، كىشىلەر تۇرمۇشىنىڭ بارلىق ساھەلىرىگە دېگۈدەك سىڭىپ كىردى، مەسىلەن، مۇزىكا ئاڭلاش، كىنو كۆرۈش، ئويۇن ئويناش، خەت يېزىش، كارتون رەسىم سىزىش، سانلىق مەلۇماتلارنى بىر تەرەپ قىلىش ۋە باشقىلار. ئۇنداق بولسا، كومپيۇتېر خىزمەت ۋەزىپىسىنى قانداق ئىجرا قىلىدۇ؟ بۇ مەسىلىنى ئايدىڭلاشتۇرۇۋېلىشتا، ئالگورىزمنى ئۆگىنىش بىر باشلىنىش ھېسابلىنىدۇ.

ماتېماتىكىنىڭ تەرەققىيات تارىخىدىن قارىغاندا، ئالگورىزم ئۇقۇمى قەدىمدىن تارتىپ بار ئىدى. مەسىلەن، غەرب ماتېماتىكىسىدا ناھايىتى بۇرۇنلا ئېۋكلىد ئالگورىزمى بارلىققا كەلگەن، جۇڭگونىڭ قەدىمكى زامان ماتېماتىكىسى تېخىمۇ مول ئالگورىزم مەزمۇنى ۋە ئىدىيىلىرىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان، چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى، چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمى قاتارلىقلارنىڭ ھەممىسى كلاسسىك ئالگورىزملاردۇر. بۇ بابتا ئالگورىزم ئۇقۇمى ۋە پروگرامما سخېمىسىنى ئۆگىنىش ئارقىلىق ئالگورىزمنىڭ ئاساسىي قۇرۇلمىسى ۋە ئاساسىي ئالگورىزم جۈملىلىرىنى چۈشىنىۋېلىپ، ناھايىتى ئەھمىيەتلىك بىر قىسىم ئالگورىزملار ۋە ئالگورىزمنىڭ ئاساسىي ئىدىيىسى ھەققىدە چۈشەنچە ھاسىل قىلىمىز، شۇنداقلا ئىبدىتلىق پىكىر يۈرگۈزۈش ۋە ئىپادىلەش قابىلىيىتىمىزنى تەرەققىي قىلدۇرۇپ، لوگىكىلىق تەپەككۇر قابىلىيىتىمىزنى ئۆستۈرىمىز.

1

جۇڭگو قەدىمكى زامان ماتېماتىكىسىغا ئالگورىزم ئىدىيىلىرى سىڭدۈرۈلگەن، ھېسابلاش چوكىسى، چوت قاتارلىقلار شۇ مەزگىللەردىكى كەڭ ئومۇملاشقان ھېسابلاش قوراللىرى ئىدى. بۈگۈنكى كۈندە ئالگورىزم كومپيۇتېر تېخنىكىسىنىڭ مۇھىم ئاساسى بولۇپ قالدى، شۇنىڭ بىلەن بىر ۋاقىتتا، كومپيۇتېرمۇ ھەر خىل ئالگورىزملارنى ئەمەلگە ئاشۇرىدىغان كۈچلۈك قورالغا ئايلاندى.

CHAPTER 1

1-1 ئالگورىزم ۋە پروگراما سخېمىسى

1-1-1 ئالگورىزم ئۇقۇمى

ئەمەلىيەتتە، ئالگورىزم بىزگە يات ئەمەس.

ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسى

$$\begin{cases} x-2y=-1, & ① \\ 2x+y=1 & ② \end{cases}$$

نىڭ يېشىمىنى تېپىش جەريانىنى ئەسلەپ ئۆتسەك، ئۇنىڭدىن تۆۋەندىكىدەك باسقۇچلارنى يىغىنچاقلاپ چىقالايمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، $2\times②+①$ دىن تۆۋەندىكىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز:

$$5x=1. \quad ③$$

ئىككىنچى باسقۇچتا، ③ نى يەشسەك $x=\frac{1}{5}$ كېلىپ چىقىدۇ.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $2\times①-②$ دىن تۆۋەندىكىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز:

$$5y=3. \quad ④$$

تۆتىنچى باسقۇچتا، ④ نى يەشسەك $y=\frac{3}{5}$ كېلىپ چىقىدۇ.

بەشىنچى باسقۇچتا، تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنىڭ يېشىمى $\begin{cases} x=\frac{1}{5}, \\ y=\frac{3}{5} \end{cases}$ نى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز.

مۇلاھىزە ?

ئادەتتىكى ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنىڭ يېشىمىنى تېپىش باسقۇچلىرىنى يېزىپ چىقالامسىز؟

ئادەتتىكى ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسى

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & ⑤ \\ a_2x+b_2y=c_2 & ⑥ \end{cases}$$

(بۇنىڭدا $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$) گە نىسبەتەن، يۇقىرىدىكىگە ئوخشىشىپ كېتىدىغان يېشىم تېپىش باسقۇچ ـ لىرىنى يېزىپ چىقىشقا بولىدۇ.

بىرىنچى باسقۇچتا، ⑤ $\times b_2-$ ⑥ $\times b_1$ دىن تۆۋەندىكىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز:

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=b_2c_1-b_1c_2. \quad ⑦$$

ئىككىنچى باسقۇچتا، ⑦ نى يەشسەك $x=\dfrac{b_2c_1-b_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1}$ كېلىپ چىقىدۇ.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، ⑥ $\times a_1-$ ⑤ $\times a_2$ دىن تۆۋەندىكىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز:

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1. \quad ⑧$$

تۆتىنچى باسقۇچتا، ⑧ نى يەشسەك $y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}$ كېلىپ چىقىدۇ.

بەشىنچى باسقۇچتا، تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنىڭ يېشىمى $\begin{cases} x=\dfrac{b_2c_1-b_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1}, \\ y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1} \end{cases}$ نى كەلتۈرۈپ چىقىرىمىز.

يۇقىرىدىكى باسقۇچلار ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنى يېشىش ـ نىڭ بىر ئالگورىزمىنى ھاسىل قىلىدۇ. بىز بۇ ئالگورىزمغا ئاساسەن، يەنىمۇ ئىلگىرىلەپ كومپيۇتېر پروگراممىسىنى تۈزۈپ چىقىپ، ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ يېشەلەيمىز.

ئالگورىزم ❶ (algorithm) ئاتالغۇسى 12 ـ ئەسىردە مەيدانغا كەلگەن بولۇپ، ئەينى چاغدا ئۇ ئەرەب رەقەملىرىدىن پايدىلىنىپ ئارىفمېتىكىلىق ھېسابلاش ئېلىپ بېرىش جەريانىنى كۆرسىتەتتى. ماتېماتىكىدا، ئالگورىزم ئادەتتە مەلۇم بىر تۈردىكى مەسىلە ـ لەرنى بەلگىلىك قائىدە بويىچە ھەل قىلىشتىكى ئېنىق ۋە چەكلىك باسقۇچلارنى كۆرسىتىدۇ. نۆۋەتتە، ئالگورىزمنى كومپيۇتېر پروگراممىسى قىلىپ تۈزۈپ، مەسىلىلەرنى كومپيۇتېرنىڭ ئىجرا قىلىشى بىلەن ھەل قىلىشقا بولىدۇ.

❶ ئېيتىشلارغا قارىغاندا، ئىنگلىز تىلىدىكى algorithm سۆزى ئەرەب ماتېماتىكى ئال خارەزمىنىڭ ئىسمىنىڭ لاتىنچە تەرجىمىسى Algoritmi دىن كەلگەن.

❷ پەقەت 1 ۋە ئۆزىگىلا پۈتۈن بۆلۈنىدىغان ھەمدە 1 دىن چوڭ بولغان پۈتۈن سان تۈپ سان دەپ ئاتىلىدۇ.

1 ـ مىسال. (1) بىر ئالگورىزم لايىھەلەپ، 7 نىڭ تۈپ سان❷ بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلايلى.

(2) بىر ئالگورىزم لايىھەلەپ، 35 نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

(1) تۈپ ساننىڭ ئېنىقلىمىسىغا ئاساسەن مۇنداق ھۆكۈم قىلىشقا بولىدۇ: 7 نى 2 ~ 6 گىچە بولغان سانلارغا تەرتىپ بويىچە بۆلىمىز، ئەگەر 7 ئۇلارنىڭ ئىچىدىكى بىر سانغا پۈتۈن بۆلۈنسە، ئۇ ھالدا 7 تۈپ سان ئەمەس، ئۇنداق بولمىسا 7 تۈپ سان بولىدۇ.

يۇقىرىدىكى تەھلىلگە ئاساسەن، تۆۋەندىكىدەك ئالگورىزمنى يېزىپ چىقىمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، 7 نى 2 گە بۆلسەك، قالدۇق 1 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 7 بولسا 2 گە

پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

ئىككىنچى باسقۇچتا، 7 نى 3 كە بۆلسەك، قالدۇق 1 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 7 بولسا 3 كە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، 7 نى 4 كە بۆلسەك، قالدۇق 3 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 7 بولسا 4 كە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

تۆتىنچى باسقۇچتا، 7 نى 5 كە بۆلسەك، قالدۇق 2 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 7 بولسا 5 كە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

بەشىنچى باسقۇچتا، 7 نى 6 گە بۆلسەك، قالدۇق 1 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 7 بولسا 6 گە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ. شۇڭا، 7 تۈپ سان بولىدۇ.

(2) يۇقىرىدىكىگە تەقلىد قىلىپ، «35 نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش»نىڭ ئالگورىزمىنى يېزىپ چىققىلى بولىدۇ:

بىرىنچى باسقۇچتا، 35 نى 2 گە بۆلسەك، قالدۇق 1 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 35 بولسا 2 گە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

ئىككىنچى باسقۇچتا، 35 نى 3 كە بۆلسەك، قالدۇق 2 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 35 بولسا 3 كە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، 35 نى 4 كە بۆلسەك، قالدۇق 3 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولمىغانلىقتىن، 35 بولسا 4 كە پۈتۈن بۆلۈنمەيدۇ.

تۆتىنچى باسقۇچتا، 35 نى 5 كە بۆلسەك، قالدۇق 0 بولىدۇ. قالدۇق 0 بولغانلىقتىن، 35 بولسا 5 كە پۈتۈن بۆلۈنىدۇ. شۇڭا، 35 تۈپ سان ئەمەس.

ئىزدىنىش

«پۈتۈن سان $n(n>2)$ نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش» نىڭ ئالگورىزمىنى يېزىپ چىقالامسىز؟

خالىغان پۈتۈن سان $n(n>2)$ گە نىسبەتەن، ئەگەر $2\sim(n-1)$ گىچە بولغان سانلار ئىچىدىكى خالىغان بىر پۈتۈن ساننى i بىلەن ئىپادىلىسەك، ئۇ ھالدا «n نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش» نىڭ ئالگورىزمى تۆۋەندىكى تەكرار مەشغۇلاتنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ:

n نى i گە بۆلسەك، قالدۇق r بولىدۇ. r نىڭ 0 بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز، ئەگەر قالدۇق 0 بولسا، ئۇ ھالدا n تۈپ سان ئەمەس؛ ئۇنداق بولمىسا، i نىڭ قىممىتىگە 1 نى قوشۇپ، ئوخشاش مەشغۇلاتنى يەنە ئىجرا قىلىمىز.

بۇ مەشغۇلاتنى i نىڭ قىممىتى $(n-1)$ گە تەڭ بولغانغا قەدەر ئېلىپ بارىمىز. شۇڭا، «n نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش» نىڭ ئالگورىزمىنى تۆۋەندىكىدەك يېزىشقا بولىدۇ:

بىرىنچى باسقۇچتا، 2 دىن چوڭ بولغان پۈتۈن سان n نى بېكىتىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $i=2$ دەپ ئالىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، n نى i گە بۆلسەك، قالدۇق r كېلىپ چىقىدۇ.

تۆتىنچى باسقۇچتا، «$r=0$» نىڭ كۈچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر كۈچ-

كە ئىگە بولسا، n تۈپ سان ئەمەس، بۇ چاغدا ئالگورىزم ئاخىرلىشىدۇ؛ ئۇنداق بولمىسا، i نىڭ قىممىتىگە 1 نى قوشۇپ، ئۇنى يەنىلا i بىلەن ئىپادىلەيمىز.

بەشىنچى باسقۇچتا، «$i > (n-1)$» نىڭ كۆچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر كۆچكە ئىگە بولسا، n تۈپ سان بولىدۇ، بۇ چاغدا ئالگورىزم ئاخىرلىشىدۇ؛ ئۇنداق بولمىسا، ئۈچىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

2 ـ مىسال. $x^2-2=0\ (x>0)$ نىڭ تەقرىبىي يېشىمىنى «ئىككىگە بۆلۈش ئۇسۇلى» دىن پايدىلىنىپ تېپىشنىڭ ئالگورىزمىنى يېزىپ چىقايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

$f(x)=x^2-2$ دەپ ئالساق، ئۇ ھالدا تەڭلىمە $x^2-2=0$ نىڭ يېشىمى دەل فۇنكسىيە $f(x)$ نىڭ نۆل نۇقتىسى بولىدۇ.

«ئىككىگە بۆلۈش ئۇسۇلى» نىڭ ئاساسىي ئىدىيىسى مۇنداق: فۇنكسىيە $f(x)$ نىڭ نۆل نۇقتىسى ياتقان ئىنتېرۋال $[a, b]$ ($f(a)\cdot f(b)<0$ نى قانائەتلەندۈرىدۇ) نى «ئىككىگە بۆلۈپ»، $[a, m]$ ۋە $[m, b]$ غا ئايرىشىمىز. «$f(a)\cdot f(m)<0$» نىڭ كۆچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ئاساسەن، نۆل نۇقتا ياتقان ئىنتېرۋال $[a, m]$ ياكى $[m, b]$ نى ئېلىپ، ئۇنى يەنىلا $[a, b]$ بىلەن ئىپادىلەيمىز. بۇ ئىنتېرۋال $[a, b]$ دا يۇقىرىدىكى باسقۇچنى نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان ئىنتېرۋال $[a, b]$ «يېتەرلىك كىچىك» بولغانغا قەدەر تەكرارلىغاندىن كېيىن، $[a, b]$ ئىچىدىكى سانىنى تەڭلىمىنىڭ تەقرىبىي يېشىمى قىلىپ ئېلىشقا بولىدۇ.

يۇقىرىدىكى تەھلىلگە ئاساسەن، تۆۋەندىكى ئالگورىزمنى يېزىپ چىقىمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، $f(x)=x^2-2$ دەپ ئېلىپ، ئېنىقلىق دەرىجىسى d نى بېكىتىمىز.

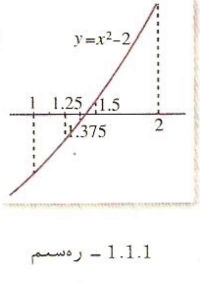
ئىككىنچى باسقۇچتا، $f(a)\cdot f(b)<0$ نى قانائەتلەندۈرىدىغان ئىنتېرۋال $[a, b]$ نى بەلگىلەيمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، ئىنتېرۋالنىڭ ئوتتۇرا نۇقتىسى $m=\dfrac{a+b}{2}$ نى ئالىمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، ئەگەر $f(a)\cdot f(m)<0$ بولسا، ئۇ ھالدا نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان ئىنتېرۋال $[a, m]$ بولىدۇ؛ ئۇنداق بولمىسا، نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان ئىنتېرۋال $[m, b]$ بولىدۇ. نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بۇ يېڭى ئىنتېرۋالنى يەنىلا $[a, b]$ قىلىپ خاتىرىلەيمىز.

بەشىنچى باسقۇچتا، $[a, b]$ نىڭ ئۇزۇنلۇقى d دىن كىچىك بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىغا ياكى $f(m)$ نىڭ 0 گە تەڭ بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر شۇنداق بولسا، m تەڭلىمىنىڭ تەقرىبىي يېشىمى بولىدۇ؛ ئۇنداق بولمىسا، ئۈچىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

$d=0.005$ بولغاندا، يۇقىرىدىكى ئالگورىزمغا ئاساسەن، 1.1ـ جەدۋەلگە ۋە 1.1.1 ـ رەسىمگە ئىگە بولىمىز.



1.1.1 ـ رەسىم

1.1 ـ جەدۋەل

a	b	$\lvert a-b\rvert$
1	2	1
1	1.5	0.5
1.25	1.5	0.25
1.375	1.5	0.125

(1.1 ـ جەدۋەلنىڭ داۋامى)

1.375	1.4375	0.0625
1.40625	1.4375	0.03125
1.40625	1.421875	0.015625
1.4140625	1.421875	0.0078125
1.4140625	1.41796875	0.00390625

شۇنىڭ بىلەن، ئوچۇق ئىنتېرۋال (1.4140625, 1.41796875) دىكى ھەقىقىي سانلارنىڭ ھەممىسى ئېنىقلىق دەرىجىسى 0.005 بولغاندىكى ئەسلىي تەڭلىمىنىڭ تەقرىبىي يېشىمى بولىدۇ.

ئەمەلىيەتتە، يۇقىرىدىكى باسقۇچلار $\sqrt{2}$ نىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى تېپىشتىكى بىر ئالگورىزم ھېسابلىنىدۇ.

كومپيۇتېردا ھەرقانداق بىر مەسىلە ئالگورىزمغا تايىنىش ئارقىلىق ھەل قىلىنىدۇ. مەسىلە ھەل قىلىش جەريانىنى بىرنەچچە ئېنىق باسقۇچقا، يەنى ئالگورىزمغا ئاجرىتىۋالغاندا ھەمدە ئۇنى كومپيۇتېر قوبۇل قىلالايدىغان «تىل» بىلەن توغرا بايان قىلىپ بەرگەندىلا، كومپيۇتېر ئاندىن مەسىلىنى ھەل قىلالايدۇ.

مۇلاھىزە ؟

ئالگورىزمغا دائىر باشقا مىساللارنى كەلتۈرەلەمسىز؟ ئادەتتىكى مەسىلە ھەل قىلىش جەريانىغا سېلىشتۇرغاندا، سىزنىڭچە ئالگورىزمنىڭ ئەڭ مۇھىم ئالاھىدىلىكى نېمە؟

مەشىق

1. خالىغان بىر مۇسبەت ھەقىقىي سان بېرىلگەن، بۇ ساننى رادىئۇس قىلغان چەمبەر يۈزىنى تېپىشقا بولىدىغان بىر ئالگورىزمنى لايىھىلەپ چىقىڭ.
2. خالىغانچە بېرىلگەن 1 دىن چوڭ مۇسبەت پۈتۈن سان n نىڭ بارلىق كۆپەيتكۈچىلىرىنى تېپىشقا بولىدىغان بىر ئالگورىزمنى لايىھىلەپ چىقىڭ.

2-1-1 پروگراما سخېمىسى ۋە ئالگورىزمنىڭ ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىسى

1.1.1 ـ پاراگرافتىكى ئالگورىزمدىن ئۇنىڭ باسقۇچلىرى ئېنىق تەرتىپچانلىققا ئىگە ھەمدە بەزى باسقۇچلار بەلگىلىك شەرت ئاستىدىلا ئاندىن ئىجرا قىلىنىدىغانلىقى، بەزى باسقۇچلار بەلگىلىك شەرت ئاستىدا تەكرار ئىجرا قىلىنىدىغانلىقىنى كۆرەلەيمىز. شۇڭا، ئالگورىزمنى تېخىمۇ كۆرسەتمىلىك ھەم توغرا ئىپادىلەپ بېرەلەيدىغان ئۇسۇل ئۈستىدە ئىزدىنىشىمىزگە توغرا كېلىدۇ.

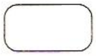
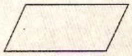
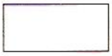
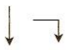
1 ـ باب

1. پروگرامما سخېمىسى

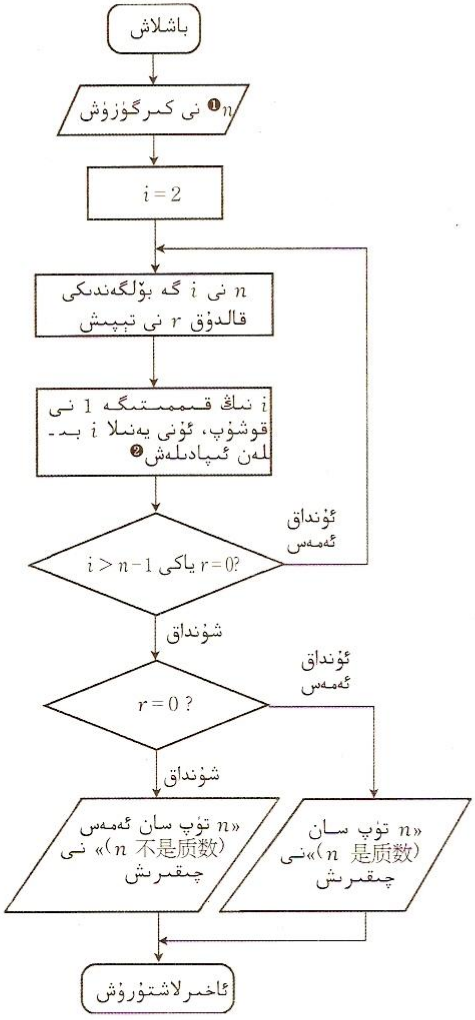
پروگرامما سخېمىسى تەرتىپ سخېمىسى دەپمۇ ئاتىلىدۇ، ئۇ ئالگورىزمنى پروگرامما رامكىسى، تەرتىپ سىزىقى (ئىسترېلكىلىق سىزىق بىلەن ئىپادىلىنىدۇ) ۋە يېزىقلىق چۈشەندۈرۈش بىلەن ئىپادىلەپ بېرىدىغان بىر خىل شەكىلدۇر.

پروگرامما سخېمىسىدا، ئالگورىزمدىكى بىر باسقۇچ بىر پروگرامما رامكىسى ياكى بىرنەچچە پروگرامما رامكىسىنى بىرلەشتۈرۈش ئارقىلىق ئىپادىلىنىدۇ؛ ئالگورىزم باسقۇچلىرىنىڭ ئىجرا قىلىنىش تەرتىپى پروگرامما رامكىلىرىنى تەرتىپ سىزىقى بىلەن تۇتاشتۇرۇش ئارقىلىق ئىپادىلىنىدۇ. 2.1 ـ جەدۋەلدە بىرنەچچە ئاساسلىق پروگرامما رامكىسى، تەرتىپ سىزىقى ۋە ئۇلارنىڭ ئىقتىدارى بېرىلدى.

2.1 ـ جەدۋەل

ئىقتىدارى	نامى	شەكىللىك بەلگە
بىر ئالگورىزمنىڭ باشلىنىشى ۋە ئاخىرلىشىشىنى ئىپادىلەيدۇ	باشلاش ـ ئاخىرلاشتۇرۇش رامكىسى	
ئالگورىزمدا كىرگۈزۈلگەن ۋە چىقىرىلغان ئۇچۇرنى ئىپادىلەيدۇ	كىرگۈزۈش ـ چىقىرىش رامكىسى	
قىممەت بېرىش، ھېسابلاش	بىر تەرەپ قىلىش رامكىسى (ئىجرا قىلىش رامكىسى)	
مەلۇم بىر شەرتنىڭ كۆچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش، كۆچكە ئىگە بولغاندا چىقىش ئېغىزىغا «شۇنداق» ياكى «Y» ھەرپى يېزىلىدۇ؛ كۆچكە ئىگە بولمىغاندا «ئۇنداق ئەمەس» ياكى «N» ھەرپى يېزىلىدۇ	ھۆكۈم قىلىش رامكىسى	
پروگرامما رامكىسىنى تۇتاشتۇرىدۇ	تەرتىپ سىزىقى	
پروگرامما سخېمىسىنىڭ ئىككى بۆلىكىنى تۇتاشتۇرىدۇ	تۇتاشتۇرۇش نۇقتىسى	

مەسىلەن، 1.1.1 ـ پاراگرافتىكى «پۈتۈن سان $n(2 < n)$ نىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش» نىڭ ئالگورىزمىنى تۆۋەندىكى پروگرامما سخېمىسى بىلەن ئىپادىلەشكە بولىدۇ:



2.1.1 ـ رەسىم

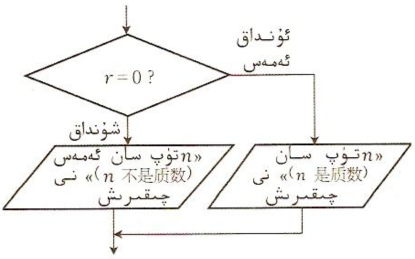
❶ n نى 2 دىن چوڭ پۈتۈن سان دەپ ئالىمىز.

❷ ئادەتتە $i=i+1$ بىلەن ئىپادىلىنىدۇ.

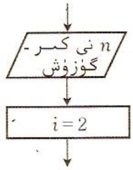
پروگرامما سخېمىسىنىڭ بىرىنچى پروگرامما رامكىسى ۋە ئەڭ ئاخىرقى پروگرامما رامكىسى ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا بىر ئالگورىزمنىڭ باشلىنىشى ۋە ئاخىرلىشىشىنى ئىپادىلەيدۇ.

2. ئالگورىزمنىڭ ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىسى

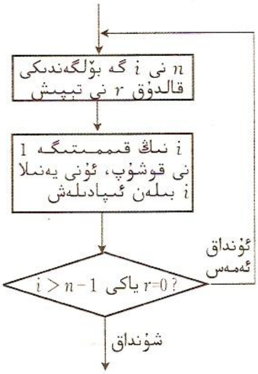
ئالگورىزمنى پروگرامما سخېمىسى بىلەن ئىپادىلىگەندە، ئالگورىزمنىڭ لوگىكىلىق قۇرۇلمىسى ناھايىتى ئوچۇق نامايان بولىدۇ. 2.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسى تۆۋەندىكىدەك ئۈچ خىل لوگىكىلىق قۇرۇلمىنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ:



4.1.1 ـ رەسىم



3.1.1 ـ رەسىم



5.1.1 ـ رەسىم

3.1.1 ـ ، 4.1.1 ـ ۋە 5.1.1 ـ رەسىملەر ئىپادىلىگەن لوگىكىلىق قۇرۇلمىلار ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا **تەرتىپ قۇرۇلمىسى، شەرت قۇرۇلمىسى ۋە دەۋرىي قۇرۇلما** دەپ ئاتىلىدۇ، بۇلار ئالگورىزمنىڭ ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىسىدۇر. گەرچە ئالگورىزملار خىلمۇخىل بولسىمۇ، لېكىن ئۇلارنىڭ ھەممىسى مۇشۇ ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىدىن تەركىب تاپىدۇ.

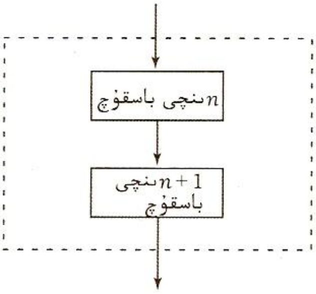
مۇلاھىزە ؟

بۇ ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىنىڭ ئالاھىدىلىكلىرىنى ئېيتىپ بېرەلەمسىز؟ شەرت قۇرۇلمىسى بىلەن دەۋرىي قۇرۇلمىنىڭ قانداق پەرقى ۋە باغلىنىشى بار؟

(1) تەرتىپ قۇرۇلمىسى

روشەنكى، تەرتىپ قۇرۇلمىسى تەرتىپ بويىچە ئىجرا قىلىنىدىغان بىرنەچچە باسقۇچتىن تەركىب تاپىدۇ. بۇ ھەرقانداق ئالگورىزم ئايرىلالمايدىغان ئاساسىي قۇرۇلمىدۇر.

تەرتىپ قۇرۇلمىسىنى پروگرامما سخېمىسى بىلەن تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ (6.1.1 ـ رەسىم):



6.1.1 ـ رەسىم

3 ـ مىسال. بىر ئۈچبۇلۇڭنىڭ ئۈچ تەرىپىنىڭ ئۇزۇنلۇقى ئايرىم ـ ئايرىم a ، b ، c ئىكەنلىكى بېرىلگەن، ئۈچبۇلۇڭنىڭ يۈزىنى خېرون ـ چىن جيۇشاۋ فورمۇلىسىدىن❶ پايدىلىنىپ ھېسابلاشقا بولىدىغان بىر ئالگورىزمنى لايىھىلەيلى ھەمدە ئۇنى پروگرامما سخېمىسى بىلەن ئىپادىلەيلى.

❶ ئۈچبۇلۇڭنىڭ ئۈچ تەرىپىنىڭ ئۇزۇنلۇقى ئايرىم ـ ئايرىم a، b، c بولسا، ئۇ ھالدا ئۈچبۇلۇڭنىڭ يۈزى $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ بولىدۇ، بۇنىڭدا $p=\frac{a+b+c}{2}$. بۇ فورمۇلا خېرون ـ چىن جيۇشاۋ فورمۇلىسى دەپ ئاتىلىدۇ.

ئالگورىزم تەھلىلى:

بۇ بىر ئاددىي مەسىلە، ئالدى بىلەن p نىڭ قىممىتىنى ھېسابلاپ چىقىپ، ئاندىن ئۇنى فورمۇلىغا قويۇپ، ئاخىرىدا نەتىجىسىنى چىقارساقلا بولىدۇ. شۇڭا، ئالگورىزمنى پەقەت تەرتىپ قۇرۇلمىسىدىن پايدىلىنىپلا ئىپادىلىگىلى بولىدۇ.

ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

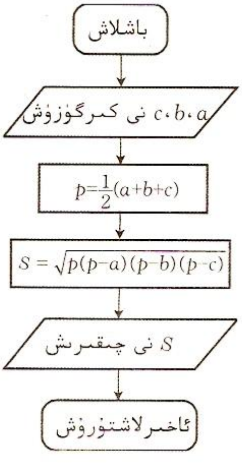
بىرىنچى باسقۇچتا، ئۈچبۇلۇڭنىڭ ئۈچ تەرىپىنىڭ ئۇزۇنلۇقى a، b، c نى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ نى ھېسابلايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ نى ھېسابلايمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، S نى چىقىرىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:

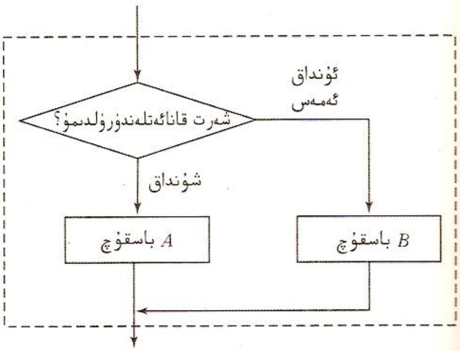


7.1.1 ـ رەسىم

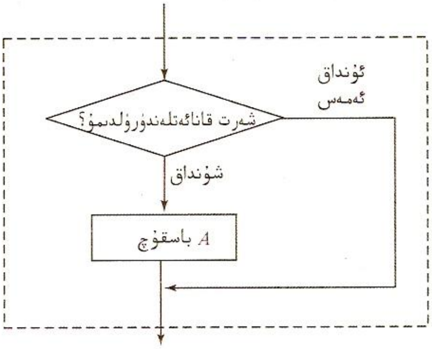
(2) شەرت قۇرۇلمىسى

بىر ئالگورىزمدا كۆپ ھاللاردا بەزى شەرتلەرگە ھۆكۈم قىلىشقا توغرا كېلىدۇ، ئالگورىزم تەرتىپىنىڭ يۆنىلىشى شەرتنىڭ كۇچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا قاراپ ئوخشاش بولمايدۇ. شەرت قۇرۇلمىسى دەل مۇشۇ خىل جەرياننى بىر تەرەپ قىلىدىغان قۇرۇلمىدۇر.

كۆپ ئۇچرايدىغان شەرت قۇرۇلمىسىنى پروگرامما سخېمىسى ئارقىلىق تۆۋەندىكىدەك ئىككى خىل شەكىلدە ئىپادىلەشكە بولىدۇ (8.1.1 ـ رەسىم ۋە 9.1.1 ـ رەسىم):



8.1.1 ـ رەسىم



9.1.1 ـ رەسىم

4 ـ مىسال. خالىغانچە بېرىلگەن 3 مۇسبەت ھەقىقىي سانىنى ئۈچ تەرەپنىڭ ئۇزۇنلۇقى قىلىغان ئۈچبۇلۇڭنىڭ مەۋجۇت بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىشقا بولىدىغان بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ ھەمدە بۇ ئالگورىزمنىڭ پروگرامما سخېمىسىنى سىزايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

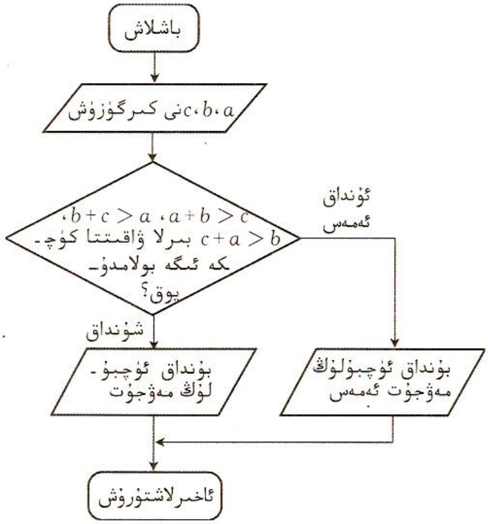
خالىغانچە بېرىلگەن 3 مۇسبەت ھەقىقىي ساننى ئۈچ تەرەپنىڭ ئۇزۇنلۇقى قىلىغان ئۈچبۇلۇڭنىڭ مەۋجۇت بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىشتا، پەقەت بۇ 3 سان ئىچىدىكى خالىغان ئىككى ساننىڭ يىغىندىسى ئۈچىنچى ساندىن چوڭ بولۇش ـ بولماسلىقىنى تەكشۈرسەكلا بولىدۇ. بۇنى تەكشۈرۈشتە شەرت قۇرۇلمىسىدىن پايدىلىنىشقا توغرا كېلىدۇ.

ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بىرىنچى باسقۇچتا، 3 مۇسبەت ھەقىقىي سان a، b، c نى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $a+b > c$، $b+c > a$، $c+a > b$ نىڭ بىرلا ۋاقىتتا كۈچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر كۈچكە ئىگە بولسا، بۇنداق ئۈچبۇلۇڭ مەۋجۇت؛ ئۇنداق بولمىسا، بۇنداق ئۈچبۇلۇڭ مەۋجۇت ئەمەس.

پروگراما سخېمىسى:



10.1.1 ـ رەسىم

5 ـ مىسال. بىر نامەلۇملۇق ئىككىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمە $ax^2+bx+c=0$ نىڭ يېشىمىنى تېپىشقا بولىدىغان بىر ئالگورىزمنى لايىھىلەيلى ھەمدە پروگراما سخېمىسىنى سىزايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

بىزگە مەلۇمكى، ئەگەر ئېنىقلىغۇچى $\Delta=b^2-4ac>0$ بولسا، ئۇ ھالدا ئەسلىي تەڭلىمە ئۆزئارا تەڭ بولمىغان ئىككى ھەقىقىي يىلتىز $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ غا ئىگە بولىدۇ؛ ئەگەر $\Delta=0$ بولسا، ئۇ ھالدا ئەسلىي تەڭلىمە ئۆزئارا تەڭ بولغان ئىككى ھەقىقىي يىلتىز $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$ غا ئىگە بولىدۇ؛ ئەگەر $\Delta<0$ بولسا، ئۇ ھالدا ئەسلىي تەڭلىمىنىڭ ھەقىقىي يىلتىزى مەۋجۇت بولمايدۇ. دېمەك، تەڭلىمىنى يېشىشتىن ئىلگىرى، ئالدى بىلەن ئېنىقلىغۇچىنىڭ ئالامىتىگە ھۆكۈم قىلىپ، ھۆكۈم قىلىش نەتىجىسىگە ئاساسەن ئوخشاش بولمىغان باسقۇچلارنى ئىجرا قىلىش كېرەك، بۇ جەريانىنى شەرت قۇرۇلمىسى ئارقىلىق ئەمەلگە ئاشۇرغىلى بولىدۇ.

تەڭلىمىنىڭ ئىككى يىلتىزىنىڭ ئوخشاش يەرلىرى بار، تەكرار ھېسابلاشتىن ساقلىنىش ئۈچۈن، x_1 ۋە x_2 نى ھېسابلاشتىن ئىلگىرى، ئالدى بىلەن $p=-\dfrac{b}{2a}$ ، $q=-\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ نى ھېسابلىۋېلىش كېرەك.

بۇ مەسىلىنى ھەل قىلىشتىكى ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بىرىنچى باسقۇچتا، كوئېففىتسېنت a ، b ، c نى كىرگۈزىمىز.

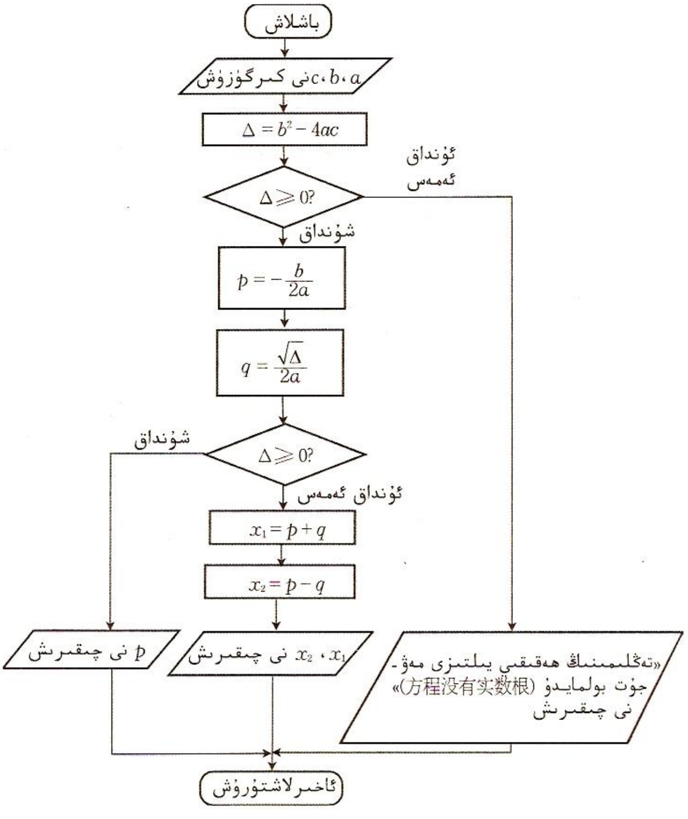
ئىككىنچى باسقۇچتا، $\Delta=b^2-4ac$ نى ھېسابلايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $\Delta\geqslant 0$ نىڭ كۈچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر

كۆچكە ئىگە بولسا، $p=-\frac{b}{2a}$ ، $q=-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ نى ھېسابلايمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، «تەڭلىمىنىڭ ھەقىقىي يىلتىزى مەۋجۇت بولمايدۇ»نى چىقىرىپ، ئالگورىزمنى تاماملايمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، $\Delta=0$ نىڭ كۆچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر كۆچكە ئىگە بولسا، $x_1=x_2=p$ نى چىقىرىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، $x_1=p+q$ ، $x_2=p-q$ نى ھېسابلاپ، x_1 ، x_2 نى چىقىرىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:

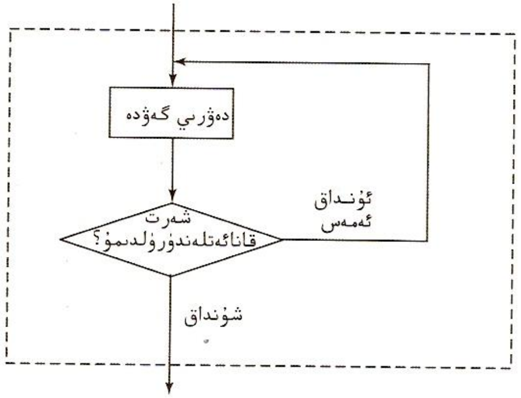


11.1.1 ـ رەسىم

(3) دەۋرىي قۇرۇلما

بەزى ئالگورىزملاردا، كۆپ ھاللاردا بەزى باسقۇچلار مەلۇم جايدىن باشلاپ بەلگىلىك شەرت بويىچە تەكرار ئىجرا قىلىنىدىغان ئەھۋاللار كۆرۈلىدۇ، مانا بۇ، دەۋرىي قۇرۇلما. تەكرار ئىجرا قىلىنىدىغان باسقۇچلار دەۋرىي گەۋدە دەپ ئاتىلىدۇ.

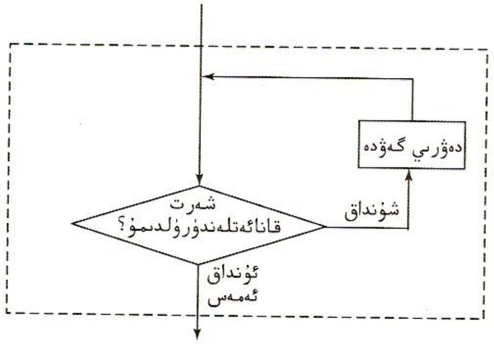
دەۋرىي قۇرۇلمىنى پروگرامما سخېمىسى بىلەن تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ (12.1.1 ـ رەسىم):



رەسىم - 12.1.1

بۇ دەۋرىي قۇرۇلمىنىڭ تۆۋەندىكىدەك ئالاھىدىلىكى بار: دەۋرىي گەۋدە بىر قېتىم ئىجرا قىلىنغاندىن كېيىن، شەرتكە ھۆكۈم قىلىنىدۇ، ئەگەر شەرت قانائەتلەندۈرۈلمىسە، دەۋرىي گەۋدە تاكى شەرت قانائەتلەندۈرۈلگەنگە قەدەر داۋاملىق ئىجرا قىلىنىدۇ. شۇڭا، بۇ خىل دەۋرىي قۇرۇلما كېيىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلما دەپ ئاتىلىدۇ.

كېيىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلمىدىن سىرت، 13.1.1 - رەسىمدىكىسىمۇ كۆپ ئۇچرايدىغان دەۋرىي قۇرۇلمىدۇر. ئۇنىڭ تۆۋەندىكىدەك ئالاھىدىلىكى بار: دەۋرىي گەۋدىنى ھەر بىر قېتىم ئىجرا قىلىشتىن ئىلگىرى شەرتكە ھۆكۈم قىلىنىدۇ، شەرت قانائەتلەندۈرۈلسە، دەۋرىي گەۋدە ئىجرا قىلىنىدۇ، ئۇنداق بولمىسا دەۋرلىنىش توختىتىلىدۇ. شۇڭا، بۇ خىل دەۋرىي قۇرۇلما ئالدىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلما دەپ ئاتىلىدۇ.



رەسىم - 13.1.1

يۇقىرىدىكى ئوخشاش بولمىغان شەكىلدىكى ئىككى خىل دەۋرىي قۇرۇلمىدىن كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، دەۋرىي قۇرۇلما چوقۇم شەرت قۇرۇلمىسىنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ، ئۇ دەۋرىي گەۋدىنىڭ قانداق چاغدا ئىجرا قىلىنىشتىن توختىتىلىدىغانلىقىنى بېكىتىش ئۈچۈن ئىشلىتىلىدۇ.

6 - مىسال. $1+2+\cdots+100$ نىڭ قىممىتىنى ھېسابلاشقا بولىدىغان ئالگورىزمنى لايىھىلەيلى ھەمدە پروگرامما سخېمىسىنى سىزايلى.

ئالگارىسىم تەھلىلى:

بىز ئادەتتە $1+2+\cdots+100$ نىڭ قىممىتىنى تۆۋەندىكى جەريان بويىچە ھېسابلايمىز.

بىرىنچى باسقۇچتا، 1=1+0.
ئىككىنچى باسقۇچتا، 3=2+1.
ئۈچىنچى باسقۇچتا، 6=3+3.
تۆتىنچى باسقۇچتا، 10=4+6.
....
100 ـ ىنچى باسقۇچتا، 4950+100 = 5050.

روشەنكى، بۇ جەريان تەكرار مەشغۇلات باسقۇچىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولۇپ، ئۇنى دەۋرىي قۇرۇلما بىلەن ئىپادىلەشكە بولىدۇ. يۇقىرىدىكى ھېسابلاش جەريانىنى تەھلىل قىلىش ئارقىلىق ھەربىر باسقۇچنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدىغانلىقىنى بايقايمىز:

i ـ ىنچى باسقۇچنىڭ نەتىجىسى = $(i-1)+i$ ـ ىنچى باسقۇچنىڭ نەتىجىسى

يۇقىرىدىكى جەرياننى ئەپچىل ھەم ئۈنۈملۈك ئىپادىلەش ئۈچۈن، ھەربىر باسقۇچتىكى ھېسابلاش نەتىجىسىنى جۇغلانما ئۆزگەرگۈچى مىقدار S بىلەن ئىپادىلەيمىز، يەنى $S+i$ نىڭ نەتىجىسىنىمۇ S قىلىپ خاتىرىلەيمىز، شۇڭا i ـ ىنچى باسقۇچنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ.

$$S = ❶ S+i,$$

بۇنىڭدا S نىڭ دەسلەپكى قىممىتى 0 بولۇپ، i تەرتىپ بويىچە 1، 2، ...، 100 نى ئالىدۇ. i يەنە دەۋرلىنىش قېتىم سانىنىمۇ خاتىرىلەيدىغانلىقى ئۈچۈن، ئۇ ساناش ئۆزگەرگۈچى مىقدارى دەپمۇ ئاتىلىدۇ.

❶ بۇ يەردىكى «=» قىممەت بېرىش بەلگىسى بولۇپ، $S+i$ نىڭ قىممىتىنى يەنىلا S كە بېرىشنى ئىپادىلەيدۇ.

بۇ مەسىلىنى ھەل قىلىشنىڭ ئالگورىزمى:

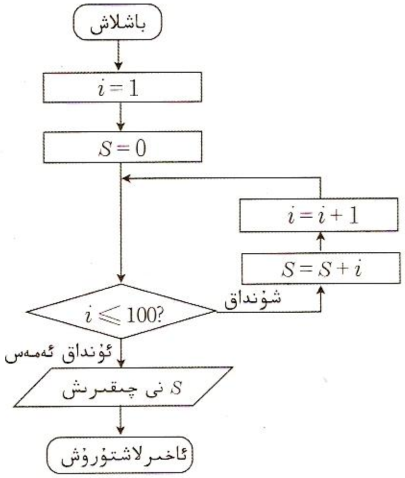
بىرىنچى باسقۇچتا، $i=1$، $S=0$ دەپ ئالىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، ئەگەر $i \leqslant 100$ كىچىك ئىگە بولسا، ئۈچىنچى باسقۇچنى ئىجرا قىلىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، S نى چىقىرىپ، ئالگورىزمنى تاماملايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $S=S+i$.

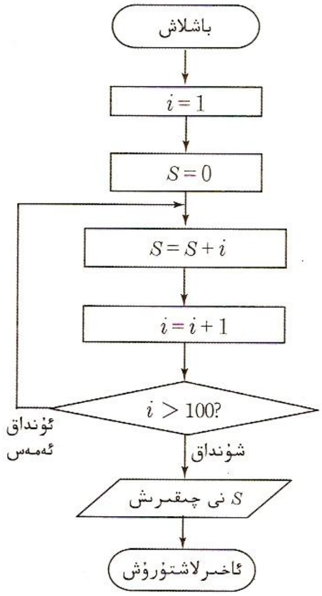
تۆتىنچى باسقۇچتا، $i=i+1$، ئىككىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:



14.1.1 ـ رەسىم

يۇقىرىدىكى پروگىراممىا سخېمىسىدا ئالدىن تېپلىق دەۋرىي قۇرۇلما قوللىنىلغان، ئەگەر ئۇنى كېيىن تېپلىق دەۋرىي قۇرۇلما بىلەن ئىپادىلىسەك، پروگىراممىا سخېمىسى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ (15.1.1 ـ رەسىم):



15.1.1 ـ رەسىم

مۇلاھىزە

15.1.1 ـ رەسىمدىكى ئالگورىزمنى تەبىئىي تىل بىلەن قانداق ئىپادىلەش كېرەك؟ بۇ ئالگورىزمنى يېزىش، 1، $1+2$، $1+2+3$، …، $1+2+3+\cdots+(n-1)+n$ $(n\in \mathbf{N}^*)$ نى چىقىرىدىغان جەريانىنى ئىپادىلەڭ.

7 ـ مىسال. بىر كىچىك زاۋۇتنىڭ 2005 ـ يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتى 200 مىڭ يۈەن ئىدى. تېخنىكىنى يېڭىلىغاندىن كېيىن، ھەر يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتى ئالدىنقى يىلدىكىدىن 5%·ئېشىپ بارىدىغانلىقى مۆلچەرلەنگەن. بىر پروگىراممىا سخېمىسى لايىھىلەپ، يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتى 300 مىڭ يۈەندىن ئاشىدىغان ئەڭ دەسلەپكى يىلنى چىقىرىڭ.

ئالگورىزم تەھلىلى:

ئالدى بىلەن بۇ مىسالنى ھەل قىلىشنىڭ ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى يازىمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، 2005 ـ يىلدىكى يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتىنى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، كېيىنكى بىر يىلدىكى يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتىنى ھېسابلايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، ئېرىشكەن نەتىجىنىڭ 300 دىن چوڭ بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر چوڭ بولسا، بۇ يىلنىڭ يىل سانىنى چىقىرىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، ئىككىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

«ئىككىنچى باسقۇچ» تەكرار مەشغۇلات باسقۇچى بولغانلىقتىن، بۇ مەسىلىنى دەۋرىي قۇرۇلما ئارقى-

لىق ھەل قىلىشقا بولىدۇ. بۇنىڭ ئۈچۈن، «دەۋرىي گەۋدىنى بېكىتىش»، «ئۆزگەرگۈچى مىقدارنى دەسلە-
پىگە كەلتۈرۈش»، «دەۋرلىنىشنى كونترول قىلىش شەرتىنى بەلگىلەش» دېگەن تەرتىپ بويىچە دەۋرىي
قۇرۇلمىنى ھاسىل قىلىمىز.

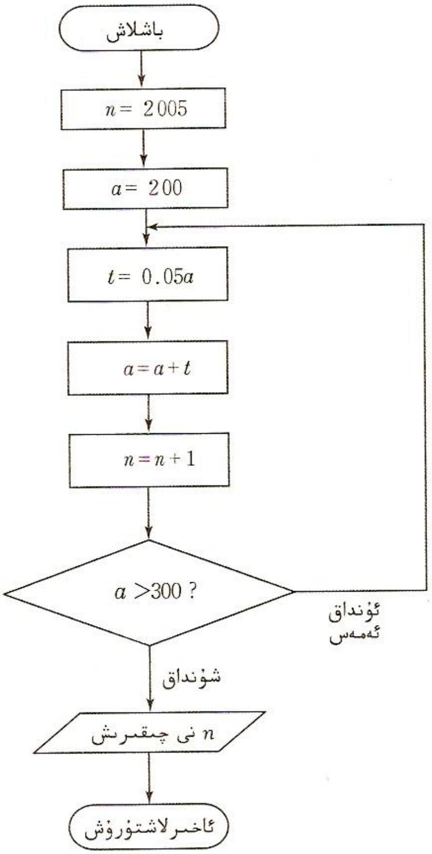
(1) دەۋرىي گەۋدىنى بېكىتىش: مەلۇم يىلدىكى يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتىنى a،
يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممىتىنىڭ يىللىق ئېشىش مىقدارىنى t، يىل سانىنى n دەپ پەرەز
قىلساق، ئۇ ھالدا دەۋرىي گەۋدە تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

$$t = 0.05a,$$
$$a = a + t,$$
$$n = n + 1.$$

(2) ئۆزگەرگۈچى مىقدارنى دەسلىپىگە كەلتۈرۈش: ئەگەر 2005 ـ يىلدىكى يىللىق ئىشلەپچىقىرىش
ئومۇمىي قىممىتىنى ھېسابلاشنىڭ باشلىنىش نۇقتىسى دەپ قارىساق، ئۇ ھالدا n نىڭ دەسلەپكى قىم-
مىتى 2005، a نىڭ دەسلەپكى قىممىتى 200 بولىدۇ.

(3) دەۋرلىنىشنى كونترول قىلىش شەرتىنى بەلگىلەش: «يىللىق ئىشلەپچىقىرىش ئومۇمىي قىممى-
تى 300 مىڭ يۈەندىن ئاشقاندا» دەۋرلىنىش توختايدۇ، شۇڭا، دەۋرلىنىشنى «$a > 300$» نىڭ كۆچكە ئى-
گە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىش ئارقىلىق كونترول قىلغىلى بولىدۇ.

پروگرامما سخېمىسى:



16·1·1 ـ رەسىم

مۇلاھىزە؟

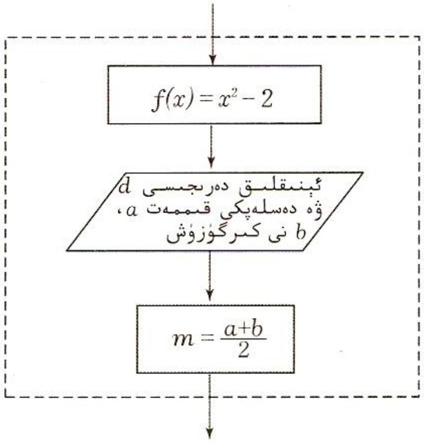
16.1.1 ـ رەسىمدىكى كېيىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلمىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان پروگراما سخېمىسى، ئالدىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلمىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان پروگراما سخېمىسنى سىزىپ چىقالامسىز؟

3. پروگراما سخېمىسىنى سىزىش ئۇسۇلى

بىر ئالگورىزمنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلغاندىن كېيىن، پروگراما سخېمىسىنى سىزىپ، بۇ ئالگورىزمنى تەرتىپ قۇرۇلمىسى، شەرت قۇرۇلمىسى ۋە دەۋرىي قۇرۇلما ئارقىلىق ئىپادىلىگىلى بولىدۇ. بۇنداق ئىپادىلەنگەن ئالگورىزم ئېنىق، ئاددىي بولۇپ، ئوقۇشقا ۋە پىكىر ئالماشتۇرۇشقا قولايلىق.

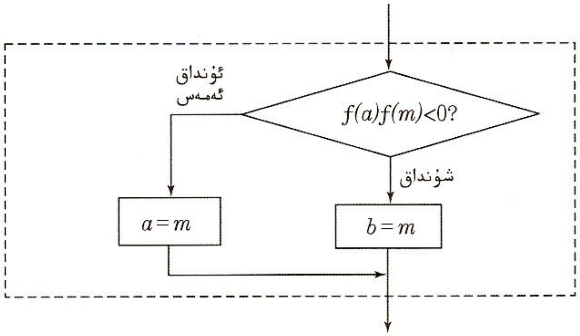
تۆۋەندە، 5 ـ بەتتە كەلتۈرۈلگەن 2 ـ مىسالدىكى ئالگورىزم باسقۇچلىرىغا ئاساسەن، پروگراما سخېمىسىنى ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ سىزىش ئارقىلىق تەڭلىمە $x^2-2=0\,(x>0)$ نىڭ تەقرىبىي يېشىمىنى «ئىككىگە بۆلۈش ئۇسۇلى» بىلەن تېپىشنىڭ ئالگورىزمىنى ئىپادىلەيمىز.

(1) ئالگورىزم باسقۇچىدىكى «بىرىنچى باسقۇچ»، «ئىككىنچى باسقۇچ» ۋە «ئۈچىنچى باسقۇچ» نى تەرتىپ قۇرۇلمىسىدىن پايدىلىنىپ ئىپادىلەشكە بولىدۇ (17.1.1 ـ رەسىم):



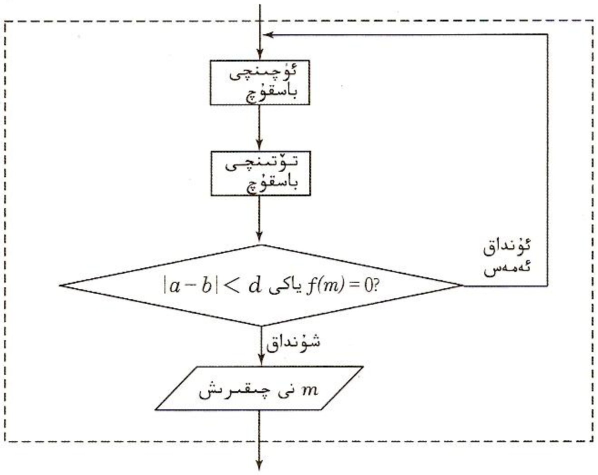
17.1.1 ـ رەسىم

(2) ئالگورىزم باسقۇچىدىكى «تۆتىنچى باسقۇچ»نى شەرت قۇرۇلمىسىدىن پايدىلىنىپ ئىپادىلەشكە بولىدۇ (18.1.1 ـ رەسىم). بۇ شەرت قۇرۇلمىسىدىكى «ئۇنداق ئەمەس» تارماقتا، نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان ئىنتېرۋالنىڭ $[m, b]$ بولىدىغانلىقىنى «$a=m$» بىلەن ئىپادىلەيمىز ھەمدە بۇ ئىنتېرۋالنى يەنىلا $[a, b]$ قىلىپ خاتىرىلەيمىز؛ «شۇنداق» تارماقتا، نۆل نۇقتىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان ئىنتېرۋالنىڭ $[a,m]$ بولىدىغانلىقىنى «$b=m$» بىلەن ئىپادىلەيمىز ھەمدە بۇ ئىنتېرۋالنىمۇ $[a, b]$ قىلىپ خاتىرىلەيمىز.



18.1.1 ـ رەسىم

(3) ئالگورىزم باسقۇچىدىكى «بەشىنچى باسقۇچ» بىر شەرت قۇرۇلمىسىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولۇپ، بۇ شەرت قۇرۇلمىسى ۋە «ئۈچىنچى باسقۇچ»، «تۆتىنچى باسقۇچ» لار بىر دەۋرىي قۇرۇلمىنى ھاسىل قىلىدۇ، دەۋرىي گەۋدە «ئۈچىنچى باسقۇچ» ۋە «تۆتىنچى باسقۇچ» تىن تەركىب تاپىدۇ. دەۋرلىنىشنى توختىتىدىغان شەرت «$|a-b|<d$ ياكى $f(m)=0$» دىن ئىبارەت. «بەشىنچى باسقۇچ» يەنە دەۋرىي قۇرۇلما بىلەن «m نى چىقىرىش» تىن تەركىب تاپقان تەرتىپ قۇرۇلمىسىنىمۇ ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ (19.1.1 ـ رەسىم).



19.1.1 ـ رەسىم

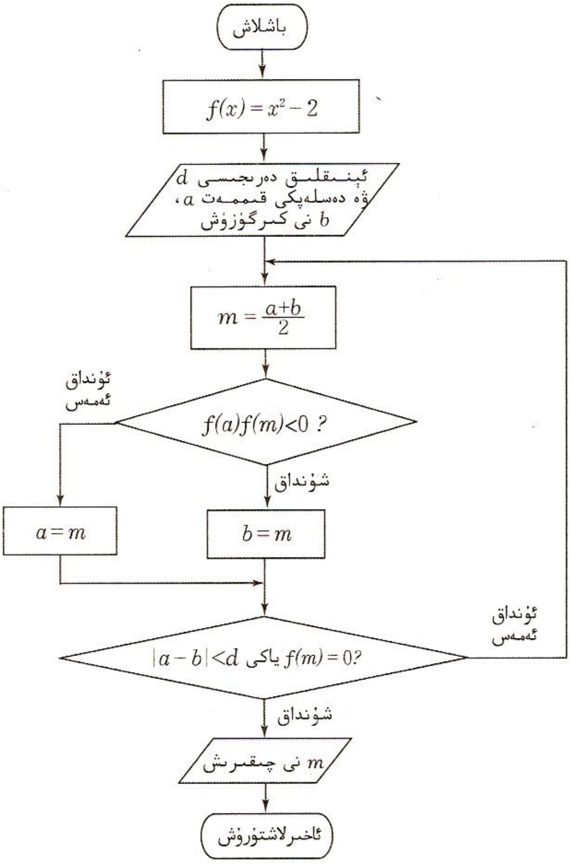
(4) ھەرقايسى باسقۇچلارنىڭ پروگراما سخېمىلىرىنى تۇتاشتۇرۇپ، «باشلاش» ۋە «ئاخىرلاشتۇرۇش» رامكىلىرىنى سىزساق، پۈتۈن ئالگورىزمنى ئىپادىلەيدىغان پروگراما سخېمىسى كېلىپ چىقىدۇ (20.1.1 ـ رەسىم).

يۇقىرىدىكى جەرياندىن بىر ئالگورىزمنىڭ پروگراما سخېمىسىنى لايىھىلەش ئادەتتە تۆۋەندىكىدەك باسقۇچلار بويىچە ئېلىپ بېرىلىدىغانلىقىنى كۆرەلەيمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، ھەربىر ئالگورىزم باسقۇچى ئۆز ئىچىگە ئالغان لوگىكىلىق قۇرۇلمىنى ئېنىقلايمىز ھەمدە ئۇنى ماس پروگراما سخېمىسى بىلەن ئىپادىلەپ، مۇشۇ باسقۇچنىڭ پروگراما سخېمىسىنى ھاسىل قىلىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، بارلىق ئالگورىزم باسقۇچلىرىنىڭ پروگراما سخېمىلىرىنى تەرتىپ سىزىقى بىلەن تۇتاشتۇرۇپ، باشلاش ـ ئاخىرلاشتۇرۇش رامكىلىرىنى قوياساق، پۈتكۈل ئالگورىزمنىڭ پروگراما سخېمىسى كېلىپ چىقىدۇ.



20.1.1 ـ رەسىم

مەشىق

راتسىئونال كۆرسەتكۈچلۈك دەرىجىنى ئىرراتسىئونال كۆرسەتكۈچلۈك دەرىجە $5^{\sqrt{2}}$ گە يېقىنلاشتۇرۇشنىڭ ئالگورىزمىنى لايىھىلەڭ ھەمدە $5^{\sqrt{2}}$ نىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى مۆلچەرلەپ، ئالگورىزمنىڭ پروگراما سخېمىسىنى سىزىڭ.

1-1 . كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. ئەمەلىي تۇرمۇشتىن بۆلەكلىك فۇنكسىيەدىن بىرنى تېپىپ، بۇ فۇنكسىيىنىڭ قىممىتىنى تېپىشنىڭ بىر ئالگورىزمىنى لايىھىلەڭ ھەمدە پروگراممىسىنى سىزىڭ.

2. $1^2+1^2+\cdots+99^2+100^2$ نىڭ قىممىتىنى تېپىشنىڭ بىر ئالگورىزمىنى لايىھىلەڭ ھەمدە پروگراممىسىنى سىزىڭ.

3. مەلۇم ئاھالىلەر ئولتۇراق رايونىدىكى مۇلۇك باشقۇرۇش تارمىقى ھەر ئايدا ئاھالىلەردىن تازىلىق پۇلى يىغىدۇ، ھەق ھېسابلاش ئۆلچىمى مۇنداق: نوپۇس سانى 3 ۋە 3 تىن تۆۋەن بولغان ھەربىر ئائىلىدىن 5 يۈەن ئېلىنىدۇ؛ نوپۇس سانى 3 تىن ئېشىپ كەتكەن ئائىلىلەردىن ھەربىر ئاشقان نوپۇس ئۈچۈن 1.2 يۈەن قوشۇپ ئېلىنىدۇ. كىرگۈزگەن ئادەم سانىغا ئاساسەن ئېلىشقا تېگىشلىك تازىلىق پۇلىنى ھېسابلاشقا بولىدىغان بىر ئالـ گورىزم لايىھىلەڭ ھەمدە پروگراممىسىنى سىزىڭ.

B گۇرۇپپا

1. ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسى

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \quad (a_1b_2-a_2b_1\neq 0)$$

نىڭ يېشىمىنى تېپىشنىڭ پروگراممىسىنى سىزىڭ.

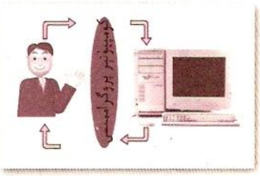
2. مەلۇم تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ئوغۇللار تەنتەربىيە گۇرۇپپىسىنىڭ 50m غا يۈگۈرۈش نەتىجىسى تۆۋەندىـ كىدەك (بىرلىكى: s):

$$6.4,\ 6.5,\ 7.0,\ 6.8,\ 7.1,\ 7.3,\ 6.9,\ 7.4,\ 7.5.$$

بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ، بۇ نەتىجىلەر ئىچىدىن 6.8s دىن كىچىك بولغان نەتىجىلەرنى تېپىڭ ھەمدە پروگراممىسىنى سىزىڭ.

CHAPTER 1

2-1 ئاساسىي ئالگورىزم جۈملىلىرى



كومپيۇتېردا ھەرقانداق بىر ۋەزىپىنى ئورۇنداشتا ئالگورىزم لازىم بولىدۇ. بىراق، كومپيۇتېر تەبىئىي تىل ياكى پروگرامما سخېمىسى ئارقىلىق ئىپادىلەنگەن ئالگورىزمنى «چۈشىنەلمەيدۇ». شۇڭا، ئالگورىزمنى كومپيۇتېر چۈشىنەلەيدىغان پروگرامما لايىھەلەش تىلى (programming language) دىن پايدىلىنىپ كومپيۇتېر پروگراممىسى قىلىپ ئىپادىلىۋېلىشقا توغرا كېلىدۇ.

پروگرامما لايىھەلەش تىللىرى كۆپ خىل بولىدۇ. ئالگورىزمنىڭ ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىسىنى ۋۇجۇدقا كەلتۈرۈش ئۈچۈن، ھەر خىل پروگرامما لايىھەلەش تىللىرى تۆۋەندىكىدەك ئاساسىي ئالگورىزم جۈملىلىرىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولىدۇ ھەمدە ئۇلارنىڭ شەكلىمۇ ئوخشىشىپ كېتىدۇ.

كىرگۈزۈش جۈملىسى　چىقىرىش جۈملىسى　قىممەت بېرىش جۈملىسى　شەرت جۈملىسى　دەۋرىي جۈملە

بىز قوللىنىدىغان جۈملە شەكلى ۋە گراماتىكا قائىدىسى BASIC❶ تىلىدىكى بىلەن ئوخشىشىپ كېتىدۇ، ئۇنى ئازراقلا ئۆزگەرتىش ئارقىلىق كومپيۇتېردا ئىجرا قىلىشنى ئەمەلگە ئاشۇرغىلى بولىدۇ.

1-2-1 كىرگۈزۈش جۈملىسى، چىقىرىش جۈملىسى ۋە قىممەت بېرىش جۈملىسى

كىرگۈزۈش جۈملىسى، چىقىرىش جۈملىسى ئايرىم - ئايرىم ھالدا پروگرامما سخېمىسىدىكى كىرگۈزۈش، چىقىرىش رامكىلىرىغا ماس كېلىدۇ، ئۇلار ئۇچۇرلارنى كىرگۈزۈش ۋە چىقىرىشتا قوللىنىلىدۇ. قىممەت بېرىش جۈملىسى پروگرامما سخېمىسىدىكى قىممەت بېرىشنى ئىپادىلەيدىغان بىر تەرەپ قىلىش رامكىسىغا ماس كېلىدۇ، ئۇ ئۆزگەرگۈچى مىقدارغا قىممەت بېرىشتە ئىشلىتىلىدۇ.

تۆۋەندە بۇ بىرنەچچە خىل جۈملىنىڭ قوللىنىلىشىنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

1 - مىسال. فۇنكسىيە $y=x^3+3x^2-24x+30$ نىڭ گرافىكىنى نۇقتا تەسۋىرلەش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ سىزغاندا، ئۆزگەرگۈچى مىقدار بىلەن فۇنكسىيىنىڭ بىر گۇرۇپپا

❶ BASIC دېگىنىمىز Beginner's All- purpose Symbolic Instruction Code (دەسلەپكى ئۆگەنگۈچىلەر ئورتاق ئىشلىتىدىغان بەلگە بۇيرۇقى كودى) نىڭ ئىنگلىزچە قىسقارتىپ يېزىلىشى بولۇپ، ئۇنى ئامېرىكىلىق ئىككى پروفېسسور 1964 - يىلى لايىھىلىگەن، ئۇ ئاددىي، ئۆگىنىشكە قۇلايلىق بولۇشتەك ئالاھىدىلىكلەرگە ئىگە.

ماس قىممەتنى تېپىشقا توغرا كېلىدۇ. پروگراممىنى تۈزۈپ، $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ بولغاندىكى فۇنكسىيە قىممىتىنى ئايرىم ـ ئايرىم تاپايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

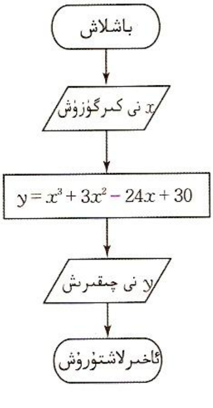
مەسىلىنىڭ مەنىسىگە ئاساسەن، ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ ھەربىر كىرگۈزۈلگەن قىممىتىگە نىسبەتەن، ماس فۇنكسىيە قىممىتىنى چىقىرىش كېرەك. بۇنى ئالگورىزم باسقۇچلىرى قىلىپ يازساق:

بىرىنچى باسقۇچتا، ئۆزگەرگۈچى مىقدار x نىڭ بىر قىممىتىنى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $y = x^3 + 3x^2 - 24x + 30$ نى ھېسابلايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، y نى چىقىرىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:



1.2.1 ـ رەسىم

روشەنكى، بۇ تەرتىپ قۇرۇلمىسىدىن تەركىب تاپقان ئالگورىزمدۇر. پروگرامما رامكىلىرىدىكى مەزمۇنلارنى پروگرامما سخېمىسىدىكى تەرتىپ سىزىقىنىڭ يۆنىلىشى بويىچە ماس ئالگورىزم جۈملىسى قىلىپ يازساق، ماس پروگرامما كېلىپ چىقىدۇ.

پروگرامما:

```
INPUT " x " ; x
y=x^3+3*x^2-24*x+30
PRINT y
END
```

بۇ پروگراممىدا، 1 ـ قۇردىكى INPUT جۈملىسى **كىرگۈزۈش جۈملىسى** بولۇپ، ئۇنىڭ ئادەتتىكى شەكلى:

INPUT «كۆرسەتمە»؛ ئۆزگەرگۈچى مىقدار

شۇنى كۆرۈۋالالايمىزكى، BASIC تىلىغا ئوخشىشىپ كېتىدىغان تىلدىن پايدىلىنىپ تۈزۈلگەن كومپيۇتېر پروگراممىسى بىرقانچىلىغان جۈملە قۇرىدىن تەركىب تاپىدۇ، كومپيۇتېر پروگراممىدىكى جۈملىلەرنى مۇشۇ جۈملە قۇرلىرىنىڭ تىزىلىش تەرتىپى بويىچە بىر ـ بىرلەپ ئىجرا قىلىدۇ. ئاخىرقى قۇردىكى END جۈملىسى پروگراممىنىڭ مۇشۇ يەرگە كەلگەندە ئاخىرلىشىدىغانلىقىنى بىلدۈرىدۇ.

بۇنىڭ ئىچىدە، «كۆرسەتمە» دە ئادەتتە مەشغۇلات قىلغۇچىنىڭ كومپيۇتېرغا قانداق ئۇچۇر كىرگۈزىدىغانلىقى كۆرسىتىپ بېرىلىدۇ. 22 ـ بەتتە كەلتۈرۈلگەن 1 ـ مىسالدىكى پروگراممىنى ھەر قېتىم ئىجرا قىلغاندا، 5-، 4-، 3-، 2-، 1-، 0، 1، 2، 3، 4، 5 لەر تەرتىپ بويىچە كىرگۈزۈلىدۇ، كومپيۇتېر ئۆزگەرگۈچى مىقدار «x» نى ھەر قېتىمقى يېڭى كىرگۈزۈلگەن قىممەتكە ئىگە قىلىدۇ ھەمدە ئۆزگەرگۈچى مىقدار «y» نىڭ قىممىتىنى «x» يېڭى ئىگە بولغان قىممەت بويىچە ھېسابلاپ چىقىدۇ.

مەسىلەن، 7.1.1 ـ رەسىمدىكى كىرگۈزۈش رامكىسىنى تۆۋەندىكىدەك كىرگۈزۈش جۈملىسىگە ئايلاندۇرغىلى بولىدۇ:

```
INPUT "a, b, c="; a, b, c
```

يۇقىرىقى پروگراممىنىڭ 3 ـ قۇرىدىكى PRINT جۈملىسى **چىقىرىش جۈملىسى** بولۇپ، ئۇنىڭ ئادەتتىكى شەكلى:

PRINT	«كۆرسەتمە»; ئىپادە

PRINT جۈملىسى كومپيۇتېر ئېكرانىغا تۇراقلىق مىقدار، ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ قىممىتى ۋە سىستېما ئۇچۇرىنى چىقىرىدۇ. خۇددى كىرگۈزۈش جۈملىسىدىكىگە ئوخشاش، بۇ يەردىكى ئىپادىنىڭ ئالدىغىمۇ «كۆرسەتمە» قويۇلسا بولىدۇ. مەسىلەن، 7.1.1 ـ رەسىمدىكى چىقىرىش رامكىسىنى تۆۋەندىكىدەك چىقىرىش جۈملىسىگە ئايلاندۇرغىلى بولىدۇ:

```
PRINT "S="; S
```

2 ـ مىسال. پروگرامما تۈزۈپ، بىر ئوقۇغۇچىنىڭ ماتېماتىكا، ئەدەبىيات، ئىنگلىز تىلى قاتارلىق ئۈچ پەندىن ئالغان ئوتتۇرىچە نەتىجىسىنى ھېسابلايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

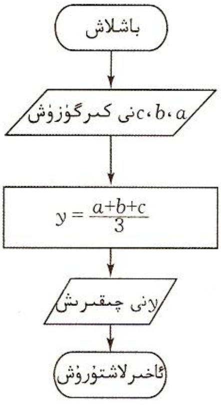
ئالدى بىلەن بۇ مەسىلىنى ھەل قىلىشنىڭ ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى يېزىپ چىقىمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، بۇ ئوقۇغۇچىنىڭ ماتېماتىكا، ئەدەبىيات، ئىنگلىز تىلى قاتارلىق ئۈچ پەندىن ئالغان نەتىجىسى a، b، c نى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $y=\frac{a+b+c}{3}$ نى ھېسابلايمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، y نى چىقىرىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:



2.2.1 ـ رەسىم

PRINT جۈملىسى سانلىق قىممەتنىڭ ھېسابلىنىش نەتىجىسىنى چىقىرىشتىمۇ ئىشلىتىلىدۇ، شۇ ـ ڭا، بۇ ئالگورىزمنى تۆۋەندىكىدەك پروگراما قىلىپ يېزىشقا بولىدۇ.

پروگراما:

```
INPUT “ Maths=” ; a
INPUT “ Chinese=” ; b
INPUT “ English=” ; c
PRINT “ The average=” ; (a+b+c)/3
END
```

كىرگۈزۈش جۈملىسىدىن باشقا، 23 ـ بەتتە بېرىلگەن پروگراممىنىڭ 2 ـ قۇرىدىكى **قىممەت بېرىش جۈملىسى** ئۆزگەرگۈچى مىقدارنى دەسلەپكى قىممەت بىلەنمۇ تەمىن ئېتەلەيدۇ، ئۇنىڭ ئاددىيتىكى شەكلى:

ئىپادە = ئۆزگەرگۈچى مىقدار

قىممەت بېرىش جۈملىسى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنى ئىپادە ۋەكىللىك قىلغان قىممەتكە ئېرىشتۈرۈش رولىنى ئوينايدۇ، قىممەت بېرىش جۈملىسىدىكى «=» قىممەت بېرىش بەلگىسى دەپ ئاتىلىدۇ. ئۇ بىلدۈ ـ رىدىغان مەنە ماتېماتىكىدىكى تەڭلىك بەلگىسىنىڭ مەنىسىگە ئوخشىمايدۇ. كومپيۇتېر قىممەت بېرىش جۈملىسىنى ئىجرا قىلغاندا، ئالدى بىلەن «=» نىڭ ئوڭ تەرىپىدىكى ئىپادىنىڭ قىممىتىنى ھېسابلاپ، ئاندىن «=» نىڭ سول تەرىپىدىكى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنى مۇشۇ قىممەتكە ئىگە قىلىدۇ. ئەمدى ئىككى مىسال كۆرۈپ ئۆتەيلى.

3 ـ مىسال. بىر ئۆزگەرگۈچى مىقدارغا قايتا ـ قايتا قىممەت بېرەيلى.

پروگراما:

```
A=10
A=A+15
PRINT A
END
```

A نىڭ چىـ ـقىرىلغان قىمـ ـمىتى قانچە؟

4 ـ مىسال. ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار A ۋە B نىڭ قىممىتىنى ئالماشتۇرايلى ھەمدە ئالماشتۇ ـ رۇشتىن ئىلگىرىكى ۋە كېيىنكى قىممەتلەرنى چىقىرايلى.

پروگراما:

```
INPUT A,B
PRINT A,B
x=A
A=B
B=x
PRINT A, B
END
```

پروگراممىدىكى 3 قىممەت بېرىش جۈمـ ـلىسى ئىككى ئۆزگەر ـ گۈچى مىقدارنىڭ قىمـ ـمىتىنى ئالماشتۇرۇش ئۈچۈن ئىشلىتىلىدۇ. ئۆزگەرگۈچى مىقدار x نىڭ رولى نېمە؟

مەشىق

1. فارېنگېيت تېمپېراتۇرىسى بىلەن سېلىتسىيە تېمپېراتۇرىسىنى ئۆزئارا ئايلاندۇرۇش فورمۇلىسى تۆۋەندىكىدەك:

$$\text{سېلىتسىيە تېمپېراتۇرىسى} = \frac{5}{9}\times(\text{فارېنگېيت تېمپېراتۇرىسى} - 32)$$

بىر پروگرامما تۈزۈپ، بىر فارېنگېيت تېمپېراتۇرىسىنى كىرگۈزۈڭ ھەمدە ماس سېلىتسىيە تېمپېراتۇرىسىنى چىقىرىڭ.

2. بىر پروگرامما تۈزۈپ، 0 بولمىغان ئىككى ھەقىقىي ساننى قوشۇش، ئېلىش، كۆپەيتىش، بۆلۈشنىڭ نەتىجىسىنى ھېسابلاڭ (0 بولمىغان ئىككى ھەقىقىي ساننى كىرگۈزۈش ۋە ھېسابلاش نەتىجىسىنى چىقىرىش تەلەپ قىلىنىدۇ).

3. 7.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسىنى پروگراممىغا ئايلاندۇرۇڭ.

(4 ـ مىسال ئۈچۈن)

4. باھار بايرىمى يېتىپ كەلدى، تاتلىق ـ تۈرۈم دۇكىنىدىكى مال ساتقۇچى بەك ئالدىراش بولۇپ كەتتى. بىر پروگرامما لايىھىلەپ، مال ساتقۇچىنىڭ ھېساب ـ كىتاب قىلىشىغا ياردەملىشىڭ. مېۋە تەملىك كەمپۈتنىڭ كىلوگرامى 10.4 يۈەن، سۈت تەملىك كەمپۈتنىڭ كىلوگرامى 15.6 يۈەن، مېغىز ئارىلاش شاكىلاتنىڭ كىلوگرامى 25.2 يۈەن بولسا، بۇ ئۈچ خىل كەمپۈتتىن تەرتىپ بويىچە a، b، c كىلوگرام سېتىۋېلىش ئۈچۈن جەمئىي قانچە يۈەن تۆلەش كېرەك؟

2-2-1 شەرت جۈملىسى

شەرت جۈملىسى پروگرامما سخېمىسىدىكى شەرت قۇرۇلمىسىغا ماس كېلىدۇ. 9.1.1 ـ رەسىمدىكى شەرت قۇرۇلمىسىغا ماس كېلىدىغان شەرت جۈملىسى:

```
IF  شەرت  THEN
    جۈملە گەۋدىسى
END  IF
```

كومپيۇتېر يۇقىرىدىكى جۈملىنى ئىجرا قىلغاندا، ئالدى بىلەن IF نىڭ كەينىدىكى شەرتكە ھۆكۈم قىلىدۇ. ئەگەر (IF) شەرت قانائەتلەندۈرۈلگەن بولسا، ئۇ ھالدا (THEN) جۈملە گەۋدىسى ئىجرا قىلىنىدۇ، ئۇنداق بولمىسا، END IF نىڭ كەينىدىكى جۈملە ئىجرا قىلىنىدۇ.

8.1.1 ـ رەسىمدىكى شەرت قۇرۇلمىسىغا ماس كېلىدىغان شەرت جۈملىسى:

```
IF  شەرت  THEN
    جۈملە گەۋدىسى 1
ELSE
    جۈملە گەۋدىسى 2
END  IF
```

كومپيۇتېر يۇقىرىقى جۈملىنى ئىجرا قىلغاندا، ئالدى بىلەن IF نىڭ كەينىدىكى شەرتكە ھۆكۈم قىلىدۇ. ئەگەر (IF) شەرت قانائەتلەندۈرۈلگەن بولسا، ئۇ ھالدا (THEN) جۈملە گەۋدىسى 1 ئىجرا قىلىنىدۇ، ئۇنداق بولمىسا، (ELSE) جۈملە گەۋدىسى 2 ئىجرا قىلىنىدۇ.

5 ـ مىسال. بىر پروگرامما تۈزۈپ، ھەقىقىي سان x نىڭ مۇتلەق قىممىتىنى تاپايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

ئالدى بىلەن ھەقىقىي سان x نىڭ مۇتلەق قىممىتىنى تېپىشنىڭ ئالگورىزمىنى لايىھىلەيمىز. ھەقىقىي سان x نىڭ مۇتلەق قىممىتى

$$|x|=\begin{cases}x(x\geqslant 0),\\ -x(x<0)\end{cases}$$

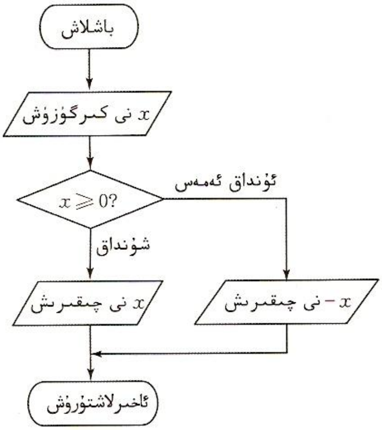
بولغانلىقتىن، ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى تۆۋەندىكىدەك يېزىشقا بولىدۇ:

بىرىنچى باسقۇچتا، بىر ھەقىقىي سان x نى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، x نىڭ ئالامىتىگە ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر $x\geqslant 0$ بولسا، x نى چىقىرىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، $-x$ نى چىقىرىمىز.

روشەنكى، «ئىككىنچى باسقۇچ» نى شەرت قۇرۇلمىسى ئارقىلىق ئەمەلگە ئاشۇرغىلى بولىدۇ.

پروگرامما سخېمىسى:



3.2.1 ـ رەسىم

پروگرامما:

```
INPUT  x
IF x >=0   THEN
   PRINT  x
ELSE
   PRINT  -x
END IF
END
```

مۇلاھىزە

تۆۋەندىكى پروگراممىنى ئوقۇڭ، بۇنىڭدىن قانداق يەكۈن چىقىرالايسىز؟

```
INPUT x
IF x < 0 THEN
  x=-x
END IF
PRINT x
END
```

6 ـ مىسال. 11.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسىنى پروگراممىغا ئايلاندۇرايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

كۆزىتىش ئارقىلىق، 11.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسى شەرت قۇرۇلمىسىدىن ئىككىنى ئۆز ئىچىگە ئالغانلىقى ھەمدە ئىچكى شەرت قۇرۇلمىسى سىرتقى شەرت قۇرۇلمىسىنىڭ بىر تارمىقى ئىكەنلىكىنى بايقىيالايمىز، شۇڭا، ئايلاندۇرۇشنى «IF — THEN — ELSE — END IF» جۈملىسىدىن پايدىلىنىپ تاماملىغىلى بولىدۇ.

پروگرامما:

```
INPUT "a, b, c="; a, b, c
d=b^2-4*a*c
IF d >=0 THEN
   p=-b/(2*a)
   q=SQR❶(d)/(2*a)
   IF d=0 THEN
     PRINT "x1=x2="; p
   ELSE
     PRINT "x1, x2="; p+q, p-q
   END IF
ELSE
   PRINT "No real root."
END IF
END
```

❶ SQR ( ) بىر فۇنكسىيە بولۇپ، ئۇ بىر مەنپىي بولمىغان سانىنىڭ ئارىفمېتىكىلىق كۋادرات يىلتىزىنى تېپىشتا ئىشلىتىلىدۇ، يەنى $SQR(x)=\sqrt{x}$.

7 ـ مىسال. پروگرامما تۈزۈپ، خالىغانچە كىرگۈزۈلگەن 3 پۈتۈن سانىنى چوڭدىن كىچىككە بولغان تەرتىپ بويىچە چىقىرايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

كىرگۈزۈلىدىغان 3 پۈتۈن ساننى a، b، c بىلەن ئىپادىلەيمىز. ئۆزگەرگۈچى مىقدارلارنى تېجەش ئۈچۈن، ئۇلارنى قايتىدىن تىزغاندىن كېيىن يەنىلا a، b، c بىلەن ئىپادىلەيمىز ھەمدە $c \leqslant b \leqslant a$ قىلىۋالىمىز. كونكرېت مەشغۇلات باسقۇچلىرى:

بىرىنچى باسقۇچتا، 3 پۈتۈن سان a، b، c نى كىرگۈزىمىز.

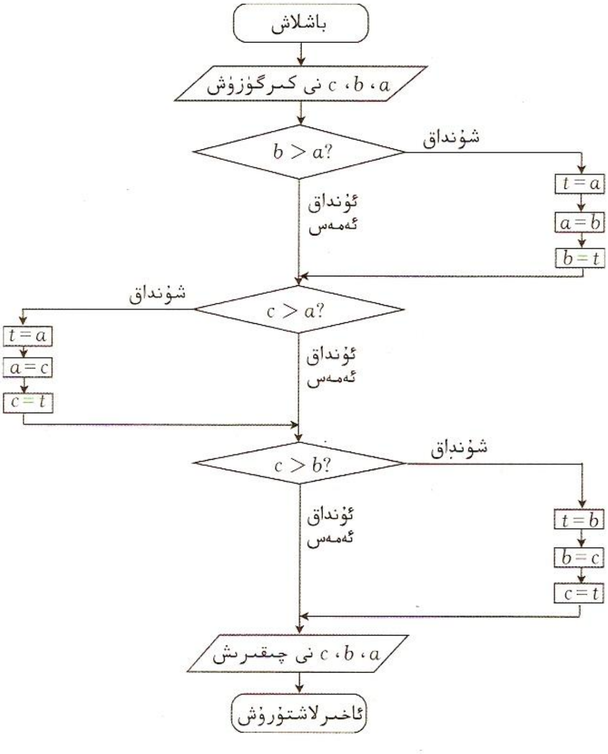
ئىككىنچى باسقۇچتا، a بىلەن b نى سېلىشتۇرۇپ، كىچىكىنى b غا، چوڭىنى a غا بېرىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، a بىلەن c نى سېلىشتۇرۇپ، كىچىكىنى c غا، چوڭىنى a غا بېرىمىز (بۇ چاغدا a ئۈچ سان ئىچىدىكى ئەڭ چوڭ سان بولىدۇ).

تۆتىنچى باسقۇچتا، b بىلەن c نى سېلىشتۇرۇپ، كىچىكىنى c غا، چوڭىنى b غا بېرىمىز (بۇ چاغدا a، b، c لار چوڭدىن كىچىككە بولغان تەرتىپ بويىچە تىزىلىپ بولىدۇ).

بەشىنچى باسقۇچتا، a، b، c نى تەرتىپ بويىچە چىقىرىمىز.

4.2.1 ـ رەسىمدىكىدەك، يۇقىرىدىكى باسقۇچلارنى پروگراما سخېمىسى ئارقىلىق تېخىمۇ كۆرسەتمىلىك ئىپادىلىگىلى بولىدۇ.



4.2.1 ـ رەسىم

ئۆزگەرگۈچى مىقدار t نىڭ رولى نېمە؟

پروگراما سخېمىسىغا ئاساسەن، ماس كومپيۇتېر پروگراممىسىنى يېزىپ چىقىمىز:

```
INPUT  "a, b, c=" ; a, b, c
IF  b > a  THEN
    t=a
    a=b
    b=t
END IF
IF  c > a  THEN
    t=a
    a=c
    c=t
END IF
IF  c > b  THEN
    t=b
    b=c
    c=t
END IF
PRINT a, b, c
END
```

مەشىق

1. 10.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگراممىا سخېمىسىنى پروگراممىغا ئايلاندۇرۇڭ.
2. پروگراممىنى ئوقۇپ، پروگراممىنىڭ ئىجرا قىلىنىش جەريانىنى چۈشەندۈرۈڭ.

```
INPUT  "Please input an integer:" ; x
IF  9<x  AND  x<100  THEN
   a=x\10❶
   b=x  MOD  10
   x=10*b+a
   PRINT  x
END  IF
END
```

❶ ئارىفمېتىكىلىق ئەمەل بەلگىسى \ بىلەن MOD ئايرىم ـ ئايرىم هالدا بۆلۈنمىنى ۋە قالدۇقنى ئېلىشتا ئىشلىتىلىدۇ، بۇ يەردە، a دېگىنىمىز x نى 10 غا بۆلگەندىكى بۆلۈنمىگە تەڭ بولۇپ، ئۇ x نىڭ ئونلار خانىسىنى ئالغانغا باراۋەر كېلىدۇ؛ b دېگىنىمىز x نى 10 غا بۆلگەندىكى قالدۇققا تەڭ بولۇپ، ئۇ x نىڭ بىرلەر خانىسىنى ئالغانغا باراۋەر كېلىدۇ.

3. بىر پروگراممىا تۈزۈپ، خالىغانچە كىرگۈزۈلگەن پۈتۈن سانىنىڭ جۈپ ـ تاقلىقىغا هۆكۈم قىلىڭ.
4. كەبىسە يىلى 4 كە پۈتۈن بۆلۈنۈپ، 100 گە پۈتۈن بۆلۈنمەيدىغان ياكى 400 گە پۈتۈن بۆلۈنىدىغان يىل سانىنى كۆرسىتىدۇ. بىر پروگراممىا تۈزۈپ، كىرگۈزۈلگەن يىلنىڭ كەبىسە يىلى بولۇش ـ بولماسلىقىغا هۆكۈم قىلىڭ.

3-2-1 دەۋرىي جۈملە

دەۋرىي جۈملە پروگرامما سخېمىسىدىكى دەۋرىي قۇرۇلمىغا ماس كېلىدۇ. ئادەتتىكى پروگرامما لايىھىلەش تىللىرى كېيىن تېپىلىق (UNTIL) ۋە ئالدىن تېپىلىق (WHILE) ئىككى خىل دەۋرىي جۈملە قۇرۇلمىسىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولىدۇ، ئۇلار ئايرىم ـ ئايرىم هالدا پروگرامما سخېمىسىدىكى كېيىن تېپىلىق ۋە ئالدىن تېپىلىق دەۋرىي قۇرۇلمىغا ماس كېلىدۇ.

12.1.1 ـ رەسىمدىكى كېيىن تېپىلىق دەۋرىي قۇرۇلمىغا ماس كېلىدىغان UNTIL جۈملىسى:

```
DO
        دەۋرىي گەۋدە❶
LOOP UNTIL    شەرت
```

❶ بۇ يەردىكى دەۋرىي گەۋدە كومپيۇتېر تەكرار ئىجرا قىلىدىغان بىر گۇرۇپپا جۈملىدىن تەركىب تاپىدۇ.

كومپيۇتېر يۇقىرىدىكى جۈملىنى ئىجرا قىلغاندا، ئالدى بىلەن DO ۋە UNTIL ئارىلىقىدىكى دەۋرىي گەۋدىنى بىر قېتىم ئىجرا قىلىپ، ئاندىن UNTIL نىڭ كەينىدىكى شەرتكە هۆكۈم قىلىدۇ. ئەگەر شەرت قانائەتلەندۈرۈلمىسە، دەۋرىي گەۋدىنى داۋاملىق ئىجرا قىلىدۇ؛ ئاندىن يۇقىرىدىكى شەرتنى يەنە تەكشۈرىدۇ، ئەگەر شەرت يەنىلا قانائەتلەندۈرۈلمىسە، دەۋرىي گەۋدىنى يەنە بىر قېتىم ئىجرا قىلىدۇ، بۇ جەريان تاكى شەرت قانائەتلەندۈرۈلگەنگە قەدەر داۋاملاشتۇرۇلىدۇ. بۇ چاغدا، كومپيۇتېر دەۋرىي گەۋدىنى ئىجرا قىلماي، UNTIL جۈملىسىنىڭ كەينىگە بىۋاستە ئۆتۈپ، UNTIL جۈملىسىنىڭ كەينىدىكى جۈملىنى ئىجرا قىلىدۇ.

ئەمدى 15.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسىغا ئاساسەن، كومپيۇتېر پروگراممىسىنى UNTIL جۈملىسىدىن پايدىلىنىپ تۈزىمىز:

```
i=1
S=0
DO
   S=S+i
   i=i+1
LOOP UNTIL i > 100
PRINT S
END
```

13.1.1 ـ رەسىمدىكى ئالدىن تېپىلىق دەۋرىي قۇرۇلمىغا ماس كېلىدىغان WHILE جۈملىسى:

WHILE شەرت دەۋرىي گەۋدە WEND

كومپيۇتېر WHILE جۈملىسىگە دۇچ كەلگەندە، ئالدى بىلەن شەرتكە ھۆكۈم قىلىدۇ. ئەگەر شەرت قانائەتلەندۈرۈلسە، WHILE بىلەن WEND ئارىلىقىدىكى دەۋرىي گەۋدىنى ئىجرا قىلىدۇ؛ ئاندىن يۇقىرىدىكى شەرتنى يەنە تەكشۈرىدۇ، ئەگەر شەرت يەنىلا قانائەتلەندۈرۈلسە، دەۋرىي گەۋدىنى يەنە بىر قېتىم ئىجرا قىلىدۇ، بۇ جەريان تاكى مەلۇم بىر قېتىمدا شەرت قانائەتلەندۈرۈلمىگەنگە قەدەر داۋاملاشتۇرۇلىدۇ. بۇ چاغدا، كومپيۇتېر دەۋرىي گەۋدىنى ئىجرا قىلماي، WEND جۈملىسىنىڭ كەينىگە بىۋاستە ئۆتۈپ، WEND نىڭ كەينىدىكى جۈملىنى ئىجرا قىلىدۇ.

بىز 14.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگراما سخېمىسىغا ئاساسەن، كومپيۇتېر پروگراممىسىنى WHILE جۈملىسىدىن پايدىلىنىپ تۈزۈپ چىقالايمىز.

پروگراما:

```
i=1
S=0
WHILE i <=100
   S=S+i
   i=i+1
WEND
PRINT S
END
```

8 ـ مىسال. مۇشۇ پاراگرافتا كەلتۈرۈلگەن 1 ـ مىسالدىكى پروگراممىنى ئۆزگەرتىپ، ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ 11 قىممىتىنى ئارقىمۇئارقا كىرگۈزەيلى ھەمدە ماس فۇنكسىيە قىممەتلىرىنى چىقىرايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

1 ـ مىسالدىكىسى بىلەن ئوخشىمايدىغان يېرى شۇكى، بۇ مىسالدا ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ 11 قىممىتىنى ئارقىمۇئارقا كىرگۈزۈش ھەمدە ماس فۇنكسىيە قىممەتلىرىنى چىقىرىش تەلەپ قىلىنىدىغان. ئالدى بىلەن بۇ مەسىلىنى ھەل قىلىشنىڭ ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى يېزىپ چىقىمىز:

بىرىنچى باسقۇچتا، ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدار x نىڭ قىممىتىنى كىرگۈزىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، $y=x^3+3x^2-24x+30$ نى ھېسابلايمىز.

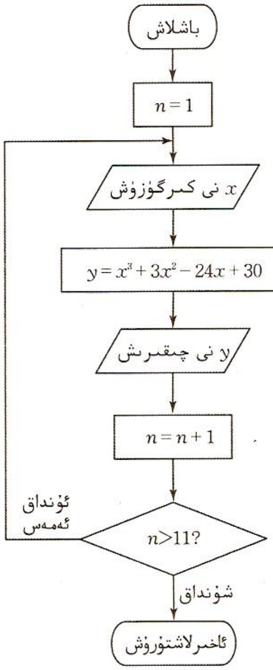
ئۈچىنچى باسقۇچتا، y نى چىقىرىمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، كىرگۈزۈش قېتىم سانىنى خاتىرىلەيمىز.

بەشىنچى باسقۇچتا، كىرگۈزۈش قېتىم سانىنىڭ 11 دىن چوڭ بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر چوڭ بولسا، ئالگورىزمنى تاماملايمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، بىرىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

روشەنكى، قېتىم سانىنى ساناش ئۆزگەرگۈچى مىقدارى $n(1\leqslant n\leqslant 11)$ بىلەن خاتىرىلەپ، ئالگورىزمنى دەۋرىي قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ ئەمەلگە ئاشۇرغىلى بولىدۇ.

پروگراما سخېمىسى:



5.2.1 ـ رەسىم

پروگراما:

```
n=1
DO
   INPUT x
   y=x^3+3*x^2-24*x+30
   PRINT y
   n=n+1
LOOP UNTIL n > 11
END
```

20.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگراما سخېمىسى تەرتىپ قۇرۇلمىسى، شەرت قۇرۇلمىسى ۋە دەۋرىي قۇرۇلمىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان. ئەمدى بۇ پروگراما سخېمىسىنى ماس پروگراممىغا ئايلاندۇرايلى.

```
INPUT  "a, b, d="; a, b, d
DO
   m=(a+b)/2
   g=a^2-2
   f=m^2-2
   IF  g*f<0  THEN
      b=m
   ELSE
      a=m
   END IF
LOOP UNTIL ABS❶ (a-b)<d  OR  f=0
PRINT  m
END
```

❶ ABS (   ) بىر فۇنكسىيە بولۇپ، ئۇ مەلۇم بىر ساننىڭ مۇتلەق قىممىتىنى تېپىشتا ئىشلىتىلىدۇ، يەنى $\mathrm{ABS}(x)=|x|$.

مەشىق

1. 2.1.1 ـ رەسىمدىكى پروگرامما سخېمىسىغا ئاساسەن پروگرامما تۈزۈپ، 2 دىن چوڭ بولغان پۈتۈن ساننىڭ تۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىڭ.

2. پروگرامما تۈزۈپ، مۇسبەت پۈتۈن سان n نى كىرگۈزۈڭ ھەمدە ئۇنىڭ فاكتورىيالى $n!$ نى ھېسابلاڭ (كۆرسەتمە: $n!=n\times(n-1)\times\cdots\times 3\times 2\times 1$).

2.1 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. پروگراممىنى ئوقۇپ، پروگراما ئىپادىلىگەن فۇنكسىيىنى يېزىڭ.

```
INPUT x
IF  x<0  THEN
    y=-x+1
ELSE
      IF  x=0  THEN
          y=0
      ELSE
          y=x+1
      END IF
END IF
PRINT y
END
```

2. بىر پروگراما تۈزۈپ، تراپېتسىيىنىڭ ئۈستۈنكى ئاساسى، ئاستىنقى ئاساسى ۋە ئېگىزلىكىنىڭ قىممىتىنى كىرگۈزۈڭ، ئاندىن ئۇنىڭ يۈزىنى ھېسابلاڭ ھەمدە چىقىرىڭ.

3. بىر پروگراما تۈزۈپ، تۆۋەندىكى n $(n \in \mathbf{N}^*)$ دانە سانىنىڭ يىغىندىسىنى تېپىڭ:

$$2,\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{3},\ \frac{5}{4},\ \ldots,\ \frac{n+1}{n}.$$

B گۇرۇپپا

1. بىر پروگراما تۈزۈپ، ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسى $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ $(a_1b_2-a_2b_1 \neq 0)$ نىڭ يېشىمىنى تېپىڭ.

2. مەلۇم سۈت فېرمىسىنىڭ 2002 ـ يىلى يىل بېشىدىكى مەبلىغى 10 مىليون يۈەن ئىدى، ئىلغار ئىشلەپچىقىرىش ئۈسكۈنىلىرىنى كىرگۈزگەندىن كېيىن، مەبلىغىنىڭ يىللىق ئوتتۇرىچە ئېشىش نىسبىتى 50% كە يەتكەن. بىر پروگراما لايىھىلەپ، بۇ سۈت فېرمىسىنىڭ 2008 ـ يىلى يىل ئاخىرىدىكى ئومۇمىي مەبلەغ سوممىسىنى ھېسابلاڭ.

3. بىر پروگراما تۈزۈپ، فۇنكسىيە $y=\begin{cases} x & (x<1), \\ 2x-1 & (1\leqslant x<10), \\ 3x-11 & (x\geqslant 10) \end{cases}$ دىكى x نىڭ قىممىتىنى كىرگۈزۈڭ ھەمدە ماس فۇنكسىيە قىممىتىنى چىقىرىڭ.

4. بىر پروگراما تۈزۈپ، $s=a+aa+aaa+aaaa+\cdots+aa\cdots a$ (مەسىلەن، $2+22+222+2\,222+22\,222$، بۇنىڭدا جەمئىي 5 سان ئۆزئارا قوشۇلدۇ) نىڭ قىممىتىنى ھېسابلاڭ، بۇنىڭ ئىچىدە $a \in \mathbf{N}^*$ ھەمدە $a \leqslant 9$ بولۇپ، a سانىنى ۋە ئۆزئارا قوشۇلىدىغان سانلارنىڭ سانى n نى كىرگۈزۈش تەلەپ قىلىنىدۇ.

3-1 ئالگورىزمغا دائىر ئۆرنەك مىساللار

ئالدىنقى ئىككى پاراگرافتا، تەڭلىمىنىڭ تەقرىبىي يېشىمىنى تېپىشتىكى ئىككىگە بۆلۈش ئۇسۇلى، تۈپ سانغا ھۆكۈم قىلىشنىڭ ئالگورىزمى دېگەندەك بەزىبىر ئاددىي ئالگورىزملارنى ئۆگىنىپ، ئالگورىزم ھەققىدە دەسلەپكى چۈشەنچىگە ئىگە بولدۇق. ئەمدى ئالگورىزمغا دائىر بىرنەچچە ئۆرنەك مىسال ئارقىلىق ئالگورىزم ئىدىيىسىنى يەنىمۇ ئىلگىرىلەپ ئۆزلەشتۈرۈۋالىمىز.

1 - ئۆرنەك مىسال. ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلى ۋە ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلى

مەسىلەن، 18 بىلەن 30 نىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى تېپىش جەريانى مۇنداق:

2	18	30
3	9	15
	3	5

شۇڭا، 18 بىلەن 30 نىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بولگۈچىسى $6=3\times 2$ بولىدۇ.

باشلانغۇچ مەكتەپتە ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سانىنىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى تېپىش ئۇسۇلىنى ئۆگەنگەنىدۇق: ئالدى بىلەن ئىككى ساننى ئۇلارغا ئورتاق بولغان تۈپ كۆپەيتكۈچىلەرگە ئارقىمۇئارقا بۆلۈپ، بۆلۈشنى تاكى كېلىپ چىققان بۆلۈنمىلەر ئۆزئارا تۈپ سانلار بولغانغا قەدەر داۋاملاشتۇرىمىز، ئاندىن بارلىق بۆلگۈچىلەرنى ئۆزئارا كۆپەيتىمىز.

ئىككى سان (مەسىلەن، 8 251 بىلەن 6 105) غا ئورتاق بولغان تۈپ كۆپەيتكۈچىلەر چوڭراق سان بولغاندا، ئۇلارنىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى يۇقىرىدىكى ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ تېپىش قىيىنغا توختايدۇ. تۆۋەندە **ئارقىمۇ ئارقا بۆلۈش ئۇسۇلى** دەپ ئاتىلىدىغان قەدىمىي ھەم ئۈنۈملۈك بىر خىل ئالگورىزمنى تونۇشتۇرۇپ ئۆتىمىز. بۇ خىل ئالگورىزمنى ئېۋكلىد مىلادىيىدىن ئىلگىرىكى 300 - يىللار ئەتراپىدا تۇنجى بولۇپ ئوتتۇرىغا قويغان، شۇڭا ئۇ **ئېۋكلىد ئالگورىزمى** دەپمۇ ئاتىلىدۇ.

مەسىلەن، 8 251 بىلەن 6 105 نىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تېپىشتا، بۇ ئىككى سان ئىچىدىكى چوڭراق ساننى كىچىكرەك سانغا بۆلۈپ، بۆلۈنمە بىلەن قالدۇقنى تاپىمىز:

$$8\,251=6\,105\times 1+2\,146.$$

بۇنىڭدىن بىلىشكە بولىدۇكى، 6 105 بىلەن 2 146 نىڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسى 8 251 بىلەن 6 105 نىڭمۇ ئومۇمىي بۆلگۈچىسى بولىدۇ، ئەكسىچە، 8 251 بىلەن 6 105 نىڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىمۇ 6 105 بىلەن 2 146 نىڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسى بولىدۇ. شۇڭا، ئۇلارنىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىلىرى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ.

6 105 بىلەن 2 146 گە نىسبەتەن يۇقىرىدىكى باسقۇچنى تەكرارلىساق:

$$6\,105=2\,146\times 2+1\,813.$$

ئوخشاش يول بىلەن، 2146 بىلەن 1813 نىڭ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسى 6105 بىلەن 2146 نىڭ- مۇ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسى بولىدۇ. يۇقىرىدىكى باسقۇچنى داۋاملىق تەكرارلىساق:

$$2\,146 = 1\,813 \times 1 + 333,$$
$$1\,813 = 333 \times 5 + 148,$$
$$333 = 148 \times 2 + 37,$$
$$148 = 37 \times 4\,.$$

ئەڭ ئاخىرقى بۆلگۈچى 37 بولسا 148 بىلەن 37 نىڭ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسى، شۇنداقلا 8251 بىلەن 6105 نىڭمۇ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسى بولىدۇ.

مانا بۇ، ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلى. بۆلۈش ئەمەلىنىڭ خۇسۇسىيىتىدىن بىلىشكە بولىدۇكى، خالىغان ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سانغا نىسبەتەن، يۇقىرىدىكى بۆلۈش باسقۇچلىرى ھامان چەكلىك باسقۇچتىن كېيىن تاماملىنىدۇ، شۇڭا، ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سانىنىڭ ئەڭ چوڭ بۆلگۈچىسىنى ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ھامان تاپقىلى بولىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىنىڭ كومپيۇتېر پروگراممىسىنى تۈزۈپ چىقالامسىز؟

ئالگورىزم تەھلىلى:

يۇقىرىدىكى مىسالدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلى تەكرار مەشغۇلات باسقۇچىنى ئىچىگە ئالغان، شۇڭا، ئالگورىزمنى دەۋرىي قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ ھاسىل قىلىشقا بولىدۇ.

ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

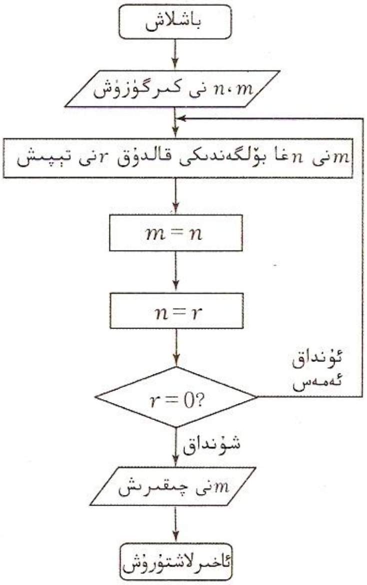
بىرىنچى باسقۇچتا، ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سان m، n نى بەلگىلىۋالىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، m نى n گە بۆلگەندىكى قالدۇق r نى ھېسابلاپ چىقىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $m=n$، $n=r$.

تۆتىنچى باسقۇچتا، ئەگەر $r=0$ بولسا، m، n نىڭ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسى m غا تەڭ بولىدۇ؛ ئۇنداق بولمىسا، ئىككىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:



1.3.1 ـ رەسىم

پروگرامما:

```
INPUT m, n
DO
 r=m MOD n
 m=n
 n=r
LOOP UNTIL r=0
PRINT m
END
```

مۇلاھىزە ؟

ئالدىن تىپلىق دەۋرىي قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ ئالگورىزم تۈزۈش ئارقىلىق، ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سانىنىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى تاپالامسىز؟ ئۇنىڭ ئالگورىزم باسقۇچلىرى، پروگرامما سخېمىسى ۋە پروگراممىسىنى يېزىڭ.

«توققۇز بابلىق ھېساب» مەملىكىتىمىزنىڭ قەدىمكى زامانىدىكى ماتېماتىكا كىتابى. ئۇنىڭدىكى «ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلى» دىن پايدىلىنىپمۇ ئىككى ساننىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى تاپقىلى بولىدۇ.

كىتابتا ئوتتۇرىغا قويۇلغان «ئارقىمۇ ئارقا ئېلىش ئۇسۇلى» نى ھازىرقى زامان تىلى بىلەن بايان قىلساق تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

بىرىنچى باسقۇچتا، خالىغانچە بېرىلگەن ئىككى مۇسبەت پۈتۈن ساننىڭ ھەر ئىككىسىنىڭ جۈپ سان بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر شۇنداق بولسا، ئۇلارنى 2 گە قىسقارتىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، ئىككىنچى باسقۇچنى ئىجرا قىلىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، چوڭراق ساندىن كىچىكرەك ساننى ئېلىپ، ئاندىن كېلىپ چىققان ئايرىما بىلەن كىچىكرەك ساننى سېلىشتۇرىمىز ھەمدە بۇلارنىڭ ئىچىدىكى چوڭ ساندىن كىچىك ساننى ئالىمىز. بۇ مەشغۇلاتنى تاكى كېلىپ چىققان سانلار ئۆزئارا تەڭ بولغانغا قەدەر داۋاملاشتۇرساق، ئاخىرىدا كېلىپ چىققان سان (يەنى ئاخىرىدىكى تەڭ سانلار) ياكى بۇ سان بىلەن بىرىنچى باسقۇچتىكى قىسقارتقۇچى ساننىڭ كۆپەيتمىسى تاپماقچى بولغان ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچى بولىدۇ.

«توققۇز بابلىق ھېساب» قا 246 ماتېماتىكا مەسىلىسى ۋە ئۇلارنى يېشىش ئۇسۇلى كىرگۈزۈلگەن بولۇپ، ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا دالانى ئۆلچەش، تۈرلۈك مىقدارلار ئوتتۇرىسىدىكى مۇناسىۋەت، دەرىجىلەپ بۆلۈش، قائىدە، خىزمەت باھاسى، تاناسىپلىق بۆلۈش، ئارتۇق ۋە كەملىك، ئۇسۇل (تەڭلىمە) ۋە گوگو قاتارلىق توققۇز بابقا ئايرىلغان. «ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلى» دالانى ئۆلچەش بابىدا بايان قىلىنغان.

تۆۋەندە بۇ ئالگورىزمنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

1 ـ مىسال. 98 بىلەن 63 نىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تاپايلى.

يېشىش: 2.3.1 ـ رەسىمدىكىدەك، 63 جۈپ سان بولمىغانلىقتىن، 98 بىلەن 63 ئىچىدىكى چوڭ ساندىن كىچىك ساننى ئالساق ھەمدە ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللانساق:

$$
\begin{aligned}
98-63&=35\\
63-35&=28\\
35-28&=7\\
28-7&=21\\
21-7&=14\\
14-7&=7
\end{aligned}
$$

2.3.1 ـ رەسىم

شۇڭا، 98 بىلەن 63 نىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسى 7 گە تەڭ بولىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلى بىلەن ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىنى سېلىشتۇرۇڭ، نېمىنى بايقىدىڭىز؟ ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلىغا ئاساسەن پروگرامما لايىھەلەپ، ئىككى مۇسبەت پۈتۈن سانىنىڭ ئەڭ چوڭ ئورتاق بۆلگۈچىسىنى تاپالامسىز؟

2 ـ ئۆرنەك مىسال. چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمى

كۆپ ئەزالىق $f(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ نىڭ $x=5$ بولغاندىكى قىممىتىنى قانداق تېپىش كېرەك؟

ئادەتتىكى ئۇسۇلدا، 5 نى كۆپ ئەزالىق $f(x)$ كە قويۇپ، ھەرقايسى ئەزالارنىڭ قىممىتىنى ھېسابلاپ، ئاندىن ئۇلارنى قوشساق بولىدۇ. بۇ چاغدا بىز جەمئىي $1+2+3+4=10$ قېتىم كۆپەيتىش ئەمەلى ۋە 5 قېتىم قوشۇش ئەمەلى بېجىرگەن بولىمىز.

يەنە بىر ئۇسۇلدا، ئالدى بىلەن x^2 نىڭ قىممىتىنى ھېسابلاپ، ئاندىن تەرتىپ بويىچە $x^2\cdot x$، $(x^2\cdot x)\cdot x$، $((x^2\cdot x)\cdot x)\cdot x$ نىڭ قىممىتىنى ھېسابلايمىز، بۇنداق بولغاندا ھەر قېتىمدا ئالدىنقى قېتىملىق ھېسابلاشنىڭ نەتىجىسىدىن پايدىلىنىشقا بولىدۇ. شۇڭا، بۇ چاغدا بىز جەمئىي 4 قېتىم كۆپەيتىش ئەمەلى، 5 قېتىم بۆلۈش ئەمەلى بېجىرگەن بولىمىز.

بىرىنچى خىل ئۇسۇلغا سېلىشتۇرغاندا، ئىككىنچى خىل ئۇسۇلدا كۆپەيتىش ئەمەلىنى ھېسابلاش قېتىم سانى ئازايغان، شۇڭا، بۇ ئارقىلىق ھېسابلاش ئۈنۈمىنى يۇقىرى كۆتۈرگىلى بولىدۇ. كومپيۇتېردا بىر قېتىملىق كۆپەيتىش ئەمەلىنى ھېسابلاش ئۈچۈن كېتىدىغان ۋاقىت بىر قېتىملىق قوشۇش ئەمەلىنى ھېسابلىغاندىكىگە قارىغاندا خېلىلا كۆپ بولىدۇ، شۇڭا، ئىككىنچى خىل ئۇسۇلنى قوللانغاندا، كومپيۇتېر نەتىجىگە تېخىمۇ تېز ئېرىشەلەيدۇ.

تېخىمۇ ئۈنۈملۈك ئالگورىزىم بارمۇ؟ ئېلىمىزنىڭ جەنۇبىي سۇڭ سۇلالىسى دەۋرىدىكى ماتېماتىكا ئالىمى چىن جيۇشاۋ (تەخمىنەن 1202 — 1261) ئۆزىنىڭ «توققۇز بابلىق ماتېماتىكا كىتابى» دېگەن ئەسىرىدە تۆۋەندىكىدەك ئالگورىزىمنى ئوتتۇرىغا قويغان.

n ىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىق $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ نى تۆۋەندىكى كۆرۈنۈشتە يېزىشقا بولىدۇ:

$$
\begin{aligned}
f(x)&=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0\\
&=(a_nx^{n-1}+a_{n-1}x^{n-2}+\cdots+a_1)x+a_0\\
&=((a_nx^{n-2}+a_{n-1}x^{n-3}+\cdots+a_2)x+a_1)x+a_0\\
&=\cdots\\
&=(\cdots((a_nx+a_{n-1})x+a_{n-2})x+\cdots+a_1)x+a_0.
\end{aligned}
$$

كۆپ ئەزالىقنىڭ قىممىتىنى تېپىشتا، ئالدى بىلەن ئەڭ ئىچكى تىرناقتىكى بىرىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىقنىڭ قىممىتىنى ھېسابلايمىز، يەنى:

$$v_1=a_nx+a_{n-1},$$

ئاندىن ئىچتىن سىرتقا قاراپ بىرىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىقلارنىڭ قىممىتىنى بىر ـ بىرلەپ ھېسابلايمىز، يەنى:

$$v_2=v_1x+a_{n-2},$$

$$v_3=v_2x+a_{n-3},$$

...

$$v_n = v_{n-1}x + a_0.$$

شۇنداق قىلىپ، n ىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىق $f(x)$ نىڭ قىممىتىنى تېپىش n دانە بىرىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىقنىڭ قىممىتىنى تېپىشقا ئايلىنىدۇ.

يۇقىرىدىكى ئۇسۇل **چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمى** دەپ ئاتىلىدۇ. بۇ ئالگورىزم هازىرمۇ كۆپ ئەزالىقلارنىڭ قىممىتىنى تېپىشتىكى بىرقەدەر ئىلغار ئالگورىزم هېسابلىنىدۇ.

2 ـ مىسال. 5 ىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىق

$$f(x) = 5x^5 + 2x^4 + 3.5x^3 - 2.6x^2 + 1.7x - 0.8$$

بېرىلگەن، بۇ كۆپ ئەزالىقنىڭ $x=5$ بولغاندىكى قىممىتىنى چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىدىن پايدىلىنىپ تاپايلى.

يېشىش: چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىغا ئاساسەن، بۇ كۆپ ئەزالىقنى تۆۋەندىكى كۆرۈنۈشتە يېزىۋالىمىز:

$$f(x) = ((((5x+2)x+3.5)x-2.6)x+1.7)x-0.8.$$

بىرىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىقنىڭ $x=5$ بولغاندىكى قىممىتىنى ئىچتىن سىرتقا بولغان تەرتىپ بويىچە هېسابلىساق:

$v_0 = 5$;

$v_1 = 5 \times 5 + 2 = 27$;

$v_2 = 27 \times 5 + 3.5 = 138.5$;

$v_3 = 138.5 \times 5 - 2.6 = 689.9$;

$v_4 = 689.9 \times 5 + 1.7 = 3451.2$;

$v_5 = 3451.2 \times 5 - 0.8 = 17255.2$.

شۇڭا، $x=5$ بولغاندا، كۆپ ئەزالىقنىڭ قىممىتى 17255.2 گە تەڭ بولىدۇ.

مۇلاهىزە ؟

n ىنچى دەرىجىلىك كۆپ ئەزالىق $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$ نىڭ $x = x_0$ (x_0 خالىغان هەقىقي سان) بولغاندىكى قىممىتىنى چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىدىن پايدىلىنىپ تېپىشتا، قانچە قېتىم كۆپەيتىش ئەملى، قانچە قېتىم قوشۇش ئەملى بېجىرىشكە توغرا كېلىدۇ؟

هېسابلاش سۈرئىتىنىڭ تېز بولۇشى كومپيۇتېرنىڭ گەۋدىلىك بىر ئالاهىدىلىكى بولسىمۇ، هېسابلاش قېتىم سانى يەنىلا ئالگورىزمنىڭ ياخشى ـ ناچار بولۇشىنىڭ مۇهىم بەلگىسى هېسابلىنىدۇ. ئەگەر تۈزمەكچى بولغان ئالگورىزمدا نەزەرىيە جەهەتتە هېسابلاش قېتىم سانى كومپيۇتېردا يول قويۇلىدىغان دائىرىدىن ئېشىپ كەتسە، ئۇ هالدا بۇنداق ئالگورىزم پەقەت بىر نەزەرىيىۋى ئالگورىزم بولۇپ قالىدۇ. ئېيتىشلارغا قارىغاندا، بىر مەيدان شاهمات ئويۇنى ئويناشتا تەخمىنەن 10^{100} خىل مېڭىش ئۇسۇلى بار ئىكەن، بۇ سان پۈتكۈل كائىناتتىكى ئاتوم سانىدىنمۇ كۆپ. شۇڭا، ساناش ئۇسۇلى ئارقىلىق شاهمات ئويناشتىكى مۇمكىن بولغان بارلىق مېڭىش ئۇسۇللىرىنى بىر ـ بىرلەپ كۆرسىتىپ بېرىشنىڭ ئالگورىزمىنى مەڭگۈ تۈزۈپ چىققىلى بولمايدۇ.

ئالگورىزم تەهلىلى:

چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىدىكى n دانە بىرىنچى دەرىجىلىك ئىپادىنى كۆزىتىش ئارقىلىق، v_k نى

ھېسابلاشتا v_{k-1} نىڭ قىممىتى لازىم بولىدىغانلىقىنى بىلەلەيمىز. $v_0=a_n$ دەپ ئالساق، تۆۋەندىكى فورمۇلا كېلىپ چىقىدۇ:

$$\begin{cases} v_0 = a_n, \\ v_k = v_{k-1}x + a_{n-k} \ (k=1,2,\cdots,n). \end{cases}$$

بۇ، چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىدا تەكرار ئىجرا قىلىنىدىغان باسقۇچ بولغانلىقتىن، ئۇنى دەۋرىي قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ ئەمەلگە ئاشۇرغىلى بولىدۇ.

ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بىرىنچى باسقۇچتا، كۆپ ئەزالىقنىڭ دەرىجىسى n، ئەڭ يۇقىرى دەرىجىلىك ئەزاسىنىڭ كوئېففىتسېنتى a_n ۋە x نىڭ قىممىتىنى كىرگۈزىمىز.

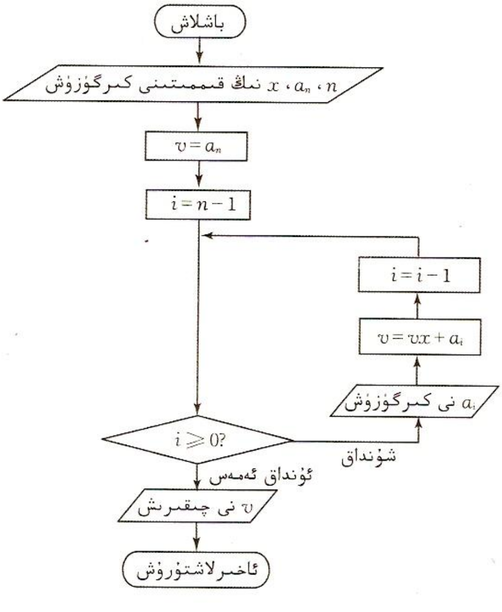
ئىككىنچى باسقۇچتا، v نىڭ قىممىتىنى دەسلەپكى ھالەت a_n غا، i نىڭ قىممىتىنى دەسلەپكى ھالەت $n-1$ گە كەلتۈرىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، i ىنچى دەرىجىلىك ئەزانىڭ كوئېففىتسېنتى a_i نى كىرگۈزىمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، $v=vx+a_i$، $i=i-1$.

بەشىنچى باسقۇچتا، i نىڭ 0 دىن چوڭ ياكى ئۇنىڭغا تەڭ بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر شۇنداق بولسا، ئۈچىنچى باسقۇچقا قايتىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، كۆپ ئەزالىقنىڭ قىممىتى v نى چىقىرىمىز.

پروگراما سخېمىسى:



3.3.1 ـ رەسىم

پروگرامما:

```
INPUT  " n=" ; n
INPUT  " an=" ; a
INPUT  " x=" ; x
v=a
i=n-1
WHILE i >=0
  PRINT  " i=" ;i
  INPUT  " ai=" ;a
  v=v*x+a
  i=i-1
WEND
PRINT v
END
```

3 - ئۆرنەك مىسال. خانا سىستېمىسى

خانا سىستېمىسى كىشىلەر سان ساناش ۋە ھېسابلاشقا ئاسان بولسۇن ئۈچۈن بەلگىلىۋالغان سان خاتىرىلەش سىستېمىسىدۇر. مەسىلەن، ئىككىگە توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىرنى قوشۇش ئىككىلىك سىستېما؛ ئونغا توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىرنى قوشۇش ئونلۇق سىستېما؛ ئون ئىككىگە توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىرنى قوشۇش ئون ئىككىلىك سىستېما؛ ئاتمىشقا توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىرنى قوشۇش ئاتمىشلىك سىستېما بولىدۇ ۋە باشقىلار. باشقىچە ئېيتقاندا، خانا سىستېمىسىنىڭ قانچىلىك سىستېما بولۇشى «قانچىگە توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىر قوشۇلىدىغانلىقى» تەرىپىدىن بەلگىلىنىدۇ، خانا سىستېمىسى قانچىلىك سىستېما بولسا، ئۇنىڭ **كاردىنال (ئاساس) سانى**❶ شۇنچە بولىدۇ.

❶ كاردىنال (ئاساس) سانلارنىڭ ھەممىسى 1 دىن چوڭ پۈتۈن سان بولىدۇ.

كۈندىلىك تۇرمۇشتا، بىزگە ئەڭ تونۇشلۇق ھەم ئەڭ كۆپ قوللىنىلىدىغىنى ئونلۇق سىستېمىسىدۇر، ئېيتىشلارغا قارىغاندا، بۇ قەدىمكى كىشىلەرنىڭ قول بارمىقى ئارقىلىق سان سانىغانلىقى بىلەن مۇناسىۋەتلىك ئىكەن. ئاسترونومىيىگە قىزىقىدىغان قەدىمكى كىشىلەر ئىلگىرى يەنە يەتتىلىك سىستېما، ئون ئىككىلىك سىستېما، ئاتمىشلىك سىستېمىلارنى قوللانغان، بۈگۈنگە قەدەر بىز يەنىلا بىر ھەپتە يەتتە كۈن، بىر يىل ئون ئىككى ئاي، بىر سائەت ئاتمىش مىنۇت دېگەن ۋاقىت ھېسابلاش ئۇسۇلىنى قوللىنىپ كېلىۋاتىمىز.

ئونلۇق سىستېمىدا 0 ~ 9 غىچە بولغان ئون رەقەم ئىشلىتىلىدۇ. سان سانىغاندا، بىرنەچچە رەقەم بىر قاتار قىلىپ تىزىلىدۇ. ئوڭدىن باشلىغاندىكى بىرىنچى خانا بىرلەر خانىسى بولۇپ، بىرلەر خانىسىدىكى رەقەم قانچە بولسا، ئۇ شۇنچە دانە بىرنى ئىپادىلەيدۇ؛ ئىككىنچى خانا ئونلار خانىسى بولۇپ، ئونلار خانىسىدىكى رەقەم قانچە بولسا، ئۇ شۇنچە دانە ئوننى ئىپادىلەيدۇ؛ ئاندىن تەرتىپ بويىچە يۈزلەر خانىسى، مىڭلار خانىسى، ئون مىڭلار خانىسى ... دەپ داۋاملىشىدۇ.

مەسىلەن، ئونلۇق سىستېما بويىچە يېزىلغان سان 3721 دىكى 3 بولسا 3 دانە مىڭنى، 7 بولسا 7

دانه يۈزنى، 2 بولسا 2 دانه ئونى، 1 بولسا 1 دانه بىرنى ئىپادىلەيدۇ. شۇنىڭ بىلەن بىز تۆۋەندىكىدەك ئىپادىگە ئىگە بولىمىز:

$$3\,721=3\times10^3+7\times10^2+2\times10^1+1\times10^0.$$

ئونلۇق سىستېمىدىكىگە ئوخشاش، باشقا خانا سىستېمىلىرىدىمۇ سان ساناشنى ئورۇن پرىنسىپى بويىچە ئېلىپ بېرىشقا بولىدۇ. ھەربىر خىل خانا سىستېمىسىنىڭ كاردىنال سانى ئوخشاش بولمىغانلىقتىن، ئىشلىتىلگەن رەقەملەرنىڭ سانىمۇ ئوخشاش بولمايدۇ. مەسىلەن، ئىككىلىك سىستېمىدا 0 ۋە 1 رەقىمىلا ئىشلىتىلىدۇ، يەتتىلىك سىستېمىدا 0 ~ 6 گىچە بولغان يەتتە رەقەملا ئىشلىتىلىدۇ.

ئوخشاش بولمىغان خانا سىستېمىلىرىنى پەرقلەندۈرۈش ئۈچۈن، ئادەتتە ساننىڭ ئوڭ تۆۋەن بۇرجىكىگە ئاساس سان يېزىلىدۇ، مەسىلەن، ئىككىلىك سىستېمىدىكى سان $10_{(2)}$، يەتتىلىك سىستېمىدىكى سان $260_{(7)}$ دېگەندەك. ئونلۇق سىستېمىدىكى سانلارنىڭ ئاساس سانى ئادەتتە يېزىلمايدۇ.

ئومۇمەن، k نى 1 دىن چوڭ پۈتۈن سان دېسەك، ئۇ ھالدا k نى كاردىنال سان قىلغان k لىك سىستېمىدىكى ساننى بىر قاتار رەقەم ئۆلاپ يېزىلغان كۆرۈنۈشتە ئىپادىلەشكە بولىدۇ:

$$a_na_{n-1}\cdots a_1a_{0(k)}\ (0<a_n<k,\ 0\leqslant a_{n-1},\ \cdots,\ a_1,\ a_0<k).$$

باشقا خانا سىستېمىسىدىكى سانلارنىمۇ ئوخشاش بولمىغان خانىلاردىكى رەقەم بىلەن كاردىنال سان دەرىجىسىنىڭ كۆپەيتمىلىرىنىڭ يىغىندىسى كۆرۈنۈشىدە ئىپادىلەشكە بولىدۇ. مەسىلەن:

$$110\,011_{(2)}=1\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0,$$
$$7\,342_{(8)}=7\times8^3+3\times8^2+4\times8^1+2\times8^0.$$

ئىزدىنىش

ئەگەر $a_na_{n-1}\cdots a_1a_{0(k)}$ بىر k لىك سىستېمىدىكى ساننى ئىپادىلىسە، ئۇنى ھەرقايسى خانىلاردىكى رەقەم بىلەن k نىڭ دەرىجىسىنىڭ كۆپەيتمىلىرى يىغىندىسى كۆرۈنۈشىدە يېزىڭ.

ئىككىلىك سىستېمىدا پەقەت 0 ۋە 1 رەقىمىلا ئىشلىتىلىدۇ، بۇ دەل توك يولىنىڭ ئۇلىنىشى ۋە ئۈزۈلۈشىدىن ئىبارەت ئىككى خىل ھالەت بىلەن ماس كېلىدۇ، شۇڭا، كومپيۇتېرنىڭ ئىچكى قىسمىدا ئىككىلىك سىستېما قوللىنىلىدۇ. كومپيۇتېر سانلار ئۈستىدە ھېسابلاش ئېلىپ بارغاندا، ئالدى بىلەن قوبۇل قىلغان ساننى ئىككىلىك سىستېمىدىكى سانغا ئايلاندۇرۇۋېلىپ ھېسابلاش ئېلىپ بارىدۇ، ئاندىن ھېسابلاش نەتىجىسىنى ئونلۇق سىستېمىدىكى سانغا ئايلاندۇرۇپ چىقىرىدۇ.

ئونلۇق سىستېمىدىكى سانلار بىلەن باشقا خانا سىستېمىسىدىكى سانلار ئارىسىدىكى ئۆزئارا ئايلاندۇرۇش قانداق ئېلىپ بېرىلىدۇ؟ تۆۋەندە بۇنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

3 - مىسال. ئىككىلىك سىستېمىدىكى سان $110\,011_{(2)}$ نى ئونلۇق سىستېمىدىكى سانغا ئايلاندۇرۇڭ.

تەھلىل: ئالدى بىلەن ئىككىلىك سىستېمىدىكى ساننى ئوخشاش بولمىغان خانىلاردىكى رەقەم بىلەن 2 نىڭ دەرىجىسىنىڭ كۆپەيتمىلىرى يىغىندىسى كۆرۈنۈشىدە يېزىۋېلىپ، ئاندىن ئونلۇق سىستېمىدىكى سانلارنىڭ ئەمەللەر قائىدىسى بويىچە نەتىجىنى ھېسابلاپ چىقىمىز.

يېشىش:

$$
\begin{aligned}
110\,011_{(2)} &= 1\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0\\
&=1\times32+1\times16+1\times2+1\\
&=51.
\end{aligned}
$$

مۇلاھىزە

باشقا خانا سىستېمىسىدىكى سانلارنى ئونلۇق سىستېمىدىكى سانلارغا ئايلاندۇرۇش ئۈچۈن، يۇقىرىدىكى ئالگورىزمنى قانداق ئۆزگەرتىش كېرەك؟

4 ـ مىسال. بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ، k لىك سىستېمىدىكى a سان (جەمئىي n خانىسى بار) نى ئونلۇق سىستېمىدىكى b سانغا ئايلاندۇرايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

3 ـ مىسالدىكى ھېسابلاش جەريانىدىن كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، k لىك سىستېمىدىكى a ساننىڭ ئوڭدىن سانىغاندىكى i ـ خانىسىدىكى رەقەم a_i بىلەن k^{i-1} نىڭ كۆپەيتمىسى $a_i\cdot k^{i-1}$ نى ھېسابلاپ، ئاندىن ئۇلارنى ئارقىمۇئارقا قوشۇش بىر تەكرار مەشغۇلات باسقۇچى ھېسابلىنىدۇ. شۇڭا، ئالگورىزمنى دەۋرىي قۇرۇلمىدىن پايدىلىنىپ ھاسىل قىلىشقا بولىدۇ.

ئالگورىزم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بىرىنچى باسقۇچتا، a، k ۋە n نىڭ قىممىتىنى كىرگۈزىمىز.

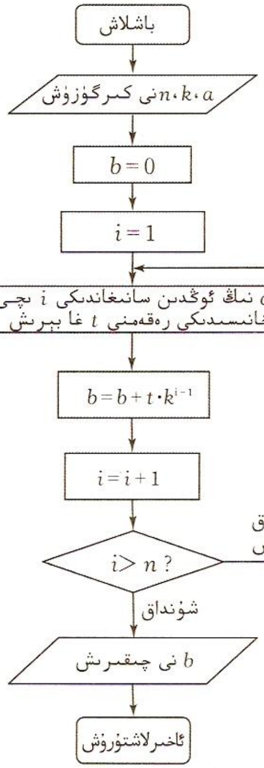
ئىككىنچى باسقۇچتا، b نىڭ قىممىتىنى دەسلەپكى ھالەت 0 گە، i نىڭ قىممىتىنى دەسلەپكى ھالەت 1 گە كەلتۈرىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، $b=b+a_i\cdot k^{i-1}$، $i=i+1$.

تۆتىنچى باسقۇچتا، $i>n$ نىڭ كۆچكە ئىگە بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىمىز. ئەگەر كۆچكە ئىگە بولسا، بەشىنچى باسقۇچنى ئىجرا قىلىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، ئۈچىنچى باسقۇچقا قايتىمىز.

بەشىنچى باسقۇچتا، b نىڭ قىممىتىنى چىقىرىمىز.

پروگرامما سخېمىسى:



4.3.1 ــ رەسىم

پروگرامما:

```
INPUT  " a, k, n=" ; a,  k,  n
b=0
i=1
t=a MOD 10
DO
  b=b+t*k^(i-1)
  a=a\10
  t=a MOD 10
  i=i+1
LOOP  UNTIL  i > n
PRINT  b
END
```

5 ـ مىسال. 89 نى ئىككىلىك سىستېمىدىكى سانغا ئايلاندۇرايلى.

يېشىش: ئىككىلىك سىستېمىنىڭ «ئىككىگە توشقاندا ئالدىنقى خانىغا بىرنى قوشۇش» پرىنسىپىغا ئاساسەن، 89 نى ياكى كېلىپ چىقىدىغان بۆلۈنمىنى 2 گە ئارقىمۇئارقا بۆلۈپ، ئاندىن قالدۇقنى ئالىمىز. كونكرېت ھېسابلاش ئۇسۇلى تۆۋەندىكىدەك:

$$\because \quad \begin{aligned} 89 &= 2\times 44+1,\\ 44 &= 2\times 22+0,\\ 22 &= 2\times 11+0,\\ 11 &= 2\times 5+1,\\ 5 &= 2\times 2+1,\\ 2 &= 2\times 1+0,\\ 1 &= 2\times 0+1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad 89 &= 2\times(2\times(2\times(2\times(2\times 2+1)+1)+0)+0)+1\\ &= 2\times(2\times(2\times(2\times(2^2+1)+1)+0)+0)+1\\ &= \cdots\\ &= 1\times 2^6+0\times 2^5+1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0\\ &= 1\,011\,001_{(2)}. \end{aligned}$$

بۇ خىل ئالگورىزم **2 گە بۆلۈپ قالدۇق ئېلىش ئۇسۇلى** دەپ ئاتىلىدۇ، ئۇنى تۆۋەندىكىدەك بۆلۈش ئىپادىسى بىلەن ئىپادىلىگىلىمۇ بولىدۇ:

		قالدۇق
2	89	
2	44	1
2	22	0
2	11	0
2	5	1
2	2	1
2	1	0
	0	1

يۇقىرىقى ئىپادىدىكى ھەرقايسى باسقۇچلاردا كېلىپ چىققان قالدۇقلارنى تۆۋەندىن يۇقىرىغا بولغان تەرتىپ بويىچە تىزساق، $89=1\,011\,001_{(2)}$ گە ئىگە بولىمىز.

يۇقىرىدىكى ئۇسۇلنى ئونلۇق سىستېمىدىكى سانلارنى k لىك سىستېمىدىكى سانلارغا ئايلاندۇرۇشنىڭ ئالگورىزمىغا كېڭەيتىشكە بولىدۇ، ئۇ **k گە بۆلۈپ قالدۇق ئېلىش ئۇسۇلى** دەپ ئاتىلىدۇ.

6 ـ مىسال. بىر پروگرامما لايىھىلەپ، «k گە بۆلۈپ قالدۇق ئېلىش ئۇسۇلى» نى ئەمەلگە ئاشۇرايلى.

ئالگورىزم تەھلىلى:

5 ـ مىسالدىكى ھېسابلاش جەريانىدىن تۆۋەندىكىدەك قانۇنىيەتنى كۆرۈۋالغىلى بولىدۇ:

ئەگەر ئونلۇق سىستېمىدىكى a ساننى k گە بۆلگەندىكى بۆلۈنمە q_0، قالدۇق r_0، يەنى $a=k\cdot q_0+r_0$ بولسا، ئۇ ھالدا r_0 دېگىنىمىز a نىڭ k لىك سىستېمىدىكى ئوڭدىن سانىغاندىكى 1 ـ خانىسىدىكى

رەقىمى بولىدۇ؛

ئەگەر q_0 نى k گە بۆلگەندىكى بۆلۈنمە q_1، قالدۇق r_1، يەنى $q_0=k\cdot q_1+r_1$ بولسا، ئۇ ھالدا r_1 دېگەنىمىز a نىڭ k لىك سىستېمىدىكى ئوڭدىن سانىغاندىكى 2 ـ خانىسىدىكى رەقىمى بولىدۇ؛

....

ئەگەر q_{n-1} نى k گە بۆلگەندىكى بۆلۈنمە 0، قالدۇق r_n، يەنى $q_{n-1}=r_n$ بولسا، ئۇ ھالدا r_n دېگىنىمىز a نىڭ k لىك سىستېمىدىكى سولدىن سانىغاندىكى بىرىنچى خانىسىدىكى رەقىمى بولىدۇ.

شۇنداق قىلىپ، تۆۋەندىكىدەك ئالگورىزىم باسقۇچلىرىغا ئىگە بولىمىز:

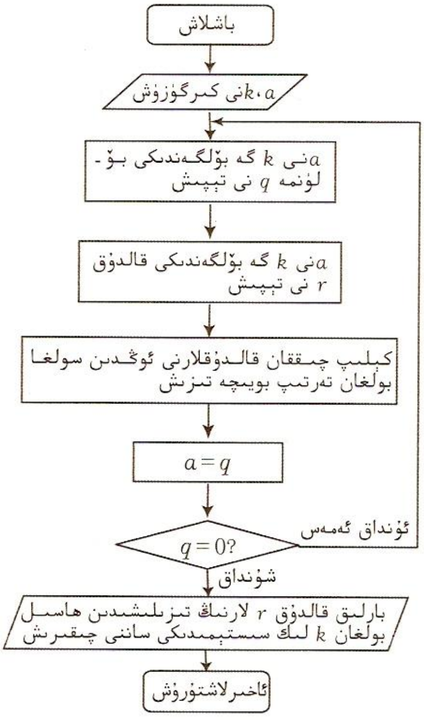
بىرىنچى باسقۇچتا، ئونلۇق سىستېمىدىكى مۇسبەت پۈتۈن سان a نى ۋە ئايلاندۇرۇلغاندىن كېيىنكى ساننىڭ كاردىنال سانى k نى بېكىتىۋالىمىز.

ئىككىنچى باسقۇچتا، a نى k گە بۆلگەندىكى بۆلۈنمە q، قالدۇق r نى تاپىمىز.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، كېلىپ چىققان قالدۇقلارنى ئوڭدىن سولغا بولغان تەرتىپ بويىچە تىزىمىز.

تۆتىنچى باسقۇچتا، ئەگەر $q\neq 0$ بولسا، ئۇ ھالدا $a=q$ بولۇپ، ئىككىنچى باسقۇچقا قايتىمىز؛ ئۇنداق بولمىسا، بارلىق قالدۇق r لارنى تىزىپ چىقارساق، k لىك سىستېمىدىكى سانغا ئېرىشىمىز.

پروگراما سخېمىسى:



5.3.1 ـ رەسىم

پروگرامما:

```
INPUT “ a, k=” ; a, k
b=0
i=0
DO
  q=a\k
  r=a  MOD k
  b=b+r*10^i
  i=i+1
  a=q
LOOP  UNTIL  q=0
PRINT  b
END
```

مەشىق

1. تۆۋەندە بېرىلگەن ھەربىر گورۇپپىدىكى ئىككى ساننىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تېپىڭ:

(1) 225, 135; (2) 98, 196; (3) 72, 168; (4) 153, 119.

2. 3.3.1 ـ رەسىمدە بېرىلگەن پروگرامما سخېمىسىدىكى باسقۇچلارغا ئاساسەن، كۆپ ئەزالىق

$$f(x)=0.83x^5+0.41x^4+0.16x^3+0.33x^2+0.5x+1$$

نىڭ $x=5$ بولغاندىكى قىممىتىنى تېپىڭ.

3. ئونلۇق سىستېمىدىكى سان 2008 نى «k گە بۆلۈپ قالدۇق ئېلىش ئۇسۇلى» دىن پايدىلىنىپ ئىككىلىك سىستېمىدىكى سان ۋە سەككىزلىك سىستېمىدىكى سانغا ئايلاندۇرۇڭ.

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى

«چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» چەمبەر تۇراقلىقىنى تېپىشتىكى بىر خىل ئالگورىزىم بولۇپ چەمبەر تۇراقلىقى چەمبەر ۋە شارغا ئائىت ھېسابلاش مەسىلىلىرىنى ھەل قىلىشتىكى ئىنتايىن مۇھىم بىر تۇراقلىق ساندۇر. قەدىمكى زاماندا، ھەرقايسى دۆلەت ماتېماتىكلىرى π نىڭ ئىمكانقەدەر توغرا تەقرىبىي قىممىتىنى تېپىشنى بىر مۇھىم تېما قىلغان. تارىختا π توغرىسىدا ئېلىپ بېرىلغان تەتقىقاتلار بىر دەۋر ياكى رايوننىڭ ماتېماتىكا ۋە ھېسابلاش تېخنىكىسىنىڭ تەرەققىيات سەۋىيىسىنى بەلگىلىك دەرىجىدە ئەكس ئەتتۈرگەن.

ئېلىمىزدە π نىڭ قىممىتى ئەڭ بۇرۇن 3 دەپ، يەنى «دىئامېتىرى 1 بولغان چەمبەرنىڭ ئايلانمىسى 3 بولىدۇ» دەپ ئېلىنغان. ئۇ چاغلاردا چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم ئالتە تەرەپلىكنىڭ ئايلانما ئۇزۇنلۇقى چەمبەرنىڭ ئايلانمىسى قىلىنىپ، شۇ ئارقىلىق چەمبەر تۇراقلىقى تېپىلغان.

263 ـ يىلى ئەتراپىدا، ئېلىمىزنىڭ ماتېماتىكا ئالىمى ليۇ خۇي چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىكنىڭ تەرەپ سانىنى چەكسىز كۆپەيتكەندە، كۆپ تەرەپلىكنىڭ يۈزى چەمبەرنىڭ يۈزىگە چەكسىز يېقىنلىشىدىغانلىقىنى بايقاپ، «مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىكنىڭ تەرەپلىرى قانچىكى ئۇششاق بۆلۈنسە، ئۇنىڭ يۈزى بىلەن چەمبەر يۈزىنىڭ پەرقى شۇنچە كىچىك بولىدۇ، بۇ خىل بۆلۈش تاكى يەنە بۆلگىلى بولمايدىغانغا قەدەر داۋاملاشتۇرۇلسا، مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىك بىلەن چەمبەر بىرلىشىپ كېتىدۇ» دېگەن قاراشنى ئوتتۇرىغا قويغان. يەنە بىر تەرەپتىن، چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىكنىڭ ھەربىر تەرىپىنىڭ سىرتىدا بىردىن قالدۇق رادىئۇس بولىدۇ، تەرەپ ئۇزۇنلۇقى بىلەن قالدۇق رادىئۇسنى كۆپەيتىپ، مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىكنىڭ يۈزىگە قوشقاندا، ئۇ چەمبەرنىڭ يۈزىدىن چوڭ بولىدۇ ـ دە، نەتىجىدە چەمبەر يۈزىنىڭ يۇقىرى چېكى ۋە تۆۋەن چېكىگە ئېرىشكىلى بولىدۇ. شۇنداق قىلىپ، ليۇخۇي ئەگرى سىزىقنىڭ ئورنىغا تۈز سىزىقنى دەسسىتىش، چەكسىز يېقىنلاشتۇرۇش، «ئىچى ـ سىرتىدىن ئارىغا ئېلىپ يېقىنلاشتۇرۇش» ئىدىيىسىنى قوللىنىپ، «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» نى ۋۇجۇدقا كەلتۈرگەن.

ليۇ خۇي ئېلىمىزنىڭ ۋېي ـ جىن سۇلالىلىرى دەۋرىدىكى ئاتاقلىق ماتېماتىكا ئالىمى، ئۇنىڭ «توققۇز بابلىق ھېسابقا ئىزاھ»، «دېڭىز ئارىلى ھېسابلاش دەستۇرى» قاتارلىق ئەسەرلىرى بار.

«چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» نىڭ كونكرېت باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بىرىنچى باسقۇچتا، رادىئۇسى 1 چى بولغان چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم ئالتە تەرەپلىكتىن باشلاپ، ئۇنىڭ يۈزى S_6 ھېسابلىنىدۇ.

ئىككىنچى باسقۇچتا، چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم كۆپ تەرەپلىكنىڭ تەرەپ

سانى ھەسسىلەپ ئاشۇرۇلۇپ، ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم ئون ئىككى تەرەپلىك، مۇنتىزىم يىگىرمە تۆت تەرەپلىك، مۇنتىزىم قىرىق سەككىز تەرەپلىك ... لەرنىڭ يۈزى ھېسابلىنىدۇ. تەرەپ سانى بەلگىلىك سان ($2m$ دەپ پەرەز قىلىنىدۇ) غا يەتكەندە، تەدرىجىي ئېشىپ بارىدىغان بىرقاتار سان S_6، S_{12}، S_{24}، ...، S_{2m} كېلىپ چىقىدۇ.

ئۈچىنچى باسقۇچتا، ئىككىنچى باسقۇچتىكى ھەرقايسى مۇنتىزىم n تەرەپلىكلەرنىڭ ھەربىر تەرىپىنىڭ سىرتىغا ئېگىزلىكى قالدۇق رادىئۇس (1 ـ رەسىمدىكى AB كېسىك) قا تەڭ بولغان تىك تۆتبۇلۇڭ سىزىپ، ئۇلارنىڭ يۈزى $2(S_{2n}-S_n)$ بىلەن ماس مۇنتىزىم n تەرەپلىكنىڭ يۈزى S_n نى ئۆزئارا قوشۇش ئارقىلىق $S_n+2(S_{2n}-S_n)$ كەلتۈرۈپ چىقىرىلىدۇ؛ شۇنىڭ بىلەن تەدرىجىي ئېشىپ بارىدىغان تۆۋەندىكى بىر قاتار سان بارلىققا كېلىدۇ: $S_{12}+(S_{12}-S_6)$، $S_{24}+(S_{24}-S_{12})$، $S_{48}+(S_{48}-S_{24})$، ...، $S_{2m}+(S_{2m}-S_m)$.

تۆتىنچى باسقۇچتا، $S_{\text{چەمبەر}}$ نىڭ تەقرىبىي قىممىتى $S_{2m}<S_{\text{چەمبەر}}<S_{2m}+(S_{2m}-S_m)$ غا ئاساسەن مۆلچەرلىنىپ، بۇ ئارقىلىق چەمبەر تۇراقلىقىنىڭ تەقرىبىي قىممىتى كەلتۈرۈپ چىقىرىلىدۇ.

π نىڭ قىممىتىنى «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» دىن پايدىلىنىپ نەزەرىيە جەھەتتىن خالىغان ئېنىقلىق دەرىجىسىگىچە ھېسابلىغىلى بولىدۇ. ليۇ خۇي 192 تەرەپلىككىچە ھېسابلاپ، چەمبەر تۇراقلىقىنىڭ ئونلۇق كەسىر چېكىتىدىن كېيىنكى ئىككىنچى خانىغىچە ئېنىقلىقتىكى تەقرىبىي قىممىتى 3.14 نى تېپىپ چىققان ۋە ئۇنى $\frac{157}{50}$ دىن ئىبارەت ئاددىي كەسىر كۆرۈنۈشىگە ئايلاندۇرغان، مانا بۇ، ئاتاقلىق «ليۇخۇي چەمبەر تۇراقلىقى». ئېلىمىزنىڭ جەنۇبىي ـ شىمالىي سۇلالىلەر دەۋرىدىكى ماتېماتىكا ئالىمى زۇ چۇڭجى ليۇخۇينىڭ «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» غا ۋارىسلىق قىلىپ ۋە ئۇنى تەرەققىي قىلدۇرۇپ، π نىڭ قىممەت دائىرىسى

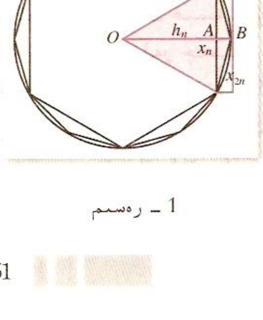
$$3141\,5926<\pi<3.141\,5927$$

بولىدىغانلىقىنى تاپقان. كېيىنكىلەر نوقۇل ھالدا «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» نى قوللانغاندا، چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم 12 288 تەرەپلىككىچە ھېسابلىغاندا ئاندىن بۇنداق ئېنىقلىقتىكى نەتىجىگە ئېرىشكىلى بولىدىغانلىقىنى ھېسابلاپ چىققان. بۇ شۇ دەۋردىكى ئەڭ ئېنىق چەمبەر تۇراقلىقى بولۇپ، دۇنيادا 1000 يىلدىن ئارتۇق ۋاقىت ئالدىنقى ئورۇندا تۇرۇپ كەلگەن.

❶ چەمبەر رادىئۇسىنى 1 دەپ بەلگىلەش ھېسابلاش نەتىجىسىگە تەسىر كۆرسىتەمدۇ؟

ھازىر چەمبەر تۇراقلىقىنى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ ھېسابلىيالايمىز. بۇنىڭ ئۈچۈن، ئالدى بىلەن چەمبەرگە ئىچتىن تېگىشكەن مۇنتىزىم ئالتە تەرەپلىك، مۇنتىزىم ئون ئىككى تەرەپلىك، مۇنتىزىم يىگىرمە تۆت تەرەپلىك .... لەرنىڭ يۈزلىرى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى تەھلىل قىلىپ، ئۇلارنىڭ تەدرىجىي ئېشىش قانۇنىيىتىنى تاپىمىز.

1 ـ رەسىمدىكىدەك، چەمبەرنىڭ رادىئۇسىنى 1❶، خوردا ـ مەركەز ئارىلىقىنى h_n، مۇنتىزىم n تەرەپلىكنىڭ تەرەپ ئۇزۇنلۇقىنى x_n، يۈزىنى S_n دەپ پەرەز قىلساق، گوگۇ تېئورېمىسىغا ئاساسەن:



1 ـ رەسىم

$$h_n=\sqrt{1-\left(\frac{x_n}{2}\right)^2}\ ,\ x_{2n}=\sqrt{\left(\frac{x_n}{2}\right)^2+(1-h_{2n})^2}\ (n\geqslant 6).$$

ئاسانلا بىلىۋېلىشقا بولىدۇكى، $x_6=1$ بولىدۇ.

1 ـ رەسىمنى كۆزىتىش ئارقىلىق ئاسانلا بايقايمىزكى، مۇنتىزىم $2n$ تەرەپلىكنىڭ يۈزى مۇنتىزىم n تەرەپلىكنىڭ يۈزىگە n دانە تەڭ يانلىق ئۈچبۇلۇڭنىڭ يۈزىنى قوشقانغا تەڭ، يەنى:

$$S_{2n}=S_n+n\cdot\frac{1}{2}\cdot x_n(1-h_n)\quad(n\geqslant 6).$$

بۇ رېكۇررېنت فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ تۆۋەندىكىگە ئىگە بولىمىز:

مۇنتىزىم ئالتە تەرەپلىكنىڭ يۈزى $S_6=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}$؛

مۇنتىزىم ئون ئىككى تەرەپلىكنىڭ يۈزى $S_{12}=$ ____________؛

مۇنتىزىم يىگىرمە تۆت تەرەپلىكنىڭ يۈزى $S_{24}=$ ____________؛

……

چەمبەر رادىئۇسى 1 بولغاچقا، n نىڭ چوڭىيىشىغا ئەگىشىپ، S_{2n} نىڭ قىممىتى π غا ئۈزلۈكسىز يېقىنلىشىدۇ.

بىزگە مەلۇمكى، رېكۇررېنت فورمۇلىسىنى دەۋرىي قۇرۇلما بىلەن ئىپادىلەشكە بولىدۇ. شۇڭا، يۇقىرىدىكى باسقۇچلارنى تۆۋەندىكىدەك پروگراممىنى قىلىپ يېزىشقا بولىدۇ:

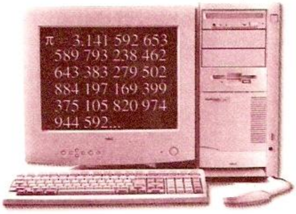
```
INPUT "n="; n
i=6
x=1
s=6*SQR(3)/4
WHILE  i<=n/2
  h=SQR(1-(x/2)^2)
  s=s+i*x*(1-h)/2
  x=SQR((x/2)^2+(1-h)^2)
  i=2*i
WEND
PRINT  n, s
END
```

بۇ پروگراممىدا، n نىڭ كىرگۈزۈلىدىغان قىممىتى قانداق شەرتنى قانائەتلەندۈرىدۇ؟

بۇ پروگراممىنى يەنىمۇ مۇكەممەللەشتۈرۈپ، «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» نى كومپيۇتېر پروگراممىسى قىلىپ تۈزەلەمسىز؟

كومپيۇتېرنىڭ ھېسابلاش سۈرئىتىنىڭ تېز تەرەققىي قىلىشىغا ئەگىشىپ، 1973 ـ يىلىغا كەلگەندە، كىشىلەر چەمبەر تۇراقلىقىنى ئونلۇق كەسىر چېكىتىدىن كېيىنكى 1 مىليون خانىغىچە ھېسابلاپ چىقتى، 1989 ـ يىلى 1 مىليارد خانا ئۆتكىلىنى بۆسۈپ ئۆتتى، 1999 ـ يىلى 206.1 مىليارد خانىدىن ئېشىپ كەتتى.

ھازىر، ماتېماتىكلار كۆڭۈل بۆلىدىغىنى رېكورتنى قانداق بۇزۇپ تاشلاپ، π نىڭ ئېنىقلىق دەرىجىسى تېخىمۇ يۇقىرى بولغان قىممىتىنى ھېسابلاپ چىقىش بولماستىن، بەلكى ئالگو-



رىزمدا قانداق بۆسۇش هاسىل قىلىپ، كومپيۇتېرنى π نىڭ قىممىتىنى تېخىمۇ ئۇنۇملۇك هېسابلايدىغان قىلىشتىن ئىبارەت.

نۆۋەتتە، گېئومېترىيە، دىففېرېنسىئال ـ ئىنتېگرال ۋە ئېھتىماللىق ساهەلىرىدە چەمبەر تۈراقلىقىنىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى تېپىشنىڭ ئالگورىزملىرى بار. بۇنىڭغا قىزىقىدىغان ساۋاقداشلار ئالاقىدار ماتېرىياللاردىن پايدىلانسا ياكى ئىنتېرنېت تورىدىن ئالاقىدار ئالگورىزملارنى ئىزدەپ كۆرسە بولىدۇ.

3.1 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. تۆۋەندە بېرىلگەن ھەربىر گۇرۇپپىدىكى ئىككى ساننىڭ ئەڭ چوڭ ئومۇمىي بۆلگۈچىسىنى ئارقىمۇئارقا بۆلۈش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تېپىڭ ھەمدە نەتىجىنى ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تەكشۈرۈڭ:

(1) 228, 1 995; (2) 5 280, 12 155.

2. كۆپ ئەزالىق

$$f(x) = 7x^7 + 6x^6 + 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x$$

نىڭ $x = 3$ بولغاندىكى قىممىتىنى چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمىدىن پايدىلىنىپ تېپىڭ.

3. تۆۋەندە بېرىلگەن خانا سىستېمىلىرى ئارىسىدىكى ئۆزئارا ئايلاندۇرۇشنى تاماملاڭ:

(1) $10\,212_{(3)} = \underline{\qquad}_{(10)}$; (2) $412_{(5)} = \underline{\qquad}_{(7)}$;

(3) $2\,376_{(8)} = \underline{\qquad}_{(10)}$; (4) $119_{(10)} = \underline{\qquad}_{(6)}$.

4. ئوقۇش ۋە مۇلاھىزىدىكى «چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى» نىڭ پروگراممىسىغا ئاساسەن پروگرامما سخېمىسىنى سىزىڭ.

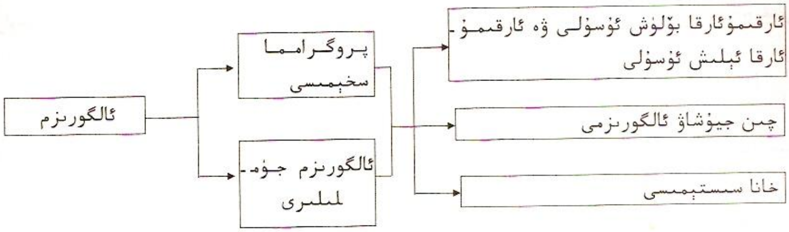
B گۇرۇپپا

1. بىر سىنىپتا 45 ئوقۇغۇچى بار. بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ، ھەربىر ئوقۇغۇچىنىڭ ماتېماتىكا نەتىجىسىنى كىرگۈزۈڭ، ئاندىن ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا ئىنتېرۋال [0, 60) [60, 80) [80, 100] ئىچىدىكى نەتىجىلەرنىڭ سانىنى ستاتىستىكىلاپ، ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىڭ، i نىچى ئوقۇغۇچىنىڭ نەتىجىسىنى $a(i)$ بىلەن ئىپادىلىسىڭىز بولىدۇ.

2. ئارقىمۇئارقا ئېلىش ئۇسۇلى، چىن جيۇشاۋ ئالگورىزمى ۋە چەمبەر كېسىش ئۇسۇلى جۇڭگونىڭ قەدىمكى زامان ماتېماتىكىسىدىكى مۇنەۋۋەر ئالگورىزملاردۇر. ماتېرىياللاردىن ئىزدەپ، جۇڭگونىڭ قەدىمكى زامان ماتېماتىكىسىدىكى باشقا ئالگورىزملارنى توپلاڭ.

خۇلاسە

I بۇ بابنىڭ بىلىم قۇرۇلمىسى



II ئەسلەش ۋە مۇلاھىزە

1. ئالگورىزم بىزگە گاھ تونۇشتەك، گاھ ناتونۇشتەك بىلىنىدىغان، شۇنداقلا ناھايىتى كېرەكلىك بولغان ماتېماتىكا بىلىمى بولۇپ، ئۇ كومپيۇتېر پېنى ۋە ماتېماتىكا ساھەسىدە مۇھىم ئورۇننى ئىگىلەيدۇ. ئالگورىزمنىڭ ئاساسىي ئىدىيىسى كۈندىلىك تۇرمۇشىمىزدا كۆپ لازىم بولىدۇ، ئالگورىزمنى ئۆگىنىشنىڭ ئېدىتلىق پىكىر يۈرگۈزۈش ۋە ئىپادىلەش قابىلىيىتىمىزنى تەرەققىي قىلدۇرۇشىمىزغا، لوگىكىلىق تەپەككۇر قابىلىيىتىمىزنى يۇقىرى كۆتۈرۈشىمىزگە كۆپ ياردىمى بولىدۇ. بۇ بابنى ئۆگەنگەندىن كېيىن، ئالگورىزمنىڭ مەنىسىنىڭ نېمە ئىكەنلىكى، ئۇنىڭ قانداق ئالاھىدىلىكلىرى بارلىقىنى ئېيتىپ بېرىڭ، مەلۇم خىل ئالگورىزمنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بىرنەچچە مەسىلىنى مىسال كەلتۈرۈڭ ھەمدە ئالگورىزمنى ئۆگەنگەندىكى تەسىراتىڭىزنى سۆزلەڭ.

2. ئالگورىزمنىڭ ئۈچ خىل ئاساسىي لوگىكىلىق قۇرۇلمىسى نېمە؟ ئۇلارنى ماس پروگرامما سخېمىسى بىلەن ئىپادىلەپ بېرەلەمسىز؟

3. بىز ئالگورىزمنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلالايمىز، ئۇنى پروگرامما سخېمىسى ئارقىلىقمۇ ئىپادىلىيەلەيمىز، يەنە ئالگورىزم جۈملىلىرىدىن پايدىلىنىپ پروگرامما تۈزۈپ، ئالگورىزمنى كومپيۇتېردا ئىجرا قىلالايمىز. تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىنغان ئالگورىزم باسقۇچلىرى، پروگرامما سخېمىسى ۋە پروگرامما ئوخشاش بولمىغان كۆرۈنۈشتىكى ئالگورىزملار بولۇپ، ئۇلار ئالگورىزمنىڭ تەدرىجىي «توغرىلىنىش» جەريانىنى نامايان قىلىدۇ. بىر ئالگورىزمنى تاماملاشنىڭ ئاساسىي باسقۇچلىرىنى ئېيتىپ بېرىڭ.

4. بۇ بابتا ئالگورىزمغا ئائىت 3 تىپىك ئۆرنەك مىسال تونۇشتۇرۇلدى، ئۇلارنىڭ ھەرقايسىسى قانداق ئالگورىزمنى ئۆز ئىچىگە ئالغانلىقىنى ئويلاپ بېقىڭ، بۇ 3 ئالگورىزمنىڭ قوللىنىلىشىغا دائىر بىردىن مىسال كەلتۈرۈڭ.

تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مىساللىرى

A گۇرۇپپا

1. پروگرامما سخېمىسى سىزىپ، كىرگۈزۈلگەن x نىڭ قىممىتىگە نىسبەتەن ماس y نىڭ قىممىتىنى چىقىرىڭ:

(1) $y=\begin{cases}0 & (x<0),\\ 1 & (0\leqslant x<1),\\ x & (x\geqslant 1);\end{cases}$　　(2) $y=\begin{cases}(x+2)^2 & (x<0),\\ 4 & (x=0),\\ (x-2)^2 & (x>1).\end{cases}$

2. ئۆزىڭىز سىزغان ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنىڭ يېشىمىنى تېپىشنىڭ پروگرامما سخېمىسىنى پروگرامما جۈملىسىگە ئايلاندۇرۇڭ.

3. مەلۇم شەھەردىكى مۇقىم تېلېفون (شەھەر ئىچى) نىڭ سۆزلىشىش ھەققى ئۆلچىمى مۇنداق: 3 مىنۇت ئىچىدە (3 مىنۇتنىمۇ ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ) 0.20 يۈەن ئېلىنىدۇ؛ 3 مىنۇتتىن ئېشىپ كەتكەن ھەر مىنۇتىغا (بىر مىنۇتقا توشمىسا بىر مىنۇت بويىچە ھېسابلىنىدۇ) 0.10 يۈەن ئېلىنىدۇ. بىر ئالگورىزىم لايىھىلەپ، سۆزلىشىش ۋاقتىغا ئاساسەن سۆزلىشىش ھەققىنى ھېسابلاڭ.

4. خالىغان مۇسبەت پۈتۈن سان n غا نىسبەتەن بىر پروگرامما سخېمىسى لايىھىلەپ، $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$ نىڭ قىممىتىنى تېپىڭ ھەمدە پروگراممىسىنى يېزىڭ.

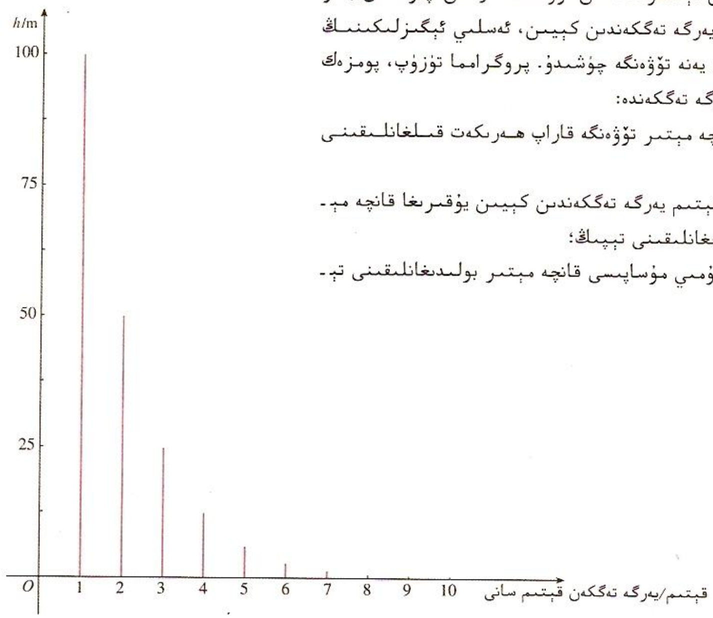
5. ئىككى خىل ئالگورىزىم لايىھىلەپ، كىرگۈزۈلگەن 10 سان ئىچىدىن ئەڭ چوڭ قىممەت ۋە ئەڭ كىچىك قىممەتنى تاللاڭ ھەمدە ئالگورىزىم باسقۇچلىرىنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىڭ.

6. 100m ئېگىزلىكتىن تۆۋەنگە ئەركىن چۈشكەن بىر توپ ھەر قېتىم يەرگە تەگكەندىن كېيىن، ئەسلىي ئېگىزلىكنىڭ يېرىمىغىچە قاڭقىپ يەنە تۆۋەنگە چۈشىدۇ. پروگرامما تۈزۈپ، توپ 10 - قېتىم يەرگە تەگكەندە:

(1) جەمئىي قانچە مېتىر تۆۋەنگە قاراپ ھەرىكەت قىلغانلىقىنى تېپىڭ؛

(2) 10 - قېتىم يەرگە تەگكەندىن كېيىن يۇقىرىغا قانچە مېتىر قاڭقىپ چىقىدىغانلىقىنى تېپىڭ؛

(3) باسقان ئومۇمىي مۇساپىسى قانچە مېتىر بولىدىغانلىقىنى تېپىڭ.



(6 ـ مىسال ئۈچۈن)

تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مەسىلىلىرى

A گۇرۇپپا

1. پروگرامما سخېمىسى سىزىپ، كىرگۈزۈلگەن x نىڭ قىممىتىگە نىسبەتەن ماس y نىڭ قىممىتىنى چىقىرىڭ:

(1) $y=\begin{cases}0 & (x<0),\\ 1 & (0\leqslant x<1),\\ x & (x\geqslant 1);\end{cases}$ (2) $y=\begin{cases}(x+2)^2 & (x<0),\\ 4 & (x=0),\\ (x-2)^2 & (x>1).\end{cases}$

2. ئۆزىڭىز سىزغان ئىككى نامەلۇملۇق بىرىنچى دەرىجىلىك تەڭلىمىلەر سىستېمىسىنىڭ يېشىمىنى تېپىشنىڭ پروگرامما سخېمىسىنى پروگرامما جۈملىسىگە ئايلاندۇرۇڭ.

3. مەلۇم شەھەردىكى مۇقىم تېلېفون (شەھەر ئىچى) نىڭ سۆزلىشىش ھەققى ئۆلچىمى مۇنداق: 3 مىنۇت ئىچىدە (3 مىنۇتنىمۇ ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ) 0.20 يۈەن ئېلىنىدۇ؛ 3 مىنۇتتىن ئېشىپ كەتكەن ھەر مىنۇتىغا (بىر مىنۇتقا توشمىسا بىر مىنۇت بويىچە ھېسابلىنىدۇ) 0.10 يۈەن ئېلىنىدۇ. بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ، سۆزلىشىش ۋاقتىغا ئاساسەن سۆزلىشىش ھەققىنى ھېسابلاڭ.

4. خالىغان مۇسبەت پۈتۈن سان n غا نىسبەتەن بىر پروگرامما سخېمىسى لايىھىلەپ، $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$ نىڭ قىممىتىنى تېپىڭ ھەمدە پروگراممىسىنى يېزىڭ.

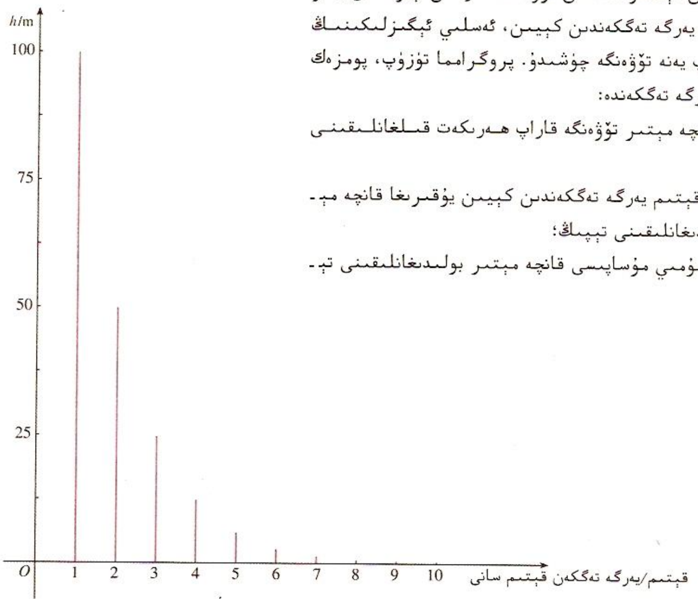
5. ئىككى خىل ئالگورىزم لايىھىلەپ، كىرگۈزۈلگەن 10 سان ئىچىدىن ئەڭ چوڭ قىممەت ۋە ئەڭ كىچىك قىممەتنى تاللاڭ ھەمدە ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىڭ.

6. 100m لىق ئېگىزلىكتىن تۆۋەنگە ئەركىن چۈشكەن بىر توپ ھەر قېتىم يەرگە تەگكەندىن كېيىن، ئەسلىي ئېگىزلىكنىڭ يېرىمىغىچە قاڭقىپ يەنە تۆۋەنگە چۈشىدۇ. پروگرامما تۈزۈپ، توپ 10 - قېتىم يەرگە تەگكەندە:

(1) جەمئىي قانچە مېتىر تۆۋەنگە قاراپ ھەرىكەت قىلغانلىقىنى تېپىڭ؛

(2) 10 - قېتىم يەرگە تەگكەندىن كېيىن يۇقىرىغا قانچە مېتىر قاڭقىپ چىقىدىغانلىقىنى تېپىڭ؛

(3) باسقان ئومۇمىي مۇساپىسى قانچە مېتىر بولىدىغانلىقىنى تېپىڭ.



(6 - مەسىلە ئۈچۈن)

B گۇرۇپپا

1. ئابونچى كىرگۈزگەن مۇسبەت پۈتۈن ساننى ماس ھەپتە كۈنگە ئايلاندۇرۇپ چىقىرىشنىڭ پروگراممىسىنى تۈزۈڭ. مەسىلەن، ئابونچى 3 نى كىرگۈزگەندە Wednesday (چارشەنبە) چىقىرىلىدۇ، 0 نى كىرگۈزگەندە Sunday (يەكشەنبە) چىقىرىلىدۇ؛ ئابونچى كىرگۈزگەن سان 6 دىن چوڭ بولغاندا، يۇقىرىقى مەشغۇلات بۇ ساننى 7 گە بۆلگەندىكى قالدۇقنى ئېلىش ئارقىلىق ئېلىپ بېرىلىدۇ.

2. پروگرامما سخېمىسىنى سىزىپ، تەڭلىمە $1.3x^3-26.013x^2+0.975x-19.50975=0$ نىڭ (20, 21) ئارىلىقىدىكى تەقرىبىي يىلتىزىنى ئىككىگە بۆلۈش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تېپىڭ (0.005 كىچە ئېنىقلىقتا).

3. بىر ئالگورىزم لايىھىلەپ، $n(n>2)$ خانىلىق مۇسبەت ساننىڭ قايتىما سان❶ بولۇش ـ بولماسلىقىغا ھۆكۈم قىلىڭ ھەمدە ئالگورىزم باسقۇچلىرىنى تەبىئىي تىل بىلەن بايان قىلىڭ.

❶ قايتىما سان دېگىنىمىز سولدىن ئوڭغا ۋە ئوڭدىن سولغا قاراپ ئوقۇغاندا ئوخشاش بولۇپ چىقىدىغان مۇسبەت پۈتۈن ساننى كۆرسىتىدۇ، مەسىلەن، 121، 676، 94249 دېگەندەك.

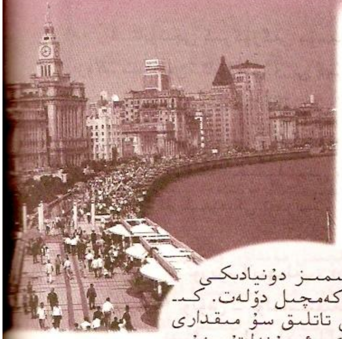
2 ـ باب.

ستاتىستىكا

1-2 تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش

2-2 ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەش

3-2 ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش (كوررېلاتسىيە) مۇناسىۋىتى



دۆلىتىمىز دۇنيادىكى 13 ـ سۇ كەمچىل دۆلەت. كىشى بېشى تاتلىق سۇ مىقدارى دۇنيادا 109 ـ ئورۇندا تۇرىدۇ.

بىز رەقەملەشكەن دەۋردە ياشاپ، ھەر ۋاقىت سانلىق مەلۇماتلار بىلەن ھەپىلىشىمىز. مەسىلەن، مەھسۇلاتلارنىڭ لاياقەتلىك بولۇش نىسبىتى، زىرائەتلەرنىڭ مەھسۇلات مىقدارى، تاۋارلارنىڭ سېتىلىش مىقدارى، ئۆز جايىنىڭ ھاۋا تېمپېراتۇرىسى، تەبىئىي بايلىقى، ئىشقا ئورۇنلىشىش ئەھۋالى، تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ كۆرۈش نىسبىتى قاتارلىقلار. بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ قانداق كەلگەنلىكىنى بىلەمسىز؟ ئەمەلىيەتتە، ئۇلار تەكشۈرۈش ئارقىلىق بارلىققا كېلىدۇ. ئۇنداق بولسا، تەكشۈرۈش قانداق ئېلىپ بېرىلىدۇ؟ تەكشۈرمەكچى بولغان ئوبيېكتقا قارىتا ئومۇميۈزلۈك تەكشۈرۈش ئېلىپ بېرىلامدۇ؟ مەسىلەن، بىر تۈركۈم ھېسابلىغۇچنىڭ ئىشلىتىلىش ئۆمرىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، ئۇلارنى بىر ـ بىرلەپ سىناپ بېقىش كېرەكمۇ؟ روشەنكى، بۇ مۇمكىن ئەمەس، شۇنداقلا ئۇنداق قىلىشنىڭ زۆرۈرىيىتىمۇ يوق. ئەمەلىيەت جەريانىدا، تەكشۈرمەكچى بولغان ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىكى يەككىلىكلەرنىڭ سانى كۆپ ھاللاردا ناھايىتى جىق بولىدۇ، ئۇنىڭ ئۈستىگە، نۇرغۇنلىغان تەكشۈرۈشلەر بۇزغۇنچىلىق خاراكتېرىگە ئىگە. شۇڭا، بىز ئادەتتە پەقەت ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىن بىر ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈپ، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئەھۋالىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق ئىگىلەيمىز. يەنىمۇ ئىلگىرىلەپ، چىقىمنى تېجەش نۇقتىسىدىن ئويلاشقاندا، ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەشنى بەلگىلىك توغرىلىق دەرىجىسىگە يەتكۈزۈش شەرتى ئاستىدا، ئەۋرىشكىدىكى يەككىلىكلەرنىڭ سانى قانچىكى ئاز بولسا شۇنچە ياخشى بولىدۇ. شۇنىڭ بىلەن، ئېلىنغان ئەۋرىشكە ئومۇمىي گەۋدىگە ھەقىقىي ۋەكىللىك قىلالايدىغان ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قانداق لايىھىلەش بىز كۆڭۈل بۆلىدىغان بىر ھالقىلىق مەسىلىگە ئايلىنىدۇ. بۇنداق دېيىشىمىزنىڭ سەۋەبى شۇكى، ئەگەر ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرى ياخشى بولمىسا، ئۇ ھالدا ئومۇمىي گەۋدىگە بولغان ھۆكۈمدە خاتالىق سادىر بولىدۇ.

ئۇنداق بولسا، ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىن ئەۋرىشكىنى قانداق ئېلىش كېرەك؟ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى قانداق ئىپادىلەش كېرەك؟ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى ئىچىدىن ئاساسىي ئۇچۇرلار (ئەۋرىشكىنىڭ تەقسىماتى، ئەۋرىشكىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكى قاتارلىقلار)نى قانداق ئېلىپ، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئەھۋالىغا ھۆكۈم قىلىش كېرەك؟ بۇلار دەل مۇشۇ بابتا تەتقىق قىلىپ ھەل قىلىنىدىغان مەسىلىلەردۇر.

2

مەملىكىتىمىزدە يەرنىڭ قۇملىشىش مەسىلىسى ئىنتايىن ئېغىر، مەملىكەت بويىچە قۇملۇققا ئايلانغان يەرنىڭ ئومۇمىي مەيدانى $1.74\times10^5km^2$ دىن ئېشىپ كېتىدۇ ھەمدە ئۇ يىلىغا تەخمىنەن $3.4\times10^3km^2$ لىق سۈرئەت بىلەن كېڭەيمەكتە.

بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ قانداق كەلگەنلىكىنى بىلەمسىز؟

1-2 تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش

بىز ئۇچراتقان نۇرغۇنلىغان مەسىلىلەرگە جاۋاب بېرىش ئۈچۈن، چوقۇم ئالاقىدار سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاش كېرەك. مەسىلەن، يېمەكلىك، ئىچىملىكلەردىكى مىكروبلار ئۆلچەمدىن ئېشىپ كەتتىمۇ ـ يوق، ھەر كۈنى شەھەردىكى ئەخلەتلەرنىڭ قانچىلىكى يىغىۋېلىنىدۇ، ئوقۇغۇچىلارنىڭ كۆرۈش ئەھۋالىغا تەسىر كۆرسىتىدىغان ئاساسلىق ئامىللار قايسىلار، ساۋاقداشلارنىڭ مەشغۇلات ۋاقتى قانداق ئورۇنلاشتۇرۇلغان، تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ مەلۇم بىر نومۇرىنىڭ كۆرۈش نىسبىتى قانچە، مەلۇم زاۋۇتنىڭ مەھسۇلاتلىرىنىڭ لاياقەتلىك بولۇش نىسبىتى قانچە ....، بۇ مەسىلىلەرنىڭ ھەممىسىگە سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاش ئارقىلىق جاۋاب بېرىشكە توغرا كېلىدۇ.

چىقىمنى تېجەش ۋاقىتىسىدىن ئويلاشقاندا، ئادەتتە ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىن بىر قىسىم يەككىلىككە دائىر سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاش ئارقىلىق يەكۈن چىقىرىلىدۇ، يەنى ئومۇمىي گەۋدىگە ئەۋرىشكە ئارقىلىق ھۆكۈم قىلىنىدۇ. شۇڭا، بىز ئالدى بىلەن توپلىماقچى بولغان سانلىق مەلۇماتلارنىڭ نېمە ئىكەنلىكىنى چوقۇم ئېنىق بىلىشىمىز كېرەك. مەسىلەن، يېمەكلىكلەرنىڭ سۈپىتىنى تەكشۈرۈشتە، بىر تۈركۈم خالىتىلىق كالا سۈتى (ئومۇمىي گەۋدە) دىكى مىكروبلارنىڭ ئۆلچەمدىن ئېشىپ كېتىش ئەھۋالىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، ئۇنىڭ ئىچىدىن تاسادىپىي ھالدا n دانە خالىتىلىق سۈتنى ئېلىپ، ھەربىر خالتا سۈتتىكى مىكروب مىقدارى a_i $(i=1,2,\cdots,n)$ نى ئۆلچەپ چىقىمىز. بۇ يەردىكى a_i $(i=1,2,\cdots,n)$ دەل بىز توپلىماقچى بولغان سانلىق مەلۇمات بولىدۇ. ئىككىنچىدىن، بىزنىڭ ئەۋرىشكىنى تەكشۈرۈشىمىزدىكى مەقسەت ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئەھۋالىنى ئىگىلەش ئۈچۈندۇر. يۇقىرىدىكى كالا سۈتىنىڭ سۈپىتىنى تەكشۈرۈشتە، بىزنىڭ مەقسىتىمىز شۇ بىر تۈركۈم كالا سۈتىدىكى مىكروبلارنىڭ ئۆلچەمدىن ئاشقان ـ ئاشمىغانلىقىنى ئىگىلەشتىن ئىبارەت، ئۇ ھەرگىز ئېلىنغان بىر قىسىم كالا سۈتىدىكى مىكروبلارنىڭ ئۆلچەمدىن ئاشقان ـ ئاشمىغانلىقىنى ئىگىلەش بىلەنلا چەكلىنىپ قالمايدۇ. شۇڭا، توپلىغان ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى ئومۇمىي گەۋدىنى ياخشى ئەكس ئەتتۈرۈپ بېرەلەيدىغان بولۇشى كېرەك، بۇ، ئەۋرىشكە ئارقىلىق ئومۇمىي گەۋدە ھەققىدە توغرا يەكۈن چىقىرىشتىكى ئالدىنقى شەرت. ئۈچىنچىدىن، قانداق قىلغاندا يۇقىرى سۈپەتلىك ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى توپلاشقا بولىدىغانلىقىنى بىلىۋېلىشىمىز كېرەك. بىزگە مەلۇمكى، بىر قازان شورپىنىڭ تەمىنى تېتىشتا، ئەگەر قازاندىكى شورپا تولۇق ئارىلاشتۇرۇلغان بولسا، پەقەت بىر قوشۇق تېتىپ كۆرسەكلا كۇپايە قىلىدۇ. شۇنىڭغا ئوخشاش، يۇقىرى سۈپەتلىك ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى «تەكشى ئارىلاشتۇرۇلغان» ئومۇمىي گەۋدىدىن كېلىدۇ. ئەگەر بىز ئامال قىلىپ ئومۇمىي گەۋدىنى «تەكشى ئارىلاشتۇرۇۋېتەلىسەك»، ئۇ ھالدا ئۇنىڭ ئىچىدىن خالىغان بىر قىسىم يەككىلىكنىڭ ئەۋرىشكىسىنى ئالساق، ئۇلار ئومۇمىي گەۋدە بىلەن ئاساسەن ئوخشاش بولغان ئۆزگىچىلىكلەرنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولىدۇ.

ئومۇمەن، ئەۋرىشكىنى ياخشى ۋەكىللىك خاراكتېرىگە ئىگە قىلىش ئۈچۈن، ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلىگەندىكى ئەڭ مۇھىم نۇقتا ئومۇمىي گەۋدىنى «تەكشى ئارىلاشتۇرۇپ»، ھەربىر يەككىلىكنى ئوخشاش ئېلىنىش پۇرسىتىگە ئىگە قىلىشتىن ئىبارەت. تۆۋەندە تونۇشتۇرۇلىدىغان ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇللىرى دەل مۇشۇ نۇقتىنى چىقىش قىلغان ھالدا لايىھىلەپ چىقىلغان.

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

بىر مەشھۇر مىسال

ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈشتە، ئەۋرىشكىنى تاللاش ئىنتايىن مۇھىم، ئەۋرىشكىنىڭ ئومۇمىي گەۋدىگە ۋەكىللىك قىلالىشى ياكى قىلالماسلىقى ستاتىستىكا نەتىجىسىنىڭ ئىشەنچلىكلىكىگە بىۋاستە تەسىر كۆرسىتىدۇ. تۆۋەندە بېرىلگىنى بىر قېتىملىق مەشھۇر مەغلۇبىيەتلىك ستاتىستىكا تەكشۈرۈشى بولۇپ، ئۇ ئەۋرىشكە ئېلىشتىكى تىتانىك ۋەقەسى دەپ ئاتىلىدۇ. بۇ مەغلۇبىيەتلىك ستاتىستىكا تەكشۈرۈشى بىزنىڭ نېمە ئۈچۈن بىر ياخشى ئەۋرىشكىنىڭ شۇنچىلىك مۇھىم بولىدىغانلىقىنى چۈشىنىۋېلىشىمىزغا ياردەم بېرىدۇ.

1936 ـ يىلىدىكى ئامېرىكا زۇڭتۇڭ سايلىمى ھارپىسىدا، بىر داڭلىق ژۇرنال (Literary Digest) نىڭ خىزمەتچى خادىملىرى بىر قېتىملىق ئەل رايىنى سىناش تەكشۈرۈشى ئېلىپ بېرىپ، لاندون (A.Landon) (ئەينى چاغدا كانساس شتاتىنىڭ باشلىقى ئىدى) بىلەن روزۋېلت (F.D.Roosevelt) (شۇ چاغدىكى زۇڭتۇڭ) نىڭ قايسىسى كېلەركى نۆۋەتلىك زۇڭتۇڭلۇققا سايلىنىدىغانلىقىنى تەكشۈرگەن. ئاممىنىڭ رايىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، تەكشۈرگۈچىلەر تېلېفون دەپتىرى ۋە ئاپتوموبىل تىزىملىتىش دەپتىرىدىكى ئىسىملىك بويىچە زور بىر تۈركۈم ئادەمگە تەكشۈرۈش جەدۋىلى ئەۋەتكەن (دىققەت: 1936 ـ يىلى ئاز ساندىكى باي كىشىلەرنىڭلا تېلېفونى ۋە ئاپتوموبىلى بار ئىدى). قايتۇرۇۋېلىنغان تەكشۈرۈش جەدۋەللىرىنى تەھلىل قىلىش نەتىجىسىدە لاندوننىڭ كۆپلىگەن كىشىلەر تەرىپىدىن قارشى ئېلىنىدىغانلىقى نامايان بولغان، شۇنىڭ بىلەن، بۇ ژۇرنال بۇ قېتىملىق زۇڭتۇڭ سايلىمىدا لاندون غەلىبە قىلىدۇ دەپ مۆلچەرلىگەن.

ئەمەلىيەتتىكى سايلام نەتىجىسى دەل ئۇنىڭ ئەكسىچە بولۇپ، ئەڭ ئاخىرىدا روزۋېلت سايلامدا غەلىبە قىلغان، ئۇنىڭ سانلىق مەلۇماتلىرى تۆۋەندىكىدەك:

بۇ مىسالدىكىگە ئوخشاش، ئاسانلا ئېرىشكىلى بولىدىغان ئەۋرىشكە قولايلىق ئەۋرىشكە دەپ ئاتىلىدۇ.

سايلام نەتىجىسى %	مۆلچەر نەتىجىسى %	نامزات
62	43	Roosevelt
38	57	Landon

مۇلاھىزە ؟

سىزنىڭچە مۆلچەر نەتىجىسىنىڭ خاتا بولۇشىدىكى سەۋەب نېمە؟

1-1-2 ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش

ئىزدىنىش

مەلۇم بىر يېمەكلىك دۇكىنىدىكى كىچىك بىر تۈركۈم بولاقلىق پېچىنىلەرنىڭ تازىلىق ئۆلچىمىگە يەتكەن - يەتمىگەنلىكىنى تەكشۈرۈشتە، ئەگەر سىز يېمەكلىكلەر تازىلىق خىزمەتچى خادىمى بولسىڭىز، قانداق تەكشۈرىسىز؟

روشەنكى، سىز ئۇلارنىڭ ئىچىدىن پەقەت بەلگىلىك مىقداردىكى پېچىنىنى ئېلىپ تەكشۈرۈش ئەۋرىشكىسى قىلىسىز (نېمە ئۈچۈن؟) ئۇنداق بولسا، ئەۋرىشكىنى قانداق ئېلىش كېرەك؟

ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلىگەندە، ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى ئويلاشقان شەرت ئاستىدا، ئىمكانقەدەر ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىنى ئاددىي ھەم ئاسانلاشتۇرۇشقا تىرىشىش كېرەك.

ئەۋرىشكە پېچىنىگە ئېرىشىشنىڭ بىر ئۇسۇلى مۇنداق: بۇ بىر تۈركۈم پېچىنىنى ئىچىدىكىنى كۆرگىلى بولمايدىغان بىر خالتىغا سېلىپ، تەكشى ئارىلاشتۇرغاندىن كېيىن، ئاندىن بولاقلىق پېچىنىلەرنى خالتىغا قايتۇرماي بىردىن ئالىمىز (بۇنداق بولغاندا ھەربىر بولاق پېچىنىنىڭ ئېلىنىش پۇرسىتىنىڭ تەڭ بولۇشىغا كاپالەتلىك قىلغىلى بولىدۇ)، شۇنىڭ بىلەن بىر ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكىگە ئىگە بولىمىز، ئۇنىڭغا ماس ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش بولىدۇ.

ئومۇمەن، N دانە يەككىلىكنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بىر ئومۇمىي گەۋدىدىن n $(n \leqslant N)$ دانە يەككىلىك قايتۇرۇلماي بىر - بىرلەپ ئېلىنىپ ئەۋرىشكە قىلىنىدۇ دەپ پەرەز قىلايلى، ئەگەر ھەر قېتىم ئالغاندا ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىكى ھەربىر يەككىلىكنىڭ ئېلىنىش پۇرسىتى ئۆزئارا تەڭ بولسا، بۇنداق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى **ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش** (simple random sampling) دەپ ئاتىلىدۇ.

ئەڭ كۆپ قوللىنىلىدىغان ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن چەك تارتىش ئۇسۇلى ۋە تاسادىپىي سانلار ئۇسۇلى دەپ ئىككى خىل ئۇسۇل بار.

(1) چەك تارتىش ئۇسۇلى

چەك تارتىش ئۇسۇلى كۆپچىلىككە ناھايىتى تونۇش، بەلكىم ئۆزۈڭلار ئويۇن ئوينىغاندا ياكى بىر قىسىم ئادەملەرنى تاللاپ مەلۇم پائالىيەتكە قاتناشتۇرۇشتا چەك تارتىش ئۇسۇلىنى قوللانغان بولۇشۇڭلار مۇمكىن. مەسىلەن، تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ 1 - يىللىق (2) سىنىپتا 45 نەپەر ئوقۇغۇچى بار، ھازىر ئۇلارنىڭ ئىچىدىن 8 نەپەر ئوقۇغۇچىنى تاللاپ بىر سۆھبەت يىغىنىغا قاتناشتۇرماقچى، ھەربىر ئوقۇغۇچىنىڭ تاللىنىش پۇرسىتى تەڭ. بىز 45 نەپەر ئوقۇغۇچىنىڭ ئوقۇغۇچىلىق نومۇرىنى كىچىك قەغەز پارچىلىرىغا يېزىپ، بۇ قەغەز پارچىلىرىنى غىجىملاپ كىچىك شارچە قىلىمىز ھەمدە بۇ شارچىلارنى ئىچىدىكىنى كۆرگىلى بولمايدىغان بىر خالتا ئىچىگە سېلىپ، تەكشى ئارىلاشتۇرىمىز، ئاندىن خالتا ئىچىدىن 8 دانە چەكنى بىر - بىرلەپ ئالساق، سۆھبەت يىغىنىغا قاتنىشىدىغان 8 نەپەر ئوقۇغۇچى بارلىققا كېلىدۇ.

ئومۇمەن، چەك تارتىش ئۇسۇلىدا، ئومۇمىي گەۋدىدىكى N دانە يەككىلىككە نومۇر قويۇپ، قويۇلغان نومۇرلارنى چەككە يازىمىز، ئاندىن چەكلەرنى بىر قاچىغا سېلىپ، تەكشى ئارىلاشتۇرغاندىن كېيىن، ھەر قېتىمدا قاچىدىن بىر چەكنى ئالىمىز، مۇشۇنداق ئۇدا n قېتىم ئالغاندىن كېيىن، سىغىمى n بولغان بىر ئەۋرىشكىگە ئىگە بولىمىز.

مۇلاھىزە

سىزنىڭچە چەك تارتىش ئۇسۇلىنىڭ قانداق ئارتۇقچىلىقى ۋە يېتەرسىز تەرىپى بار؟ ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى ناھايىتى كۆپ بولغاندا، چەك تارتىش ئۇسۇلىنى قوللىنىش قولايلىقمۇ؟

چەك تارتىش ئۇسۇلى ئاددىي ھەم ئاسان بولۇپ، ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى كۆپ بولمىغاندا، ئومۇمىي گەۋدىنى «تەكشى ئارىلاشتۇرۇلغان» ھالەتكە كەلتۈرۈش ئاسان بولىدۇ، بۇ چاغدا، ھەربىر يەككىلىكنىڭ ئېلىنىش پۇرسىتى تەڭ بولغانلىقتىن، بۇ ئارقىلىق ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىگە كاپالەتلىك قىلغىلى بولىدۇ. بىراق، ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى كۆپرەك بولغاندا، ئومۇمىي گەۋدىنى «تەكشى ئارىلاشتۇرۇلغان» ھالەتكە كەلتۈرۈش بىرقەدەر قىيىن بولىدۇ - دە، چەك تارتىش ئۇسۇلى ئارقىلىق ھاسىل قىلىنغان ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنىڭ ناچار بولۇش ئېھتىماللىقى ناھايىتى چوڭ بولىدۇ.

(2) تاسادىپىي سانلار ئۇسۇلى

تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىشتا، كۆپ قوللىنىلىدىغان يەنە بىر ئۇسۇل تاسادىپىي سانلار ئۇسۇلى بولۇپ، ئۇنىڭدا تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى، تاسادىپىي سانلار شىشخالى ياكى كومپيۇتېردا ھاسىل قىلىنغان تاسادىپىي سانلار ئارقىلىق ئەۋرىشكە ئېلىنىدۇ. بۇ يەردە پەقەت تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى ئۇسۇلىنى تونۇشتۇرۇپ ئۆتىمىز.

> ئىشلەپچىقىرىش ئەمەلىيىتىدە، كۆپ ھاللاردا زور بىر تۈركۈم خالتىلىق سۈت ئىچىدىن ئەۋرىشكە ئېلىنىدۇ، يەنى ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىكنىڭ سانى ناھايىتى چوڭ بولىدۇ. سىز ئەۋرىشكە ئېلىشنىڭ زۆرۈرلۈكىنى مۇشۇ مىسالدىن چىقىپ چۈشەندۈرۈپ بېرەلەمسىز؟

تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى 0، 1 ، 2 ، ...، 9 رەقەملىرىدىن تەركىب تاپىدۇ ھەمدە ھەربىر رەقەمنىڭ جەدۋەلدىكى ھەرقايسى ئورۇنلاردا كۆرۈلۈش پۇرسىتى ئوخشاش بولىدۇ (بۇ بابنىڭ ئاخىرىدا بېرىلگەن قوشۇمچە جەدۋەلگە قاراڭ).

ئەۋرىشكىنى تاسادىپىي سانلار جەدۋىلىدىن پايدىلىنىپ قانداق ھاسىل قىلىش كېرەك؟ بۇنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

مەلۇم شىركەت ئىشلەپچىقارغان 500 گراملىق خالتىلىق سۈت سۈپىتىنىڭ ئۆلچەمگە يەتكەن - يەتمىگەنلىكىنى ئېنىقلاش ئۈچۈن، 800 خالتا سۈت ئىچىدىن 60 خالتىسى ئېلىنىپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بېرىلدى دەپ پەرەز قىلايلى. تاسادىپىي سانلار جەدۋىلىدىن پايدىلىنىپ ئەۋرىشكە ئېلىشنى تۆۋەندىكىدەك باسقۇچلار بويىچە ئېلىشقا بولىدۇ:

بىرىنچى باسقۇچتا، ئالدى بىلەن 800 خالتا سۈتكە نومۇر قويىمىز، نومۇرنى 000، 001، ...، 799 دەپ قويساق بولىدۇ.

ئىككىنچى باسقۇچتا، تاسادىپىي سانلار جەدۋىلىدىن خالىغان بىر ساننى، مەسىلەن، 8 - قۇر 7 - ئىستوندىكى 7 نى تاللىۋالىمىز (چۈشەندۈرۈشكە قولايلىق بولسۇن ئۈچۈن، تۆۋەندە قوشۇمچە جەدۋەلنىڭ باش بېتىدىكى 6 ~ 10 - قۇرغىچە بولغان قىسمى ئېلىندى)

16 22 77 94 39 49 54 43 54 82 17 37 93 23 78 87 35 20 96 43 84 26 34 91 64
84 42 17 53 31 57 24 55 06 88 77 04 74 47 67 21 76 33 50 25 83 92 12 06 76
63 01 63 78 59 16 95 55 67 19 98 10 50 71 75 12 86 73 58 07 44 39 52 38 79
33 21 12 34 29 78 64 56 07 82 52 42 07 44 38 15 51 00 13 42 99 66 02 79 54
57 60 86 32 44 09 47 27 96 54 49 17 46 09 62 90 52 84 77 27 08 02 73 43 28

ئۈچىنچى باسقۇچتا، تاللىۋالغان 7 دىن باشلاپ ئوڭغا قاراپ ئوقۇساق (سولغا، يۇقىرىغا، تۆۋەنگە قاراپ ئوقۇساقمۇ بولىۋېرىدۇ)، بىر ئۈچ خانىلىق سان 785 كېلىپ چىقىدۇ. 799 > 785 بولغانلىقى نومۇر 785 نىڭ ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدە ئىكەنلىكىنى چۈشەندۈرۈپ بېرىدۇ، شۇڭا بۇ نومۇرنى ئالىمىز؛ داۋاملىق ئوڭغا قاراپ ئوقۇساق، 916 كېلىپ چىقىدۇ، 799 < 916 بولغانلىقتىن، بۇ نومۇرنى تاشلىۋېتىمىز. مۇشۇ بويىچە داۋاملىق ئوڭغا قاراپ ئوقۇپ، يەنە 567، 199، 507، ...، لەرنى ئالىمىز ھەمدە بۇ جەرياننى 60 دانە نومۇرنىڭ ھەممىسىنى ئېلىپ بولغىچە داۋاملاشتۇرىمىز. شۇنداق قىلىپ سىغىمى 60 بولغان ئەۋرىشكىگە ئىگە بولىمىز.

N=100 بولغاندا، ئايرىم - ئايرىم ھالدا 0، 3، 6 لەرنى باش نۇقتا قىلىپ ئومۇمىي گەۋدىگە نومۇر قويۇڭ، ئاندىن تاسادىپىي سانلار جەدۋىلىدىن پايدىلىنىپ 10 دانە نومۇر ئېلىڭ. 0 نى باش نۇقتا قىلىشىنىڭ ئومۇمىي گەۋدىگە نومۇر قويۇشتىكى پايدىلىق تەرەپلىرىنى ئېيتىپ بېرەلەمسىز؟

مەشىق

1. ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش بىلەن ئومۇميۈزلۈك تەكشۈرۈشنى سېلىشتۇرۇپ كۆرۈڭ ھەمدە ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈشنىڭ پايدىلىق تەرەپلىرىنى ۋە ئۇنىڭدا كۆرۈلۈشى مۇمكىن بولغان مەسىلىلەرنى ئېيتىپ بېرىڭ.

2. تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ 1 - يىللىقتىكى بارلىق ئوقۇغۇچىلار (450 نەپەر) ئىچىدىن 50 نەپەر ئوقۇغۇچىنى تاسادىپىي تاللاپ بىر پائالىيەتكە قاتناشتۇرماقچى. پائالىيەتكە قاتنىشىدىغان ئوقۇغۇچىلارنى ئايرىم - ئايرىم ھالدا چەك تارتىش ئۇسۇلى ۋە تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تاللاپ چىقىڭ ھەمدە تاللاش جەريانىنى يېزىڭ.

3. چەك تارتىش ئۇسۇلى ياكى تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئەۋرىشكە ئېلىشقا دائىر ئەمەلىي مىسالدىن بىرنەچچىنى كەلتۈرۈڭ. سىزنىڭچە چەك تارتىش ئۇسۇلىدا ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىگە قانداق كاپالەتلىك قىلغىلى بولىدۇ؟

4. سىزنىڭچە تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئەۋرىشكە ئېلىشنىڭ قانداق ئارتۇقچىلىقى ۋە يېتەرسىز تەرىپى بار؟

يۇقىرىقىلاردىن بىلىشكە بولىدۇكى، ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىشنىڭ ئاددىي ھەم ئەپچىل بولۇشتەك ئالاھىدىلىكلىرى بار، ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى كۆپ بولمىغان ئەھۋالدا ئۇ ئۈنۈملۈك ئۇسۇل ھېسابلىنىدۇ. بىراق، ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى ناھايىتى كۆپ بولغاندا، يەككىلىكلەرگە نومۇر قويۇشتىكى ئىش مىقدارى بەك چوڭ بولۇپ، تاسادىپىي سانلار ئۇسۇلىنى قوللىنىپ مەشغۇلات ئېلىپ بارغاندىمۇ يەنىلا تېز ۋە قۇلايلىق بولمايدۇ. ئۇنىڭ ئۈستىگە، «تەكشى ئارىلاشتۇرۇش»نى ئىشقا ئاشۇرۇشمۇ قىيىن بولۇپ، بۇ ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنىڭ ناچار بولۇشىنى ئاسانلا كەلتۈرۈپ چىقىرىدۇ. شۇڭا، مەشغۇلاتنىڭ تېز ۋە قۇلايلىق بولۇشى ئۈچۈن، ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى تۆۋەنلەتمىگەن شەرت ئاستىدا، تۆۋەندىكىدەك ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللانساق بولىدۇ.

2-1-2 سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش

ئىزدىنىش

مەلۇم مەكتەپ تولۇق ئوتتۇرا 1 ـ يىللىق ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ ئوقۇتقۇچىلارنىڭ ئوقۇتۇشىغا بولغان پىكىر ـ تەلەپلىرىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، 1 ـ يىللىقتىكى 500 ئوقۇغۇچى ئىچىدىن 50 ئوقۇغۇچىنى تاللاپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بارماقچى بولدى. ئەۋرىشكىگە ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئېگە بولۇشتىن سىرت، سىز يەنە باشقا ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇللىرىنى لايىھىلەپ چىقالامسىز؟

تۆۋەندىكىدەك ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ ئەۋرىشكە ئالىمىز: ئالدى بىلەن بۇ 500 ئوقۇغۇچىغا 1 دىن باشلاپ نومۇر قويىمىز. ئاندىن نومۇر تەرتىپى بويىچە بەلگىلىك ئارىلىق تاشلاپ نومۇر ئالىمىز. $\frac{500}{50}=10$ بولغانلىقتىن، بۇ ئارىلىقنى 10 قىلىپ بېكىتىشكە بولىدۇ، يەنى نومۇرى 1 ~ 10 غىچە بولغان بىرىنچى ئارىلىقتىن بىر نومۇرنى تاسادىپىي ئالىمىز. بۇ يەردە ئېلىنغان نومۇر 6 بولدى دەپ پەرەز قىلىپ، ئاندىن 6 دىن باشلاپ ھەر 10 نومۇر تاشلاپ بىر نومۇر ئالىمىز، بۇنىڭدىن تۆۋەندىكىگە ئېگە بولىمىز:

$$6,\ 16,\ 26,\ 36,\ \cdots,\ 496.$$

شۇنداق قىلىپ، سىغىمى 50 بولغان بىر ئەۋرىشكىگە ئېگە بولىمىز. بۇنداق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى **سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش** بولىدۇ (systematic sampling).

بۇ خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى بىلەن ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىشنى سېلىشتۇرۇپ كۆرۈڭ، سىزنىڭچە بۇ خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى يۇقىرى كۆتۈرەلەمدۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

ئومۇمەن، سىغىمى N بولغان ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىن سىغىمى n بولغان ئەۋرىشكە ئېلىشتا، سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىشنى تۆۋەندىكىدەك باسقۇچلار بويىچە ئېلىپ بېرىشقا بولىدۇ:

(1) ئالدى بىلەن ئومۇمىي گەۋدىدىكى N دانە يەككىلىككە نومۇر قويىمىز. بەزىدە يەككىلىكنىڭ ئۆزىدە بار نومۇرلاردىن بىۋاستە پايدىلىنىشقا بولىدۇ، مەسىلەن، ئوقۇغۇچىلىق نومۇرى، ئىمتىھان كىنىشكا نومۇرى، ئىشىك نومۇرى دېگەندەك؛

(2) بۆلەككە ئايرىش ئارىلىقى k نى بېكىتىپ، نومۇرلارنى بۆلەكلەرگە ئايرىيمىز. n (ئەۋرىشكە سىغىمى) $\frac{N}{n}$ پۈتۈن سان بولغاندا، $k=\frac{N}{n}$ دەپ ئالساق بولىدۇ؛

ئەگەر $\frac{N}{n}$ پۈتۈن سان بولمىسا، ئومۇمىي گەۋدىدىن بىرقانچە يەككىلىكنى تاسادىپىي چىقىرىۋېتىش ئارقىلىق، ئومۇمىي گەۋدىدە قېپقالغان يەككىلىكلەرنىڭ سانىنى ئەۋرىشكە سىغىمىغا پۈتۈن بۆلۈنىدىغان قىلىش كېرەك.

(3) بىرىنچى بۆلەكتە، بىرىنچى يەككىلىكنىڭ نومۇرى l $(l\leqslant k)$

نى ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ بەلگىلىۋالىمىز؛

(4) بەلگىلىك قائىدە بويىچە ئەۋرىشكە ئالىمىز. ئادەتتە l غا ئارىلىق k نى قوشۇپ ئىككىنچى يەككىلىكنىڭ نومۇرى $(l+k)$ غا، بۇنىڭغا يەنە k نى قوشۇپ ئۈچىنچى يەككىلىكنىڭ نومۇرى $(l+2k)$ غا ئېرىشىپ، بۇ جەرياننى مۇشۇ تەرتىپ بويىچە پۈتكۈل ئەۋرىشكىگە ئېرىشكەنگە قەدەر داۋاملاشتۇرىمىز.

مەشىق

1. سىزنىڭچە سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىشنىڭ قانداق ئارتۇقچىلىقى ۋە يېتەرسىز تەرىپى بار؟

2. مەلۇم مەكتەپتە جەمئىي 118 ئوقۇتقۇچى بار، غەربىي رايونلارنىڭ مائارىپ ئىشلىرىغا ياردەم بېرىش ئۈچۈن، بۇ ئوقۇتقۇچىلار ئىچىدىن 16 سىنى تاللاپ يازلىق تەتىللىك غەربىي رايون دەرس سۆزلەش ئۆمىكى تەشكىللىمەكچى. دەرس سۆزلەش ئۆمىكىدىكى ئەزالارنى سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تاللاپ چىقىڭ.

3. بىر ئادەم تۆۋەندىكىدەك ئۇسۇلنى ئوتتۇرىغا قويدى: مەن مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ كۆرۈش نىسبىتىنى كىملىك نومۇرى (18 خانىلىق نومۇر) دىن پايدىلىنىپ تەكشۈرۈپ چىقالايمەن، بۇنىڭ ئۈچۈن، 1 ~ 999 غىچە بولغان سانلار ئىچىدىن بىر تاسادىپىي سان ئالىمەن، بۇ ساننى 632 دېسەك، ئۇ ھالدا كىملىك نومۇرىنىڭ ئاخىرقى ئۈچ خانىسى 632 بولغان كۆرۈرمەن مەن تەكشۈرمەكچى بولغان ئوبيېكت بولىدۇ. سىزنىڭچە بۇنداق ئېلىنغان ئەۋرىشكە ۋەكىللىك خاراكتېرىگە ئىگىمۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

ئېلاندىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ئىشەنچلىكلىكى

بىز رەقەملەشكەن دەۋردە ياشاۋاتىمىز، خىلمۇخىل ستاتىستىكىلىق رەقەم ۋە جەدۋەل، دىئاگراممىلار ئاخبارات ۋاستىلىرىنى قاپلاپ كەتتى، رەقەملەر كىشىلەرگە بىۋاستە، كونكرېت تەسىر بېرىدىغانلىقى ئۈچۈن، سانلىق مەلۇمات ئارقىلىق تەشۋىقات ئېلىپ بېرىش نۇرغۇنلىغان ئېلانلاردا دائىم قوللىنىلىدىغان ئۇسۇلغا ئايلاندى. بىراق، ئېلانلاردىكى سانلىق مەلۇماتلار ئىشەنچلىكمۇ؟

ھەر خىل ئېلانلاردا، سىز دائىم دېگۈدەك «قۇلايلىق ئەۋرىشكە (يەنى ئەۋرىشكە ۋەكىللىك خاراكتېرىگە ئىگە ئەمەس)» دىن كەلتۈرۈپ چىقىرىلغان يەكۈنلەرنى ئۇچرىتىسىز. مەسىلەن، مەلۇم ئورۇقلىتىش دورىسىنىڭ ئېلانىدا ئۈنۈملۈك نىسبىتى 75% كە يېتىدۇ دېيىلگەن. بۇنداق ئېلانلارنى كۆرگەندە قانداق ئويغا كېلىسىز؟ ستاتىستىكىغا دائىر بۇ بىر قىسىم مەزمۇننى ئۆگەنگەندىن كېيىن، بۇ سانلىق مەلۇماتلار قانداق كېلىپ چىققان، بۇ دورا قانچىلىك ئادەمدە سىناق قىلىنغان، يەنى ئەۋرىشكىنىڭ سىغىمى قانچە، ئەۋرىشكە قانداق ئېلىنغان دېگەندەك سوئاللارنى ئوتتۇرىغا قويالامسىز؟ ئەگەر بۇ دورا پەقەت 4 ئادەمدىلا سىناق قىلىنغان بولسا، ئەۋرىشكە سىغىمى 4 بولىدۇ، بۇنداق كىچىك ئەۋرىشكە مىقدارى بىلەن ئومۇمىي گەۋدىگە

ھۆكۈم قىلىش ئىشەنچلىك ئەمەس.

«ھازىرقى زامان تەتقىقات نەتىجىلىرى شۇنى ئىسپاتلىدىكى، ئادەملەرنىڭ 99% تىن كۆپرەكى كانا بىلەن يۇقۇملانغان....» بۇ بىر پەرداز بۇيۇملىرى شىركىتىنىڭ ئېلانى. بۇنى بىرىنچى قېتىم ئاڭلىغان كىشى ئىختىيارسىز ھالدا ئۆزىنىڭ تېرىسىنى سىلاپ باقىدۇ، ھەتتا تېرىسىنىڭ ئاستىدا قۇرتلار مىدىرلاۋاتقاندەك سېزىم پەيدا بولۇپ، دەرھال بۇ دورىدىن سېتىۋېلىپ تېرىسىگە سۈرتۈش ئويىغا كېلىدۇ، ئېلاننىڭ قورقۇتۇش كۈچى نېمىدېگەن زور ـ ھە! بىراق، بۇ يەردىكى 99% قانداق كەلگەن؟ تەتقىقاتتا جەمئىي قانچە ئادەم تەكشۈرۈلگەن؟ بۇ ئادەملەر قانداق تاللانغان؟ ئەگەر تەكشۈرۈلگەن ئادەملەرنىڭ ھەممىسى دوختۇرخانىغا تېرە كېسەللىكىنى كۆرسەتكىلى بارغانلار بولسا، ئۇنداقتا بۇ سانلىق مەلۇماتلار ئادەتتىكى ئادەملەر توپىغا ئۇيغۇن كەلمەيدۇ.

مەلۇم پەرداز بۇيۇملىرىنىڭ ئېلانىدا مۇنداق دېيىلگەن: «ئۇ مەلۇم خىل تەركىبنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولۇپ، يۈزدىكى قۇرتلارنى ئۈزۈل ـ كېسىل يوقىتىدۇ، پەقەت 10 كۈندىلا تېرىنى ياخشىلايدۇ.» ئېلاندىكى رەقەم ناھايىتى ئېنىق بولسىمۇ، لېكىن «تېرىنى ياخشىلايدۇ» دېگىنى بەكلا مۇجمەل گەپ. بۇنداق رەقەمگە ئىشەنگىلى بولامدۇ؟ تەجرىبە قانداق تېرىدە ئېلىپ بېرىلغان؟ تەجرىبە قىلىنغان ئادەم سانى قانچە؟

شۇنىڭ ئۈچۈن، ئېلانلاردىكى سانلىق مەلۇماتلارنى كۆرگىنىمىزدە چوقۇم كۆپرەك سوئال قويۇشىمىز كېرەك.

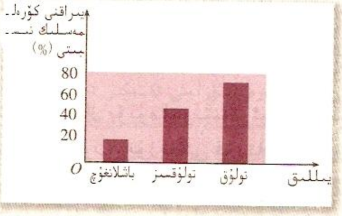
مۇلاھىزە ?

ھەر خىل ئاخبارات ۋاستىلىرىدىن بىر قىسىم ئېلانلارنى يىغىپ توپلاڭ ھەمدە ئۇلاردا دېيىلگەن سانلىق مەلۇمات ۋە يەكۈنلەرنىڭ راستلىقىنى ستاتىستىكا بىلىملىرىدىن پايدىلىنىپ تەھلىل قىلىڭ.

بىزگە مەلۇمكى، ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلەشتىكى يادرولۇق مەسىلە ئېلىنىدىغان ئەۋرىشكىنى قانداق قىلىپ ياخشى ۋەكىللىك خاراكتېرگە ئىگە قىلىشتىن ئىبارەت. شۇڭا، ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلىگەندە، ئومۇمىي گەۋدە ھەققىدە ئىلگىرى ئىگە بولغان چۈشەنچىمىزدىن قانداق پايدىلىنىشنى ئويلىشىمىز كېرەك. مەسىلەن، مەلۇم مەكتەپتىكى تولۇق ئوتتۇرا 1 ـ يىللىق ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ ئوتتۇرىچە بوي ئېگىزلىكىنى تەكشۈرمەكچى بولساق، تەجرىبىمىزدىن بىلىشكە بولىدۇكى، ئوغۇل ئوقۇغۇچىلار ئادەتتە قىز ئوقۇغۇچىلاردىن ئېگىز بولىدۇ، بۇ چاغدا يەنە بىر خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ــ قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللىنىش كېرەك، چۈنكى ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ياكى سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللانغاندا مۇتلەق كۆپ قىسمى ئوغۇل ئوقۇغۇچىلار (ياكى قىز ئوقۇغۇچىلار) ياكى ھەممىسى ئوغۇل ئوقۇغۇچىلار (ياكى قىز ئوقۇغۇچىلار) بولغان ئەۋرىشكە كېلىپ چىقىشى مۇمكىن. روشەنكى، بۇنداق ئەۋرىشكە ئومۇمىي گەۋدىگە ۋەكىللىك قىلالمايدۇ. شۇڭا، ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلىگەندە، ئومۇمىي گەۋدە ھەققىدە ئىلگىرى ئىگە بولغان چۈشەنچىدىن تولۇق پايدىلىنىش ئىنتايىن مۇھىم.

3-1-2 قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش

ئىزدىنىش



مەلۇم رايوندىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ سانى 2400 نەپەر، تولۇقسىز ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ سانى 10900 نەپەر، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ سانى 11000 نەپەر. مائارىپ تارماقلىرى بۇ رايوندىكى ئوتتۇرا، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ يىراقنى كۆرەلمەسلىك ئەھۋالى ۋە ئۇنىڭ كېلىپ چىقىش سەۋەبىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، بۇ رايوندىكى ئوتتۇرا، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرى ئىچىدىن 1% ئوقۇغۇچىنى ئېلىپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بارماقچى بولدى. سىزنىڭچە ئەۋرىشكىنى قانداق ئېلىش كېرەك؟

سىزنىڭچە قايسى ئامىللار ئوقۇغۇچىلارنىڭ كۆرۈش قۇۋۋىتىگە تەسىر كۆرسىتىشى مۇمكىن؟ ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلىگەندە بۇ ئامىللارنى ئويلىشىش كېرەكمۇ؟

بىزگە مەلۇمكى، ئوقۇغۇچىلارنىڭ كۆرۈش قۇۋۋىتىگە تەسىر كۆرسىتىدىغان ئامىللار ئىنتايىن مۇرەككەپ. مەسىلەن، ئوخشاش بولمىغان ياش باسقۇچىدىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ يىراقنى كۆرەلمەسلىك ئەھۋالىدا روشەن پەرقلەر مەۋجۇت بولۇشى مۇمكىن. شۇڭا، بارلىق ئوقۇغۇچىلارنى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ، تولۇقسىز ئوتتۇرا مەكتەپ ۋە باشلانغۇچ مەكتەپ دەپ ئۈچ قىسىمغا ئايرىۋېلىپ ئايرىم - ئايرىم ئەۋرىشكە ئېلىش كېرەك. ئۇنىڭدىن باشقا، بۇ ئۈچ قىسىمغا ئايرىۋېلىنغان ئوقۇغۇچىلارنىڭ سانىدىمۇ پەرق چوڭ بولغانلىقتىن، ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى يۇقىرى كۆتۈرۈش ئۈچۈن، يەنە ئۇلارنىڭ ئەۋرىشكىدە ئىگىلەيدىغان نىسبىتىنىڭ چوڭ - كىچىكلىكىنىمۇ ئويلىشىش لازىم.

ئەۋرىشكە سىغىمى بىلەن ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك ساننىڭ نىسبىتى 1:100 بولغانلىقتىن، ئەۋرىشكە ئۆز ئىچىگە ئالغان ھەرقايسى قىسىملاردىكى يەككىلىك سانلىرى تۆۋەندىكىدەك بولۇشى كېرەك:

$$\frac{2400}{100},\ \frac{10900}{100},\ \frac{11000}{100},$$

ئويلاپ بېقىڭ، ھەرقايسى ئوقۇش باسقۇچلىرىدىكى يەككىلىكلەر سانى نېمە ئۈچۈن مۇشۇنداق ئېلىنىدۇ؟

يەنى ئەۋرىشكە ئۈچۈن 24 نەپەر تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىسى، 109 نەپەر تولۇقسىز ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىسى ۋە 110 نەپەر باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىسى ئېلىش لازىم.

شۇنداق قىلىپ، ئوقۇغۇچىلار سانى نۇقتىسىدىن قارىغاندا، بۇ خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى بويىچە ئىگە بولغان ئەۋرىشكە قۇرۇلمىسى بىلەن بۇ رايوندىكى بارلىق ئوتتۇرا، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ قۇرۇلمىسى ئاساسەن ئوخشاش بولىدۇ.

ئومۇمەن، ئەۋرىشكە ئالغاندا، ئومۇمىي گەۋدىنى ئۆزئارا گىرەلەشمەيدىغان قاتلاملارغا بۆلۈپ، ئاندىن

بەلگىلىك نىسبەت بويىچە ھەربىر قاتلامدىن مۇستەقىل ھالدا بەلگىلىك ساندىكى يەككىلىكلەرنى ئېلىپ، ھەرقايسى قاتلاملاردىن ئېلىنغان يەككىلىكلەرنى بىرلەشتۈرۈش ئارقىلىق ئەۋرىشكە ھاسىل قىلىشتىن ئىبارەت ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى **قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش** (stratified sampling) دەپ ئاتىلىدۇ.

يۇقىرىدىكى ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىدىن كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئې-لىشتا تەكشۈرگۈچىنىڭ تەكشۈرۈش ئوبيېكتى (ئومۇمىي گەۋدە) ھەققىدە ئالدىن ئىگىلىگەن ھەر خىل ئۇچۇرلىرىدىن ئىمكانقەدەر تولۇق پايدىلىنىلغان ھەمدە ئەۋرىشكە قۇرۇلمىسى بىلەن ئومۇمىي گەۋدە قۇ-رۇلمىسىنىڭ بىردەكلىكىنى ساقلاشقا تولۇق ئەھمىيەت بېرىلگەن، بۇلار ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى يۇقىرى كۆتۈرۈشتە ئىنتايىن مۇھىم رول ئوينايدۇ. شۇڭا، قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئې-لىش ئەمەلىيەتتە ناھايىتى كەڭ قوللىنىلىدۇ. ئادەتتە، ئومۇمىي گەۋدە پەرقى روشەن بولغان بىرنەچچە قىسىمدىن تەركىب تاپقاندا، كۆپ ھاللاردا قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى قوللىنىلىدۇ.

ئىزدىنىش

(1) ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش، سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ۋە قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئې-لىشنىڭ ھەرقايسىسىنىڭ ئۆز ئالاھىدىلىكى ۋە ئۇيغۇن كېلىش دائىرىسى بار. بۇ ئۈچ خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى سېلىشتۇرۇپ، ئۇلارنىڭ ھەرقايسىسىنىڭ ئارتۇقچىلىقى ۋە يېتەرسىز تەرىپىنى ئېيتىپ بېرىڭ.

(2) مەلۇم رايوندىكى ئوتتۇرا، باشلانغۇچ مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ تارقىلىش ئەھۋالى جەدۋەلدە كۆر-سىتىلدى (بىرلىكى: ئادەم):

ئوقۇش باسقۇچى	شەھەر	بازار	يېزا
باشلانغۇچ	357 000	221 600	258 100
تولۇقسىز	226 200	134 200	11 290
تولۇق	112 000	43 300	6 300

يۇقىرىدىكى ئاساسىي سانلىق مەلۇماتلارغا ئاساسەن، ئەۋرىشكە سىغىمى ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىكلەر سانىنىڭ مىڭدىن بىرى بولغان ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلەڭ.

ئەمەلىي تۇرمۇشتا، مەبلەغ ۋە ۋاقىتنىڭ چەكلىك بولۇشى، ئادەم كۈچى ۋە ماددىي كۈچنىڭ يېتىش-مەسلىكى، شۇنداقلا ئۈزلۈكسىز ئۆزگىرىپ تۇرغان مۇھىت شارائىتى سەۋەبىدىن، ئومۇميۈزلۈك تەكشۈ-رۈش ئېلىپ بېرىش كۆپ ھاللاردا مۇمكىن بولماي قالىدۇ. شۇڭا، بىز ئادەتتە سانلىق مەلۇمات توپلاشنى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ بىر ئەۋرىشكىسى دائىرىسىدە چەكلەيمىز. ئومۇمىي گەۋدىنىڭ مۇرەككەپ بولۇشى تۈپەيلىدىن، ئەمەلىي ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىدا، ئەۋرىشكىنى ۋەكىللىك خاراكتېرگە ئىگە قىلىش ئۈ-چۈن، ئادەتتە بىرنەچچە خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى بىرلا ۋاقىتتا قوللىنىمىز. مەسىلەن، يۇقىرى-دىكى ئىزدىنىش (2) دە، ئالدى بىلەن قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ بۇ رايوندىكى شەھەر، بازار، يېزىلاردىن ئېلىنىدىغان يەككىلىك سانىنى بەلگىلىۋالىمىز، ئاندىن يەنە قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللىنىپ شەھەردىن ئېلىنغان يەككىلىك سانىنى باشلان-غۇچ، تولۇقسىز، تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ قاتارلىق ئوخشاش بولمىغان قاتلاملارغا تەقسىم قىلىمىز، بازار، يېزىلاردىن ئېلىنغان يەككىلىك سانىنىڭ تەقسىملىنىش ئۇسۇلىمۇ شۇنىڭغا ئوخشاش بولىدۇ. ئۇنىڭدىن كېيىن، شەھەرنى ئوقۇغۇچىلار سانى ئاساسەن تەڭ بولغان كىچىك رايونلارغا ئايرىۋېلىپ، ئاددىي تاسادى-پىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ بىر قىسىم كىچىك رايونلارنى تاللىۋالىمىز، ئاندىن يەنە

ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ھەربىر كىچىك رايوندىكى ھەر خىل مەكتەپلەرنى بەلگىلىۋالىمىز. ئاخىرىدا، سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ياكى ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تاللىۋېلىنغان مەكتەپلەردىن ئوقۇغۇچىلارنى ئېلىپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بارىمىز.

مەشىق

1. ئايرىم - ئايرىم ھالدا ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش، سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ۋە قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇللىرىنى قوللىنىپ، سىنىپتىكى بارلىق ئوقۇغۇچىلار ئىچىدىن 10 ئوقۇغۇچىنى تاللاپ، ئۇلارنىڭ تۈنۈگۈنكى سىرتتا پائالىيەت قىلغان ئوتتۇرىچە ۋاقتىنى ستاتىستىكىلاڭ. ئاندىن سىنىپتىكى بارلىق ئوقۇغۇچىلارنىڭ تۈنۈگۈنكى سىرتتا پائالىيەت قىلغان ئوتتۇرىچە ۋاقتىنى ئومۇمىيۈزلۈك تەكشۈرۈڭ ھەمدە ئۇنى ئەۋرىشكە ئېلىپ ستاتىستىكىلىغان نەتىجە بىلەن سېلىشتۇرۇڭ، قانداق مەسىلىنى بايقىدىڭىز؟

2. بەزىلەر «ئەگەر ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى ياخشى لايىھەلەنسە، كۆرۈش قۇۋۋىتىنى ئەۋرىشكىدىن پايدىلىنىپ تەكشۈرۈش بىلەن 24 300 نەپەر ئوقۇغۇچىنىڭ كۆرۈش قۇۋۋىتىنى ئومۇمىيۈزلۈك تەكشۈرۈشنىڭ نەتىجىسىدە پەرق چوڭ بولمايدۇ، مائارىپ تارماقلىرىنىڭ ئوقۇغۇچىلارنىڭ كۆرۈش قۇۋۋىتى ئەھۋالىنى ئىگىلىۋېلىشىغا نىسبەتەن ئېيتقاندىمۇ، ئادەم كۈچى، ماددىي كۈچ ۋە مالىيە كۈچىنى تېجەپ قېلىشقا بولىدىغانلىقى ئۈچۈن، ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش ئومۇمىيۈزلۈك تەكشۈرۈشكە قارىغاندا تېخىمۇ مۇۋاپىق ئۇسۇلدۇر» دەيدۇ. سىزنىڭچە بۇنداق دېيىشنىڭ ئاساسى بارمۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

3. ئادەتتە، يېزا ئىگىلىك زىرائەتلىرىنىڭ مەھسۇلاتىغا تەسىر كۆرسىتىدىغان ئامىللاردىن ھاۋا رايى، تۇپراق سۈپىتى، ئېتىز باشقۇرۇش سەۋىيىسى قاتارلىقلار بار. ئەگەر سىز بىر يېزا تەكشۈرۈش ئەترىتىنىڭ ئەزاسى بولسىڭىز، بۇغداي يىغىۋېلىش مەزگىلىدە ئۆزىڭىز تۇرۇشلۇق رايوندىكى بۇغداي مەھسۇلاتىنى مۆلچەرلەش ئۈچۈن، تەكشۈرۈشنى قانداق لايىھەلەيسىز؟

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

سەزگۈر مەسىلىلەردە سەمىمىي ئىنكاسقا قانداق ئېرىشىش كېرەك؟

ستاتىستىكىلىق تەكشۈرۈشلەردە، سوئال قەغىزى لايىھەلەشكە قويۇلىدىغان كەسپىي بىلىم تەلىپى ناھايىتى يۇقىرى بولىدۇ. بولۇپمۇ بەزى سەزگۈر مەسىلىلەر، مەسىلەن، ئوقۇغۇچىلار ئىمتىھان جەريانىدا كۆچۈرمىچىلىك قىلىدىمۇ - يوق، جەمئىيەتتىكى باج تاپشۇرماسلىق ۋە باج ئوغرىلاش مەسىلىلىرى قاتارلىقلاردا سوئالنى كۆڭۈل قويۇپ لايىھىلەپ، تەكشۈرۈلگۈچىلەرنىڭ ئەندىشىسىنى تۈگىتىپ، ئىمكانىيەتنىڭ بارىچە ئۇلارنى سوئاللارغا راستچىللىق بىلەن جاۋاب بېرىدىغان قىلىش كېرەك. ئۇنداق بولمىغاندا، تەكشۈرۈلگۈچىلەر كۆپ ھاللاردا جاۋاب بېرىشنى رەت قىلىدۇ ياكى ھەقىقىي ئەھۋالنى دېمەيدۇ. تۆۋەندە سەزگۈر مەسىلىلەرنى تەكشۈرۈش ئۇسۇلىنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز:

مەلۇم رايوندىكى سەھىيە تارماقلىرى بۇ رايوندىكى ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ تاماكا چېكىش ئەھۋالىنى تەكشۈرۈش ئۈچۈن، تاسادىپىي تاللاپ ئېلىنغان 200 نەپەر ئوقۇغۇچىغا قارىتا تەكشۈرۈش ئېلىپ باردى. تەكشۈرۈشتە ئىككى سوئال ئوتتۇرىغا قويۇلدى:

1 - سوئال: دادىڭىزنىڭ مىلادىيە كالېندارىدىكى تۇغۇلغان كۈنى تاق سانمۇ؟

2 ـ سوئال: سىز دائىم دېگۇدەك تاماكا چېكەمسىز؟

تەكشۈرگۈچىلەر بىر تاسادىپىيلاشتۇرۇلغان قۇرۇلما لايىھىلىدى، بۇ قۇرۇلما چوڭ ـ كىچىكلىكى، شەكلى ۋە ماسسىسى پۈتۈنلەي ئوخشاش بولغان 50 دانە ئاق توپ، 50 دانە قىزىل توپ سېلىنغان خالتا بولۇپ، ھەربىر تەكشۈرۈلگۈچى خالتىدىن بىر توپنى تاسادىپىي ئالىدۇ (ئېلىنغان توپ يەنە خالتىغا قايتۇرۇلىدۇ)، ئاق توپنى ئالغان ئوقۇغۇچى بىرىنچى سوئالغا راستچىللىق بىلەن جاۋاب بېرىدۇ، قىزىل توپنى ئالغان ئوقۇغۇچى ئىككىنچى سوئالغا راستچىللىق بىلەن جاۋاب بېرىدۇ، «شۇنداق» دەپ جاۋاب بەرگەنلەر بىر قۇتىغا بىر دانە كىچىك تاشنى سېلىپ قويىدۇ، «ياق» دەپ جاۋاب بەرگەنلەر ھېچنېمە قىلمايدۇ. بۇ يەردە سوئالنىڭ جاۋابى پەقەت «شۇنداق» ۋە «ياق» تىن ئىبارەت ئىككى خىللا بولغانلىقى ھەمدە قايسى سوئالغا جاۋاب بەرگەنلىكىنى باشقىلار بىلمەيدىغانلىقى ئۈچۈن، تەكشۈرۈلگۈچى ھېچقانداق ئەندىشە قىلمايلا ئەمەلىي ئەھۋالغا ئۇيغۇن بولغان جاۋابنى بېرەلەيدۇ.

ئەگەر 200 ئوقۇغۇچى ئىچىدە جەمئىي 58 ئوقۇغۇچى «شۇنداق» دەپ جاۋاب بەرگەن بولسا، سىز بۇ رايوندىكى ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرى ئىچىدىكى تاماكا چېكىدىغان ئوقۇغۇچىلار ئىگىلىگەن نىسبەتنى مۆلچەرلەپ چىقالامسىز؟

يېشىش: مەسىلىنىڭ مەنىسىدىن بىلىشكە بولىدۇكى، ھەربىر ئوقۇغۇچىنىڭ خالتىدىن بىر دانە ئاق توپ ياكى قىزىل توپ ئېلىشىنىڭ ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا 0.5، يەنى بىز تەخمىنەن 100 ئوقۇغۇچى بىرىنچى سوئالغا جاۋاب بېرىدۇ، قالغان 100 ئوقۇغۇچى ئىككىنچى سوئالغا جاۋاب بېرىدۇ دەپ قارايمىز. ئاق توپنى ئالغان ئەھۋالدا، دادىسىنىڭ مىلادىيە كالېندارىدىكى تۇغۇلغان كۈنىنىڭ تاق سان بولۇش ئېھتىماللىقى $\frac{186}{365} \approx 0.51$، شۇڭا بىرىنچى سوئالغا جاۋاب بەرگەن 100 ئوقۇغۇچى ئىچىدە تەخمىنەن 51 ئوقۇغۇچى «شۇنداق» دەپ جاۋاب بەرگەن. بۇنىڭ بىلەن ئىككىنچى سوئالغا جاۋاب بەرگەن 100 ئوقۇغۇچى ئىچىدە تەخمىنەن 7 ئوقۇغۇچى «شۇنداق» دەپ جاۋاب بەرگەن دەپ يەكۈن چىقىرالايمىز. شۇڭا، بۇ رايوندا تەخمىنەن 7% ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىسى تاماكا چېكىدۇ دەپ مۆلچەرلەيمىز.

بۇ ئۇسۇل ناھايىتى ئەپچىل لايىھىلەنگەنمىكەن؟

مۇلاھىزە

سوئال قەغىزىنى لايىھىلىگەندە، جاۋاب بېرىشتە «ئېغىز ئېچىشقا پېتىنالمايدىغان» سوئاللارنىڭ تەكشۈرۈش نەتىجىسىگە بولغان تەسىرىنى ئويلىشىپلا قالماي، يەنە باشقا ئامىللارنىمۇ ئويلىشىش كېرەك. مەسىلەن، تەكشۈرۈش سوئاللىرىدىكى سۆز ـ جۈملىلەرنىڭ دەل جايىدا ئىشلىتىلمىگەنلىكىمۇ تەكشۈرۈلگۈچىگە تەسىر كۆرسىتىدۇ، ئالايلۇق، «سىز تاماكا چېكىشنى قانچىلىك دەرىجىدە ياخشى كۆرىسىز؟» بىلەن «سىز تاماكا چېكىشنى قانچىلىك دەرىجىدە ياخشى كۆرمەيسىز؟» دېگەن ئىككى خىل سوئالدا، ئالدىنقى سوئالغا كېيىنكى سوئالغا قارىغاندا تېخىمۇ ئېنىق جاۋاب بېرىلىدۇ. يەنە بىر مىسال، سوئاللارنىڭ سوئال قەغىزىدىكى ئورنىمۇ تەكشۈرۈلگۈچىگە تەسىر كۆرسىتىدۇ. ئومۇمەن، ئاسانراق، شەخس مەسىلىرىگە چېتىلمايدىغان سوئاللارنى ئالدىغا، قىيىنراق، شەخس مەسىلىرىگە چېتىلىدىغان سوئاللارنى كەينىگە ئورۇنلاشتۇرۇش كېرەك، ۋە باشقىلار.

بالاغەتكە يېتىش مەسىلىرىگە ئائىت بىر تەكشۈرۈش سوئال قەغىزى لايىھىلەڭ.

1.2 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىدا، ئەگەر ئومۇمىي گەۋدىدىكى ھەربىر يەككىلىكنىڭ ئېلىنىش پۇرسىتى ئۆزئارا تەڭ بولسا، ئۇ ھالدا بۇنىڭدىن ھاسىل بولغان ئەۋرىشكىنى تاسادىپىي ئەۋرىشكە دەيمىز. تاسادىپىي ئەۋرىشكە ھاسىل قىلىشنىڭ قىيىنلىقىنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرۈڭ.

2. مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسى باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكى كۆرسىتىلىپ بولغاندىن كېيىنكى بىر ھەپتە ئىچىدە شۇ يىللىق باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ كۆرۈش نىسبىتىنى ئىگىلىمەكچى بولدى. تۆۋەندە ئۈچ ساۋاقداشنىڭ تېلېۋىزىيە ئىستانسىسى ئۈچۈن لايىھىلەپ بەرگەن تەكشۈرۈش لايىھىسى بېرىلدى:

ساۋاقداش A: مەن بۇ «باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ كۆرۈش نىسبىتىنى تەكشۈرۈش جەدۋىلى» نى توردا ئېلان قىلىمەن، شۇنىڭ بىلەن بۇ تور ئادرېسىغا چىققان كىشىلەرنىڭ ھەممىسى بۇ جەدۋەلنى كۆرەلەيدۇ، ئۇلار تولدۇرغان جەدۋەلدىكى ئۇچۇرلار مېنىڭ كومپيۇتېرىمغا ناھايىتى تېزلا قايتىپ كېلىدۇ ـ دە، كۆرۈش نىسبىتىنى تېزلا ستاتىستىكىلاپ چىقالايمەن.

ساۋاقداش B: مەن مەھەللىمىزدىكى ھەربىر ئائىلىگە ھارپا كۈنى كېچىسى مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ نومۇرلىرىنى كۆرگەن ـ كۆرمىگەنلىكىنى تەكشۈرۈش جەدۋىلى تارقىتىپ بېرىپ، بىر ـ ئىككى كۈن ئىچىدىلا كۆرۈش نىسبىتىنى ستاتىستىكىلاپ چىقالايمەن.

ساۋاقداش C: مەن تېلېفون دەپتىرىدىن بەلگىلىك ساندىكى تېلېفون نومۇرلىرىنى تاسادىپىي تاللاپ ئېلىپ، تېلېفون ئىگىلىرىگە بىر ـ بىرلەپ تېلېفون ئۇرۇش ئارقىلىق ئۇلارنىڭ مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ نومۇرلىرىنى كۆرگەن ـ كۆرمىگەنلىكىنى سورايمەن، شۇنداق قىلىپ، ئۈيدىن چىقماي تۇرۇپلا مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ كۆرۈش نىسبىتىنى ستاتىستىكىلاپ چىقالايمەن.

يۇقىرىدىكى ئۈچ ساۋاقداش تۈزگەن لايىھىلەردىن پايدىلىنىپ بىرقەدەر توغرا بولغان كۆرۈش نىسبىتىگە ئىگە بولغىلى بولامدۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

3. مەكتەپ ئوقۇغۇچىلار ئۇيۇشمىسى ئوقۇغۇچىلارنىڭ مۇشۇ مەۋسۇملۇق پائالىيەت پىلانىغا بولغان پىكرىنى تەكشۈرۈپ كۆرمەكچى بولدى. سىز ئۆز رازىلىقىڭىز بىلەن تەكشۈرگۈچىلىك ۋەزىپىسىنى ئۈستىڭىزگە ئالدىڭىز ھەمدە مەكتەپتىن 10% ئوقۇغۇچىنى ئېلىپ ئەۋرىشكە قىلماقچى بولدىڭىز دەيلى:

(1) ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىگە كاپالەتلىك قىلىش ئۈچۈن، ئەۋرىشكە ئېلىشنى قانداق ئورۇنلاشتۇرماقچى بولۇۋاتىسىز؟

(2) ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىدا قانداق مەسىلىلەرگە يولۇقۇشىڭىز مۇمكىن؟

(3) بۇ مەسىلىلەر نېمىگە تەسىر كۆرسىتىشى مۇمكىن؟

(4) سىز بۇ مەسىلىلەرنى قانداق ھەل قىلماقچى؟

4. ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ۋە سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللىنىپ، مەلۇم بىر رايوننىڭ بىر يىل ئىچىدىكى ھاۋا سۈپىتى ئەھۋالىنى تەكشۈرۈش لايىھەسىنى تۈزۈپ چىقىڭ، قايسى خىل لايىھە يولغا قويۇشقا تېخىمۇ قولايلىق؟

5. بىر ئاتلېتىكا كوماندىسىدا 56 نەپەر ئەر تەنھەرىكەتچى، 42 نەپەر ئايال تەنھەرىكەتچى بار. قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ بارلىق تەنھەرىكەتچىلەر ئىچىدىن سىغىمى 28 بولغان بىر ئەۋرىشكە ئېلىڭ.

6. بىر قېتىملىق ئويۇندا يەڭگۈچى ئوخشاش بولمىغان 5 دانە مۇكاپات بۇيۇمىغا ئېرىشىدۇ، بۇ 5 دانە مۇكاپات بۇيۇمى 1 ~ 50 كىچە نومۇر قويۇلغان 50 خىل ئوخشاش بولمىغان مۇكاپات بۇيۇمى ئىچىدىن تاسادىپىي تاللىۋېلىنىدۇ. مەلۇم بىر يەڭگۈچى ئېرىشكەن 5 دانە مۇكاپات بۇيۇمىنىڭ نومۇرىنى سىستېمىلىق ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئېنىقلاڭ.

7. بىر ئەۋرىشكە ئېلىش لايىھەسى تۈزۈپ، مەكتىپىڭىزلاردىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ يىراقنى كۆرەلمەسلىك كېسەلىگە گىرىپتار بولۇش نىسبىتىنى تەكشۈرۈڭ.

B گۇرۇپپا

1. سىز بەلكىم نۇرغۇن مەسىلىلەرنى ئويلىغان بولۇشىڭىز مۇمكىن، مەسىلەن، سىنىپتىكى بارلىق ئوقۇغۇچىلار قايسى دەرسنى بەكرەك ياخشى كۆرىدۇ، ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرى ھەر ئايدا ئوتتۇرا ھېساب بىلەن قانچىلىك پارچە خىراجەت پۇلى خەجلەيدۇ، «مەملىكەت خەۋەرلىرى ۋە خەلقئارا خەۋەرلەر» نى كۆرۈشنى ياقتۇرىدىغان ئوقۇغۇچىلار مەكتەپ بويىچە قانچە پىرسەنتنى ئىگىلەيدۇ، ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرى تەخمىنەن قايسى ۋاقىتتا ئورنۇدىن تۇرىدۇ، ئوتتۇرا ھېساب بىلەن ھەر كۈنى قانچە سائەت ئۇخلايدۇ دېگەندەك. ئۆزىڭىز كۆڭۈل بۆلىدىغان مەسىلىلەرنى تاللاپ بىر تەكشۈرۈش سوئال قەغىزى لايىھەلەڭ ھەمدە مەكتىپىڭىزدىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ ئەھۋالىنى ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تەكشۈرۈڭ، ئاندىن كەلتۈرۈپ چىقارغان يەكۈنىڭىزنى چۈشەندۈرۈڭ.

2. بىر ئەۋرىشكە ئېلىش لايىھەسى تۈزۈپ، مەركىزىي تېلېۋىزىيە ئىستانسىسىنىڭ باھار بايرىمى بىرلەشمە كۆڭۈل ئېچىش كېچىلىكىنىڭ كۆرۈش نىسبىتىنى تەكشۈرۈڭ.

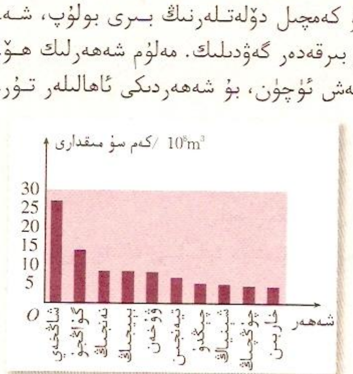
2-2 ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەش

يۇقىرىدا سانلىق مەلۇماتلارنى ئەۋرىشكە ئېلىش ئارقىلىق توپلاش ئۇسۇلىنى تەتقىق قىلىپ، ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى يۇقىرى كۆتۈرۈشنىڭ كونكرېت ئۇسۇللىرىنى بىلىۋالدۇق. سانلىق مەلۇماتلار توپلانغاندىن كېيىن، ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەش ئۈچۈن، چوقۇم بۇ سانلىق مەلۇماتلار ئۆز ئىچىگە ئالغان ئۇچۇرلارنى ئىزدەپ تېپىشىمىز كېرەك. سانلىق مەلۇماتلار جىق ھەم تەرتىپسىز بولغانلىقتىن، بىز كۆپ ھاللاردا دەسلەپكى سانلىق مەلۇماتلارغا ئاساسلىنىپلا ئۇلار ئۆز ئىچىگە ئالغان مەنىنى بىۋاسىتە چۈشىنىپ كېتەلمەيمىز. شۇڭا، چوقۇم بۇ سانلىق مەلۇماتلارنى دىئاگراما سىزىش، جەدۋەل تۈزۈش ۋە ھېسابلاش ئارقىلىق تەھلىل قىلىپ، سانلىق مەلۇماتلاردىكى قانۇنىيەتلەرنى تېپىپ چىقىپ، سانلىق مەلۇماتلار ئۆز ئىچىگە ئالغان ئۇچۇرلارنى بىۋاسىتە كۆرۈنۈشلۈك ھەم چۈشىنىش ئاسان بولغان كۆرۈنۈشكە ئايلاندۇرۇۋېلىشىمىز كېرەك. مۇشۇ ئاساستا، ئاندىن ئومۇمىي گەۋدىگە قارىتا ماس مۆلچەرنى ئوتتۇرىغا قويالايمىز. بۇ خىل مۆلچەرلەش ئادەتتە ئىككى خىلغا بۆلۈنىدۇ، بىرى، ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتىنى ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتى ئارقىلىق مۆلچەرلەش؛ يەنە بىرى، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىنى ئەۋرىشكىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكى (مەسىلەن، ئوتتۇرىچە سان، ئۆلچەملىك پەرق قاتارلىقلار) ئارقىلىق مۆلچەرلەش.

1-2-2 ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتىنى ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتى ئارقىلىق مۆلچەرلەش

ئىزدىنىش

دۆلىتىمىز دۇنيادىكى ئېغىر دەرىجىدە سۇ كەمچىل دۆلەتلەرنىڭ بىرى بولۇپ، شەھەرلەردىكى سۇ كەمچىل بولۇش مەسىلىسى بىرقەدەر گەۋدىلىك. مەلۇم شەھەرلىك ھۆكۈمەت تۇرمۇشتا ئىشلىتىلىدىغان سۇنى تېجەش ئۈچۈن، بۇ شەھەردىكى ئاھالىلەر تۇرمۇشتا ئىشلىتىدىغان سۇنى نورمىلىق باشقۇرۇش بەلگىلىمىسىنى سىناق تەرىقىسىدە يولغا قويماقچى بولدى. بەلگىلىمىدە: بىر ئاھالىنىڭ ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئۆلچىمى a بولۇپ، سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ a دىن ئېشىپ كەتمىگەن قىسمىدىن تەكشى باھا بويىچە ھەق ئېلىنىدۇ، a دىن ئېشىپ كەتكەن قىسمىدىن كېلىشىم باھا بويىچە ھەق ئېلىنىدۇ دەپ بېكىتىلدى. ئەگەر كۆپ قىسىم ئاھالىلەرنىڭ كۈندىلىك تۇرمۇشىغا تەسىر يەتكۈزمەسلىك ئۈمىد قىلىنسا، ئۆلچەم a نى قانداق بېكىتكەندە بىرقەدەر مۇۋاپىق بولىدۇ؟ سىزنىڭچە، بۇ ئۆلچەمنى بىرقەدەر مۇۋاپىق بېكىتىش ئۈچۈن قايسى خىزمەتلەرنى ئىشلەش كېرەك؟



2000 ـ يىلى دۆلىتىمىزدىكى ئاساسلىق شەھەرلەر ئىچىدە سۇ كەمچىل بولۇش ئەھۋالى ئالدىنقى 10 ئورۇندا تۇرىدىغان شەھەرلەر

روشەنكى، ئەگەر ئۆلچەم يۇقىرى بولۇپ كەتسە، ئاھالىلەرنىڭ كۈندىلىك تۇرمۇشىغا تەسىر يېتىدۇ؛ ئۆلچەم تۆۋەن بولۇپ قالسا، سۇنى تېجەشكە پايدىسىز. بىرقەدەر مۇۋاپىق بولغان ئۆلچەم a نى بېكىتىش ئۈچۈن، ئالدى بىلەن پۈتۈن شەھەردىكى ئاھالىلەرنىڭ كۈندىلىك سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالىنى ئىگىلەش كېرەك، مەسىلەن، ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى قايسى دائىرىدە بولغان ئاھالىلەر ئەڭ كۆپ، ئۇلارنىڭ پۈتۈن شەھەر ئاھالىسىدە ئىگىلىگەن نىسبىتى قاتارلىقلار.

شەھەردە ئولتۇرۇشلۇق ئائىلىلەر كۆپ بولغانلىقتىن، بۇنداق مەسىلىلەردە ئادەتتە ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش ئۇسۇلى قوللىنىلىپ، پۈتۈن شەھەردىكى ئاھالىلەرنىڭ سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالى ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلارنى تەھلىل قىلىش ئارقىلىق مۆلچەرلىنىدۇ. ئەۋرىشكە ئېلىش ئارقىلىق 100 ئاھالىنىڭ مەلۇم يىلدىكى ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىغا ئىگە بولدۇق دەيلى (بىرلىكى: t):

1.2 ـ جەدۋەل. 100 ئاھالىنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى (بىرلىكى: t)

3.1	2.5	2.0	2.0	1.5	1.0	1.6	1.8	1.9	1.6
3.4	2.6	2.2	2.2	1.5	1.2	0.2	0.4	0.3	0.4
3.2	2.7	2.3	2.1	1.6	1.2	3.7	1.5	0.5	3.8
3.3	2.8	2.3	2.2	1.7	1.3	3.6	1.7	0.6	4.1
3.2	2.9	2.4	2.3	1.8	1.4	3.5	1.9	0.8	4.3
3.0	2.9	2.4	2.4	1.9	1.3	1.4	1.8	0.7	2.0
2.5	2.8	2.3	2.3	1.8	1.3	1.3	1.6	0.9	2.3
2.6	2.7	2.4	2.1	1.7	1.4	1.2	1.5	0.5	2.4
2.5	2.6	2.3	2.1	1.6	1.0	1.0	1.7	0.8	2.4
2.8	2.5	2.2	2.0	1.5	1.0	1.2	1.8	0.6	2.2

ئەمەلىي ئەۋرىشكە ئېلىشتا، ئەۋرىشكە سىغىمىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى مەسىلىنىڭ ئېھتىياجىغا ئاساسەن بېكىتىش كېرەك. ئەۋرىشكە سىغىمى قانچىكى چوڭ بولسا شۇنچە ياخشى بولۇشى ناتايىن.

يۇقىرىدىكى بۇ سانلار بىزگە نېمىنى ئېيتىپ بېرىدۇ؟ ئاسانلا بىلگىلى بولىدۇكى، بىر ئاھالىنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئەڭ كىچىك قىممىتى 0.2t، ئەڭ چوڭ قىممىتى 4.3t، قالغانلىرى 0.2 ~ 4.3t ئارىلىقىدا. بۇلاردىن سىرت، بۇ 100 ئاھالىنىڭ سۇ ئىشلىتىشكە دائىر باشقا ئۇچۇرلارنى بايقاش تەس. ئەمەلىيەتتە، خالىغانچە خاتىرىلىۋېلىنغان سانلىق مەلۇماتلاردىن بىرەر قانۇنىيەتنى بىۋاستە كۆرۈۋېلىش ھەقىقەتەن تەسكە توختايدۇ. شۇڭا، ستاتىستىكىلانغان سانلىق مەلۇماتلارنى رەتلىشىمىز ۋە تەھلىل قىلىشىمىزغا توغرا كېلىدۇ.

بىر دىئاگراممىنىڭ جۇملە سۆزنى بېسىپ چۈشىدۇ، دىئاگراممىنى كۆرۈپ چۈشىنىش 21 ـ ئەسىر كىشىلىرى چوقۇم ھازىرلاشقا تېگىشلىك قابىلىيەتتۇر.

سانلىق مەلۇماتلارنى تەھلىل قىلىشنىڭ بىر خىل ئاساسىي ئۇسۇلى ئۇلارنى دىئاگرامما ئارقىلىق سىزىپ چىقىش ياكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تىزىلىش شەكلىنى جەدۋەل ئارقىلىق ئۆزگەرتىشتىن ئىبارەت. دىئاگرامما سىزىش ئارقىلىق ئىككى مەقسەتكە يەتكىلى بولىدۇ، بىرى، سانلىق مەلۇماتلاردىن ئۇچۇرلارغا ئىگە بولۇش، يەنە بىرى، شەكىلدىن پايدىلىنىپ ئۇچۇرلارنى يەتكۈزۈش. جەدۋەل بولسا سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تۈزۈلۈش شەكلىنى ئۆزگەرتىش ئارقىلىق بىزنى سانلىق مەلۇماتلارنى چۈشەندۈرۈشنىڭ يېڭى ئۇسۇلى بىلەن تەمىنلەيدۇ.

تولۇقسىز ئوتتۇرا مەكتەپتە تەكرارلىنىش سانىنىڭ تەقسىمات دىئاگراممىسى ۋە تەكرارلىنىش سانىنىڭ تەقسىمات جەدۋىلىنى ئۆگىنىپ ئۆتكەنىدۇق، بۇلار ئارقىلىق سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ھەرقايسى گۇرۇپپىلارغا تەقسىملەنگەن سانىنى ئېنىق بىلگىلى بولىدۇ. تۆۋەندە ئۆگىنىدىغان تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات جەدۋىلى ۋە تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات دىئاگراممىسىدا بولسا سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەقسىملى-

ـنىش قانۇنىيىتى ھەرقايسى گۇرۇپپىلاردىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ئەۋرىشكە سىغىمىدا ئىگىلىگەن نىسبىتىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىدىن چىقىپ ئىپادىلەپ بېرىلىدۇ، نەتىجىدە بىز پۈتكۈل ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ **تەكرارلىق تەقسىماتى** (frequency distribution) ئەھۋالىنى كۆرۈۋالالايمىز. كونكـ-ـرېت ئۇسۇلى تۆۋەندىكىدەك:

1. ئېكستىرېمۇم پەرقى (يەنى بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتتىكى ئەڭ چوڭ قىممەت بىلەن ئەڭ كىچىك قىممەتنىڭ پەرقى) نى تېپىش

مەسىلەن،

$$4.3-0.2=4.1,$$

بۇ ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ئۆزگىرىش دائىرىسى 4.1t ئىكەنلىكىنى چۈشەندۈرىدۇ.

2. گۇرۇپپا ئارىلىقى ۋە گۇرۇپپا سانىنى بەلگىلەش

گۇرۇپپا ئارىلىقى ۋە گۇرۇپپا سانىنى بەلگىلەشتە مۇقىم ئۆلچەم يوق، ئۇلارنى بەلگىلەشتە كۆپ ھاللاردا بىر سىناپ كۆرۈش ۋە تاللاش جەريانىنى باشتىن ئۆتكۈزۈشكە توغرا كېلىدۇ. سانلىق مەلۇماتلارنى گۇرۇپپىلارغا ئايرىغاندا، گۇرۇپپا سانىنى مۇۋاپىق بەلگىلەپ، سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەقسىملىنىش قانۇ-نىيىتىنى ئېنىق نامايان قىلىشقا تىرىشىش كېرەك. گۇرۇپپا سانى بەك كۆپ ياكى بەك ئاز بولۇپ كەتسە، سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالىنى ئىگىلىۋېلىشىمىزغا تەسىر يېتىدۇ. سانلىق مەلۇماتلارنى گۇرۇپپىلارغا ئايرىشتىكى گۇرۇپپا سانى ئەۋرىشكىنىڭ سىغىمى بىلەن مۇناسىۋەتلىك، ئادەتتە ئەۋرىشكە سىغىمى قانچە چوڭ بولسا، بۆلۈنگەن گۇرۇپپا سانى شۇنچە كۆپ بولىدۇ. ئەۋرىشكە سىغىمى 100 دىن ئې-شىپ كەتمىگەندە، سانلىق مەلۇماتنىڭ ئاز ـ كۆپلۈكى بويىچە، ئادەتتە 5 ~ 12 گۇرۇپپىغا بۆلسەك بولىدۇ.

قولايلىق بولسۇن ئۈچۈن، گۇرۇپپا ئارىلىقىنى ئىمكانقەدەر «پۈتۈن ئىپادىلەش» كېرەك. بۇ مەسىلـ-ـدە، ئەگەر گۇرۇپپا ئارىلىقىنى 0.5(t) قىلىپ ئالساق، ئۇ ھالدا:

$$\text{گۇرۇپپا سانى} = \frac{\text{ئېكستىرېمۇم پەرقى}}{\text{گۇرۇپپا ئارىلىقى}} = \frac{4.1}{0.5} = 8.2,$$

شۇڭا، سانلىق مەلۇماتلارنى 9 گۇرۇپپىغا بۆلسەك، بۇ گۇرۇپپا سانى بىرقەدەر مۇۋاپىق بولىدۇ. شۇنىڭ ئۈچۈن، گۇرۇپپا ئارىلىقىنى 0.5، گۇرۇپپا سانىنى 9 دەپ ئالىمىز.

3. سانلىق مەلۇماتلارنى گۇرۇپپىلارغا ئايرىش

سانلىق مەلۇماتلارنى گۇرۇپپا ئارىلىقىنى 0.5 قىلىپ گۇرۇپپىلارغا ئايرىغاندا، تۆۋەندىكىدەك 9 گۇ-رۇپپىغا ئايرىشقا بولىدۇ:

$$[0,\ 0.5),\ [0.5,\ 1),\cdots,\ [4,\ 4.5].$$

4. تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات جەدۋىلىنى تۈزۈش

ھەرقايسى گۇرۇپپىلارنىڭ تەكرارلىقنى ھېسابلاپ، تۆۋەندىكى **تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات جەدۋىلىنى** تۈزىمىز.

2.2 ـ جەدۋەل. 100 ئاھالىنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات جەدۋىلى

گۇرۇپپىلار	تەكرارلىنىش سانى جۇغلانمىسى	تەكرارلىنىش سانى	تەكرارلىق
[0, 0.5)	止	4	0.04
[0.5, 1)	正 下	8	0.08
[1, 1.5)	正正正	15	0.15
[1.5, 2)	正正正正 丅	22	0.22
[2, 2.5)	正正正正正	25	0.25
[2.5, 3)	正正 止	14	0.14

(2.2 ـ جەدۋەلنىڭ داۋامى)

[3, 3.5)	正一	6	0.06
[3.5, 4)	正	4	0.04
[4, 4.5]	丅	2	0.02
جەمئىي		100	1.00

2.2 ـ جەدۋەلنىڭ ئەڭ ئاخىرقى ئىستونىدىكىسى ھەرقايسى گۇرۇپپىلارنىڭ تەكرارلىقى، مەسىلەن، بىرىنچى گۇرۇپپىنىڭ تەكرارلىقى:

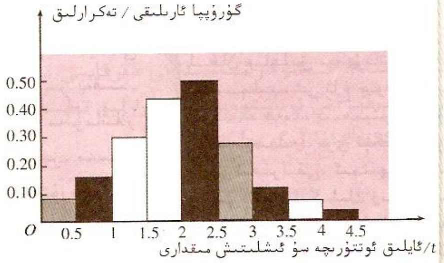
$$\frac{\text{بىرىنچى گۇرۇپپىنىڭ تەكرارلىنىش سانى}}{\text{ئەۋرىشكە سىغىمى}}=\frac{4}{100}=0.04.$$

تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى كومپيۇتېردىكى Excel يۇمشاق دېتالدىن پايدىلىنىپ ئاسانلا سىزغىلى بولىدۇ، شارائىتى بار ساۋاقداشلار سىناپ باقسا بولىدۇ.

5. تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى سىزىش

2.2 ـ جەدۋەلگە ئاساسەن 1.2.2 ـ رەسىمدە كۆرسىتىلگەندەك **تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىغا** ئىگە بولىمىز.

شەكىلنىڭ «ياخشى» ۋە «ناچار» بولۇشتەك پەرقى بار. ئەگەر مۇۋەپپەقىيەتلىك ھالدا شەكىلدە ئېنىق، توغرا، ئۇنۇملۇك ئىپادىلەپ بېرىلسە، ئۇ ھالدا بۇ بىر ياخشى شەكىل بولىدۇ.



1.2.2 ـ رەسىم

1.2.2 ـ رەسىمدە، ئابسىسسا ئوقى ئىپادىلىگىنى ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى، ئوردىناتا ئوقى ئىپادىلىگىنى گۇرۇپپا ئارىلىقى/تەكرارلىق.

$$\text{تەكرارلىق}=\frac{\text{تەكرارلىق}}{\text{گۇرۇپپا ئارىلىقى}}\times\text{گۇرۇپپا ئارىلىقى}=\text{كىچىك تىك تۆتبۇلۇڭنىڭ يۈزى}$$

بولغانلىقتىن، ھەرقايسى كىچىك تىك تۆتبۇلۇڭلارنىڭ يۈزى ماس گۇرۇپپىلارنىڭ تەكرارلىقىنى ئىپادىلەيدۇ. شۇنداق قىلىپ، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدا سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ھەرقايسى گۇرۇپپىلارغا چۈشۈش تەكرارلىقىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى يۈز ئارقىلىق ئەكس ئەتتۈرۈپ بېرىلىدۇ.

ئاسانلا بىلىشكە بولىدۇكى، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدا، ھەرقايسى كىچىك تىك تۆتبۇلۇڭلارنىڭ يۈزلىرىنىڭ ئومۇمىي يىغىندىسى 1 گە تەڭ بولىدۇ.

ئىزدىنىش

ئوخشاش بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتقا نىسبەتەن، ئەگەر گۇرۇپپا ئارىلىقى ۋە ئابسىسا ئوقى، ئوردىنات ئوقىنىڭ بىرلىكلىرى ئوخشاش بولمىسا، سىزىپ چىقىلغان دىئاگراما ـ گىستوگراممىنىڭ شەكلىمۇ ئوخشاش بولمايدۇ. ئوخشاش بولمىغان شەكىللەر كىشىگە ئوخشاش بولمىغان تەسىراتلارنى بېرىدۇ، بۇ خىل تەسىرات بەزىدە بىزنىڭ ئومۇمىي گەۋدىگە ھۆكۈم قىلىشىمىزغا تەسىر كۆرسىتىدۇ. ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا 0.1 ۋە 1 نى گۇرۇپپا ئارىلىقى قىلىپ گىستوگراممىنى قايتىدىن سىزىپ، گىستوگراممىغا بولغان تەسىراتىڭىزنى سۆزلەپ بېقىڭ.

2.2 ـ جەدۋەل ۋە 1.2.2 ـ رەسىمدە ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ھەرقايسى گۇرۇپپىلارغا چۈشۈش نىسبىتىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى كۆرسىتىپ بېرىلگەن، بۇنىڭدىن كۆرەلەيمىزكى، ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى ئىنتېرۋال [2, 2.5) ئىچىدە بولغان ئاھالىلەر ئەڭ كۆپ، [1.5, 2) ئىچىدە بولغانلىرى ئىككىنچى ئورۇندا تۇرىدۇ، كۆپ قىسىم ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى [1, 3) ئارىلىقىدا بولىدۇ.

گىستوگراما ئارقىلىق زور مىقدارلىق سانلىق مەلۇماتلارنى ئاسانلا ئىپادىلەپ، ئۇلارنىڭ تەقسىملىنىش شەكلىنى ناھايىتى كۆرسەتملىك نامايان قىلغىلى بولىدۇ، بۇنىڭ بىلەن بىز تەقسىمات جەدۋىلىدە ئېنىق كۆرگىلى بولمايدىغان سانلىق مەلۇماتلار ئەندىزىسىنى كۆرۈۋېلىش ئىمكانىيىتىگە ئىگە بولىمىز. مەسىلەن، 1.2.2 ـ رەسىمدىن ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ تەقسىملىنىشى «يەككە چوققا» شەكلىدە بولۇپ، يەنە بەلگىلىك سىممېترىكلىككە ئىگە ئىكەنلىكىنى ئېنىق كۆرۈۋالالايمىز. بۇ، كۆپ قىسىم ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ بىر ئوتتۇرىدىكى قىممەت ئەتراپىغا توپلانغانلىقىنى، پەقەت ئاز ساندىكى ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى ناھايىتى كۆپ ياكى ناھايىتى ئاز ئىكەنلىكىنى چۈشەندۈرىدۇ. بىراق، گىستوگراممىدا بىر قىسىم ئۇچۇرلار يوقىلىپمۇ كېتىدۇ، مەسىلەن، دەسلەپكى سانلىق مەلۇماتلارنى گىستوگراممىدا ئىپادىلەپ بەرگىلى بولمايدۇ.

ئەمەلىي تۇرمۇشتا، نورغۇنلىغان سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەقسىملىنىشى تاغ چوققىسى شەكلىدە ھەمدە سىممېترىك بولىدۇ. مەسىلەن، بوي ئېگىزلىكى، بەدەن ئېغىرلىقى، ئىمتىھان نەتىجىسى، يېزا ئىگىلىك زىرائەتلىرىنىڭ مەھسۇلات مىقدارى، مەلۇم خىل ئالاھىدە مەھسۇلاتنىڭ ھەر خىل سۈپەت كۆرسەتكۈچلىرى، پاي چېكى باھاسى قاتارلىقلار. ئالاقىدار ماتېرىياللارنى ئوقۇپ، يەنىمۇ ئىلگىرىلەپ چۈشەنچىگە ئىگە بولۇڭ.

ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەكرارلىقىنىڭ تەقسىماتىغا ئاساسەن، بۇ شەھەردىكى بارلىق ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى تەقسىماتىنىڭ تەخمىنىي ئەھۋالىنى مۆلچەرلەپ چىقالايمىز. باشقىچە ئېيتقاندا، ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىغا ئاساسەن، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ تەقسىماتىنى تەخمىنىي مۆلچەرلەپ چىقالايمىز. بۇ خىل مۆلچەرلەش بەلگىلىك ستاتىستىكا تەكشۈرۈشىنى ئاساس قىلغانلىقتىن، مۇشۇ ئاساستا شەھەرلىك خەلق ھۆكۈمىتىگە ھەربىر ئاھالىنىڭ ئايلىق سۇ ئىشلىتىش ئۆلچىمى توغرىسىدا بېرىلگەن تەكلىپنىڭ قايىل قىلىش كۈچى بىرقەدەر يۇقىرى بولىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

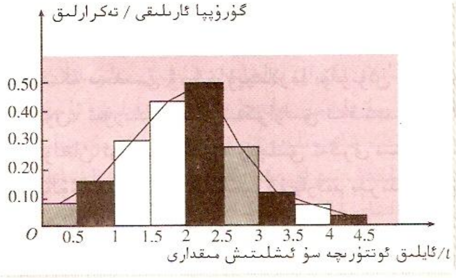
ئەگەر شۇ يەرلىك ھۆكۈمەت 85% تىن ئارتۇق ئاھالىنىڭ ھەر ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارى ئۆلچەمدىن ئېشىپ كەتمەسلىكىنى ئارزۇ قىلسا، تەكرارلىقنىڭ تەقسىماتىغا دائىر 2.2 ـ جەدۋەل ۋە 1.2.2 ـ رەسىمدىكى تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىغا ئاساسەن، ئايلىق سۇ ئىشلىتىش ئۆلچىمىنى بېكىتىش توغرىسىدا تەكلىپىڭىزنى ئوتتۇرىغا قويالامسىز؟

2.2 ـ جەدۋەل ۋە 1.2.2 ـ رەسىمدىن كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارى 3t دىن يۇقىرى بولغان ئاھالىلەرنىڭ ئىگىلىگەن نىسبىتى 12% = 2% + 4% + 6% ، يەنى تەخمىنەن 12% ئاھالىنىڭ ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارى 3t دىن يۇقىرى، 88% ئاھالىنىڭ ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارى 3t دىن تۆۋەن. شۇڭا، ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنى 3t قىلىپ بېكىتىش ئويلىشىشقا بولىدىغان بىر ئۆلچەم ھېسابلىنىدۇ.

ئويلاپ بېقىڭ، سىزنىڭچە 3t دىن ئىبارەت بۇ ئۆلچەمنى بەلگىلەش ئارقىلىق 85% تىن يۇقىرى ئاھالىنىڭ سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئۆلچەمدىن ئېشىپ كەتمەسلىكىگە چوقۇم كاپالەتلىك قىلغىلى بولامدۇ؟ ئەگەر ناتايىن بولسا، قايسى ھالقىلار يەكۈندىكى پەرقنى كەلتۈرۈپ چىقىرىشى مۇمكىن؟

ئەمەلىيەتتە، بۇ ئۆلچەمدە پەرق كۆرۈلۈشى مۇمكىن. شۇڭا، ئەمەلىيەت جەريانىدا، ستاتىستىكىدا يەكۈنگە قارىتا باھالاش ئېلىپ بېرىشقا توغرا كېلىدۇ.

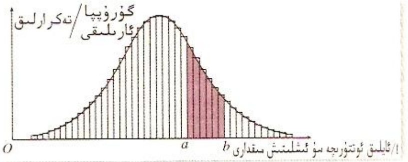
تەكرارلىنىش سانى تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسىدىكىگە ئوخشاش، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدىكى ھەرقايسى كىچىك تىك تۆتبۇلۇڭلارنىڭ يۇقىرى تەرىپىنىڭ ئوتتۇرا نۇقتىلىرىنى تۇتاشتۇرساق، **تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسى** (2.2.2 ـ رەسىمدىكىدەك)غا ئىگە بولىمىز.



2.2.2 ـ رەسىم

ئومۇمەن، ئومۇمىي گەۋدىدىكى يەككىلىك سانى كۆپرەك بولغاندا، ئەۋرىشكە ئالغاندا ئەۋرىشكىنىڭ سىغىمى بەك كىچىك بولۇپ قالسا بولمايدۇ. مەسىلەن، ئەگەر بىر ئۆلكە ياكى پۈتۈن مەملىكەتتىكى ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنى تەكشۈرمەكچى بولساق، ئۇ ھالدا ئەۋرىشكە سىغىمى بىر شەھەرنىڭكىنى تەكشۈرگەندىكىدىن چوڭ بولۇشى كېرەك. تەسەۋۋۇر قىلىشقا بولىدۇكى، ئەۋرىشكە سىغىمىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ، دىئاگراممىدا سىزغاندىكى گۇرۇپپا سانى كۆپىيىپ، گۇرۇپپا ئارىلىقى كىچىكلەيدۇ ـ دە، ماس تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسى بىر سىلىق ئەگرى سىزىققا بارغانسېرى يېقىنلىشىدۇ، ستاتىستىكىدا بۇ سىلىق ئەگرى سىزىق **ئومۇمىي گەۋدە زىچ-**

لىق ئەگرى سىزىقى دەپ ئاتىلىدۇ (3.2.2 ـ رەسىمدىكىدەك). ئومۇمىي گەۋدە زىچلىق ئەگرى سىزىقى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ھەرقايسى دائىرىلەر ئىچىدىكى قىممەت ئېلىش پىرسەنتىنى ئەكس ئەتتۈرۈپ، بىزنى تېخىمۇ ئىنچىكە ئۇچۇرلار بىلەن تەمىنلەيدۇ. مەسىلەن، رەسىمدىكى بويالغان قىسمىنىڭ يۈزى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ (a, b) ئىنتېرۋالدىكى قىممەت ئېلىش پىرسەنتىنى ئىپادىلەيدۇ.



3.2.2 ـ رەسىم

مۇلاھىزە ؟

ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسىدىن پايدىلىنىپ توغرا بولغان ئومۇمىي گەۋدە زىچلىق ئەگرى سىزىقىغا ئېرىشكىلى بولامدۇ؟

ئەمەلىيەتتە، بەزى ئومۇمىي گەۋدە زىچلىق ئەگرى سىزىقى ئوبيېكتىپ مەۋجۇت بولسىمۇ، بىراق ئەمەلىي قوللىنىش جەريانىدا بىز ئۇنىڭ كونكرېت ئىپادىلىنىش شەكلىنى بىلمەيمىز، شۇڭا ئۇنى ئەۋرىشكە ئارقىلىق مۆلچەرلەشكە توغرا كېلىدۇ. ھالبۇكى، ئەۋرىشكە تاسادىپىي ئېلىنىدىغانلىقتىن، ئوخشاش بولمىغان ئەۋرىشكىلەردىن كەلتۈرۈپ چىقىرىلىدىغان تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىلىرىمۇ ئوخشاش بولمايدۇ، ئۇنىڭ ئۈستىگە، ئوخشاش بىر ئەۋرىشكىگە نىسبەتەن، گۇرۇپپىلارغا بۆلۈنۈش ئەھۋالىنىڭ ئوخشاش بولماسلىقى سەۋەبىدىن، كېلىپ چىقىدىغان تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىلىرى ئوخشاش بولمايدۇ. دېمەك، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسى ئەۋرىشكە سىغىمى ۋە گۇرۇپپىلارغا بۆلۈنۈش ئەھۋالىنىڭ ئۆزگىرىشىگە ئەگىشىپ ئۆزگىرىدىغانلىقى ئۈچۈن، ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسىغا ئاساسەن توغرا بولغان ئومۇمىي گەۋدە زىچلىق ئەگرى سىزىقىغا ئېرىشكىلى بولمايدۇ.

بىزنىڭ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىنى چۈشىنىشىمىزگە ياردەم بېرىدىغان يۇقىرىدىكى بىرنەچچە خىل دىئاگرامما، گىستوگرامما، جەدۋەلدىن سىرت، ستاتىستىكىدا سانلىق مەلۇماتلارنى ئىپادىلەيدىغان يەنە بىر خىل شەكىل بار، ئۇ غول ـ **يوپۇرماقلىق شەكىل** (stem–and–leaf display) دەپ ئاتىلىدۇ. تۆۋەندە غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىلنى سىزىش ئۇسۇلى ۋە مۇشۇ شەكىلدىن پايدىلىنىپ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتى ئۇچۇرلىرىغا ئېرىشىش ئۇسۇلىنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

مەلۇم مۇسابىقە پەسلىدە A، B ئىككى نەپەر ۋاسكېتبول تەنھەرىكەتچىسىنىڭ ھەربىر مەيدان مۇسابىقىدە ئېرىشكەن نومۇرىنىڭ دەسلەپكى خاتىرىسى تۆۋەندىكىدەك:

A تەنھەرىكەتچى: 13، 51، 23، 8، 26، 38، 16، 33، 14، 28، 39؛

B تەنھەرىكەتچى: 49، 24، 12، 31، 50، 31، 44، 36، 15، 37، 25، 36، 39.

بۇنى غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىل ئارقىلىق 4.2.2 ـ رەسىمدىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ. غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىلنىڭ ئىسمىنىڭ مەنىسىدىن چىقىپ ئويلاشساق، غول ئوتتۇرا ئىستونىدىكى بىر قۇر سانىنى، يوپۇرماق بولسا غولنىڭ يېنىدىكى سانلارنى كۆرسىتىدۇ. ئوتتۇرا ئىستونىدىكى سانلار ئېرىشكەن

نومۇرنىڭ ئونلار خانىسىدىكى سانلارنى، ياندىكى سانلار ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا ئىككى تەنھەرىكەتچىنىڭ ئېرىشكەن نومۇرنىڭ بىرلەر خانىسىدىكى سانلارنى ئىپادىلەيدۇ.

A				B					
		8	0						
4	6	3	1	2	5				
3	6	8	2	5	4				
3	8	9	3	1	6	1	6	7	9
			4	4	9				
		1	5	0					

4.2.2 ـ رەسىم

4.2.2 ـ رەسىمدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىلدە دەسلەپكى سانلىق مەلۇماتلارنى ساقلاپ قالغىلى بولۇپلا قالماستىن، يەنە سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالىنىمۇ نامايان قىلغىلى بولىدۇ. مەسىلەن، B تەنھەرىكەتچىنىڭ ئېرىشكەن نومۇرى ئاساسەن سىممېترىك، يوپۇرماقنىڭ تەقسىملىنىشى «يەككە چوققا» شەكلىدە بولۇپ، يوپۇرماقنىڭ $\frac{10}{13}$ ى غول 2، 3، 4 لەرگە مەركەزلەشكەن، ئوتتۇردىكى سان 36؛ A تەنھەرىكەتچىنىڭ ئېرىشكەن نومۇرلىرىنىڭ بىر ئالاھىدە نومۇر (51 نومۇر) دىن باشقىلىرىمۇ ئاساسەن سىممېترىك، يوپۇرماقنىڭ تەقسىملىنىشىمۇ «يەككە چوققا» شەكلىدە بولۇپ، يوپۇرماقنىڭ $\frac{9}{11}$ ى غول 1، 2، 3 لەرگە مەركەزلەشكەن، ئوتتۇردىكى سان 26. بۇنىڭدىن B تەنھەرىكەتچىنىڭ نەتىجىسى تېخىمۇ ياخشى ئىكەنلىكىنى كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇ. ئۇنىڭدىن باشقا، يوپۇرماقنىڭ غولدىكى تەقسىملىنىش ئەھۋالىدىن قارىغاندا، B تەنھەرىكەتچىنىڭ ئېرىشكەن نومۇرى چوققا قىممىتى ئەتراپىغا تېخىمۇ مەركەزلەشكەن، بۇ، B تەنھەرىكەتچىنىڭ قابىلىيىتىنى جارى قىلدۇرۇشى تېخىمۇ تۇرغۇن ئىكەنلىكىنى چۈشەندۈرىدۇ.

ئەۋرىشكىدىكى سانلىق مەلۇماتلار ئازراق بولغاندا، سانلىق مەلۇماتلارنى غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىل بىلەن ئىپادىلىگەندە ئۈنۈمى تېخىمۇ ياخشى بولىدۇ. ئۇنىڭدا بارلىق ئۇچۇرلارنى ساقلاپ قالغىلى بولۇپلا قالماي، يەنە ئۇچۇرلارنى ھەر ۋاقىت خاتىرىلەپ تۇرغىلى بولىدۇ، بۇ، سانلىق مەلۇماتلارنى خاتىرىلەش ۋە ئىپادىلەشكە قولايلىق ئېلىپ كېلىدۇ. بىراق، ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى كۆپرەك بولغاندا، غول ـ يوپۇرماقلىق شەكىل قولايلىق بولماي قالىدۇ، بۇنىڭ سەۋەبى شۇكى، ھەربىر سانلىق مەلۇمات شەكىلدە بىر بوشلۇقنى ئىگىلەيدىغانلىقى ئۈچۈن، سانلىق مەلۇماتلار ناھايىتى كۆپ بولغان ئەھۋاللاردا يوپۇرماق بەك ئۇزۇن بولۇپ كېتىدۇ.

مەشىق

1. بىر تۈرلۈك زاپچاس ئىچىدىن 80 دانىسى ئېلىنغان، ئۇلارنىڭ ئۆلچەملىرىنىڭ سانلىق مەلۇماتلىرى تۆۋەندىكىدەك (بىرلىكى: cm):

362.51 × 1	362.62 × 2	362.72 × 2	362.83 × 3
362.93 × 3	363.03 × 3	363.15 × 5	363.26 × 6
363.38 × 8	363.49 × 9	363.59 × 9	363.67 × 7

363.76×6	363.84×4	363.93×3	364.03×3
364.12×2	364.22×2	364.31×1	364.41×1

بۇ يەردە ئۆلچىمى x بولغان n دانە زاپچاس $x\times n$ بىلەن ئىپادىلەندى، مەسىلەن، 1×362.51 دېگىنىمىز ئۆلچىمى 362.51cm بولغان بىر دانە زاپچاسنى ئىپادىلەيدۇ.

(1) ئەۋرىشكە تەكرارلىقىنىڭ تەقسىمات جەدۋىلىنى تۈزۈڭ ۋە تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى سىزىڭ.

(2) تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدا تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ سىنىق سىزىقلىق دىئاگراممىسىنى سىزىڭ.

2. سىنىپتىكى ھەربىر ساۋاقداش ئۆزىڭىزنىڭ ھەر كۈنلۈك دەرستىن سىرتقى ئۆگىنىش ۋاقتىنى مۆلچەرلەپ بېقىڭ (بىرلىكى: min)، ئاندىن دەرستىن سىرتقى ئۆگىنىش ۋاقتىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى سىزىڭ. سىزىڭچە، مەكتىپىڭلاردىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ دەرستىن سىرتقى ئۆگىنىش ۋاقتىنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالىنى مۇشۇ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسى ئارقىلىق مۆلچەرلىگىلى بولامدۇ؟ ئۇ ئارقىلىق بۇ رايوندىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ دەرستىن سىرتقى ئۆگىنىش ۋاقتىنىڭ تەقسىملىنىش ئەھۋالىنى مۆلچەرلىگىلى بولامدۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

3. تۆۋەندىكى بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇمات مەلۇم ئىشلەپچىقىرىش سېخىدىكى 30 ئىشچىنىڭ مەلۇم كۈنى پىششىقلاپ ئىشلىگەن زاپچاسلىرىنىڭ سانى، بۇ بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنى مۇۋاپىق غول - يوپۇرماقلىق شەكىل لايىھىلەپ ئىپادىلەڭ ھەمدە شەكىلگە ئاساسەن بۇ سېخنىڭ مۇشۇ كۈندىكى ئىشلەپچىقىرىش ئەھۋالىنى چۈشەندۈرۈڭ.

134	112	117	126	128	124	122	116	113	107
116	132	127	128	126	121	120	118	108	110
133	130	124	116	117	123	122	120	112	112

2-2-2 ئومۇمىي گەۋدىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىنى ئەۋرىشكىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەش

ئالدىنقى پاراگرافتا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى دىئاگرامما، گىستوگراممما ۋە جەدۋەللەردىن پايدىلىنىپ تەشكىللەشنى ھەمدە ئومۇمىي گەۋدىنىڭ تەقسىماتىنى دىئاگرامما، گىستوگرامما ۋە جەدۋەللەر تەمىنلىگەن ئۇچۇرلاردىن، شۇنداقلا ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىدىن پايدىلىنىپ قانداق مۆلچەرلەشنى ئۆگىنىپ ئۆتتۇق. ئومۇمىي گەۋدىنىڭ قانۇنىيىتىنى پۈتۈنلۈك جەھەتتىن تېخىمۇ ياخشى ئىگىلەش ئۈچۈن، يەنە ئومۇمىي گەۋدىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدىن پايدىلىنىپ تەتقىق قىلىشىمىزغا توغرا كېلىدۇ.

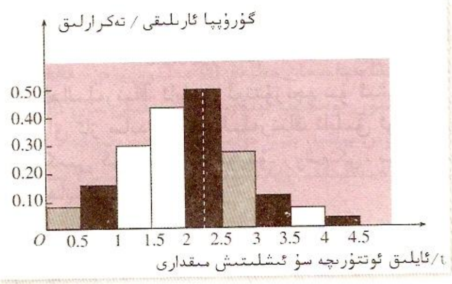
ئىزدىنىش

(1) ھەرقايسى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى قانداق قىلىپ بىر سانلىق قىممەتكە يىغىنچاقلىغىلى ھەمدە ئۇنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ «مەركىزىي نۇقتىسى» غا ئايلاندۇرغىلى بولىدۇ؟

(2) ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنى بىر سانلىق قىممەت ئارقىلىق تەسۋىرلىگىلى بولامدۇ؟

1. مودا سان، ئوتتۇرىدىكى سان، ئوتتۇرىچە سان

تولۇقسىز ئوتتۇرا مەكتەپتە ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ مودا سان، ئوتتۇرىدىكى سان، ئوتتۇرىچە سان قاتارلىق ھەر خىل سانلىق ئالاھىدىلىكلىرىنى ئۆگىنىپ ئۆتكەنىدۇق. شۇنداق دېيىشكە بولىدۇكى، بۇ سانلارنىڭ ھەممىسى بىزنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ئالاھىدىلىك ئۇچۇرلىرى بىلەن تەمىنلەيدۇ. مەسىلەن، ئالدىنقى پاراگرافتىكى 100 ئاھالىنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنى تەكشۈرۈش مەسىلىسىدە، ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ مودا سانى 2.25t (ئەڭ ئېگىز تىك تۆتبۇلۇڭنىڭ ئوتتۇرا نۇقتىسى، 5.2.2 ـ رەسىمدىكىدەك) بولىدۇ. ئۇ بىزگە بۇ شەھەردىكى ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى 2.25t بولغان ئاھالىلەرنىڭ سانى ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى باشقا قىممەت بولغان ئاھالىلەر ساندىن كۆپ ئىكەنلىكىنى ئېيتىپ بېرەلىسىمۇ، بىراق قانچىلىك كۆپ ئىكەنلىكىنى ئۇقتۇرالمايدۇ.



5.2.2 ـ رەسىم

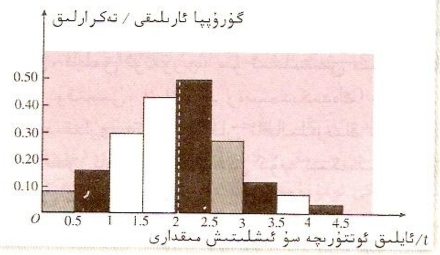
ئۇنداق بولسا، ئوتتۇرىدىكى ساننى تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىغا ئاساسەن قانداق مۆلچەرلىگىلى بولىدۇ؟ ئەۋرىشكىدە، 50% يەككىلىك ئوتتۇرىدىكى ساندىن كىچىك ياكى ئۇنىڭغا تەڭ، يەنە 50% يەككىلىك ئوتتۇرىدىكى ساندىن چوڭ ياكى ئۇنىڭغا تەڭ بولىدۇ. شۇنىڭ ئۈچۈن، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدا، ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ سول ۋە ئوڭ تەرىپىدىكى گىستوگراممىنىڭ يۈزى ئۆزئارا تەڭ بولۇشى كېرەك، بۇنىڭغا ئاساسەن ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ قىممىتىنى مۆلچەرلىگىلى بولىدۇ. 6.2.2 ـ رەسىمدىكى ئۈزۈك سىزىق ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ مۆلچەر قىممىتىگە، ئۇنىڭ سول تەرىپىدىكى گىستوگراممىنىڭ يۈزى 50 دانە بىرلىككە، ئوڭ تەرىپىدىكى گىستوگراممىنىڭ يۈزىمۇ 50 دانە بىرلىككە ۋەكىللىك قىلىدۇ. ئۈزۈك سىزىقتىكى سانلىق مەلۇماتنىڭ قىممىتى 2.02.

مۇلاھىزە ؟

ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ 2.02 دىن ئىبارەت بۇ مۆلچەر قىممىتى بىلەن ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ قىممىتى 2.0ئوخشاش ئەمەس، بۇنىڭدىكى سەۋەبنى چۈشەندۈرۈپ بېرەلەمسىز؟

ئوخشاشلا، ئوتتۇرىچە ساننىمۇ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىغا ئاساسەن مۆلچەرلەشكە بولىدۇ. ئوتتۇرىچە سان تەكرارلىق تەقسىماتى گىستوگراممىسىنىڭ «ئېغىرلىق مەركىزى» بولۇپ، ئۇ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىدىكى ھەربىر كىچىك تىك تۆتبۇلۇڭ يۈزىنى شۇ كىچىك تىك

تۆتبۆلۆڭ ئاساسىنىڭ ئوتتۇرا نۇقتىسىنىڭ ئابسىسساسىغا كۆپەيتكەندىكى كۆپەيتمىلەرنىڭ يىغىندىسىغا تەڭ. 6.2.2 ـ رەسىمگە ئاساسەن، ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى 2.02t بولىدىغانلىقىنى مۆلچەرلەپ بىلەلەيمىز.



6.2.2 ـ رەسىم

6.2.2 ـ رەسىم كۆپلىگەن ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ئوتتۇرىدا (2.02t ئەتراپىدا) ئىكەنلىكى، بىراق ئاز ساندىكى ئاھالىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ ناھايىتى يۇقىرى ئىكەنلىكىنى كۆرسىتىپ بېرىدۇ. روشەنكى، مۇشۇ بىر قىسىم ئاھالىلەرنىڭ سۇ ئىشلىتىشىگە چەك قويۇش ناھايىتى مۇۋاپىق.

مۇلاھىزە

ئەۋرىشكە ئوتتۇرىدىكى سانى ئاز ساندىكى بىرقانچە ئېكستىرېمۇم قىممەتنىڭ تەسىرىگە ئۇچرىمايدۇ، بۇ بەزى ئەھۋاللاردا ئۇنىڭ بىر ئارتۇقچىلىقى ھېسابلىنىدۇ، بىراق، ئەۋرىشكە ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ ئېكستىرېمۇم قىممەتنىڭ تەسىرىگە ئۇچرىمايدىغانلىقى بەزىدە يېتەرسىزلىككە ئايلىنىپمۇ قالىدۇ. بۇنى مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرەلەمسىز؟

ئەۋرىشكە ئوتتۇرىچە سانى ھەربىر ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتى بىلەن ئالاقىدار بولغانلىقتىن، ھەرقانداق بىر ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتنىڭ ئۆزگىرىشى ئوتتۇرىچە ساننىڭ ئۆزگىرىشىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىدۇ، بۇ ئوتتۇرىدىكى سان، مودا سانلار ئىگە بولمىغان خۇسۇسىيەت. دەل مۇشۇ سەۋەب تۈپەيلىدىن، مودا سان ۋە ئوتتۇرىدىكى سانغا سېلىشتۇرغاندا، ئوتتۇرىچە سان ئەۋرىشكىدىكى بارلىق سانلىق مەلۇماتلارغا دائىر ئۇچۇرلارنى تېخىمۇ كۆپ ئەكس ئەتتۈرۈپ بېرەلەيدۇ. بۇ مىسالدا، سۇ ئىشلىتىش مىقدارى ئەڭ كۆپ بولغان بىرقانچە ئاھالىنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارى بىلەن ئوتتۇرىچە ساننىڭ پەرقى بەك چوڭ بولغانلىقتىن، ئۇلارنىڭ ئوتتۇرىچە سانغا بولغان تەسىرىمۇ بىرقەدەر چوڭ بولغان.

ئىزدىنىش

بىز «سانلىق مەلۇماتلارغا ئاساسلىنىپ سۆزلەش كېرەك» دېگەن بۇ بىر جۈملە سۆزنى دائىم دېگۈدەك ئاڭلاپ تۇرىمىز. بىراق، سانلىق مەلۇماتلار بەزىدە خاتا قوللىنىلىپ، كىشىلەرنى ئازدۇرۇپ قويۇشىمۇ مۇمكىن. مەسىلەن، بىر كارخانىدا، زور كۆپ سانىنى ئىگىلەيدىغان بىرىنچى سەپتىكى ئىشچىلارنىڭ يىللىق كىرىمى ئون مىڭ يۈەن ئەتراپىدا بولۇشى، ئەمما باشقۇرۇش قاتلىمىدىكى بىر قىسىم خادىملارنىڭ يىللىق كىرىمى نەچچە

يۈز مىڭ يۈەنگە يېتىشى مۇمكىن. بۇنداق ئەھۋالدا، يىللىق كىرىمنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ئوتتۇرىدىكى ساندىن زور دەرىجىدە چوڭ بولىدۇ. گەرچە بۇ چاغدا ئوتتۇرىدىكى ساننى قوللىنىش ئوتتۇرىچە ساننى قوللانغاندىكىگە قارىغاندا ئەقىلگە تېخىمۇ مۇۋاپىق بولسىمۇ، بىراق، ئەمگەك كۈچى بازىرىغا بېرىپ ئىشچى قوبۇل قىلغاندا، بۇ كارخانىنىڭ خوجايىنى ئىش ھەققىگە دائىر سوئاللارغا ئوتتۇرىچە ساندىن پايدىلىنىپ جاۋاب بېرىشنى تېخىمۇ خالىشى مۇمكىن.

سىزنىڭچە، «بىزنىڭ ئىدارىنىڭ كىرىم سەۋىيىسى باشقا ئىدارىدىكىلەردىن يۇقىرى» دېگەن بۇ بىر جۈملە سۆزنى قانداق چۈشەندۈرۈش كېرەك؟

مەشىق

سىز قاتناش تارماقلىرىدىكى بىر خىزمەتچى خادىم بولۇپ، دۆلەتنىڭ بۇ شەھەردىكى 26 تاشيول قۇرۇلۇشى تۈرىگە سالغان مەبلىغىنىڭ ئوتتۇرىچە سوممىسىنى شەھەر باشلىقىغا دوكلات قىلماقچى بولدىڭىز دەيلى. بۇنىڭ ئىچىدە، بىر يېڭى تاشيول قۇرۇلۇشىغا سېلىنغان مەبلەغ 20 مىليون يۈەن، قالغان 25 تۈرنىڭ ھەربىرىگە سېلىنغان مەبلەغ 200 مىڭ يۈەندىن 1 مىليون يۈەنگىچە بولۇپ، ئوتتۇرىدىكى سان 250 مىڭ يۈەن، ئوتتۇرىچە سان 1 مىليون يۈەن، مودا سان 200 مىڭ يۈەن بولسا، سىز دۆلەتنىڭ ھەربىر تۈرگە سالغان مەبلەغلىرىنىڭ ئوتتۇرىچە سوممىسىنى قايسى خىل سانلىق ئالاھىدىلىكتىن پايدىلىنىپ ئىپادىلەيسىز؟ سىز تاللىغان بۇ سانلىق ئالاھىدىلىكنىڭ يېتەرسىز تەرىپى نېمە؟

2. ئۆلچەملىك ئايرىما (ئۆلچەملىك پەرق)

ئوتتۇرىچە سان بىزنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىغا دائىر مۇھىم ئۇچۇرلار بىلەن تەمىنلەيدۇ، بىراق، ئوتتۇرىچە سان بەزىدە بىزنىڭ ئومۇمىي گەۋدىگە قارىتا بىر تەرەپلىمە ھۆكۈم چىقىرىپ قويۇشىمىزغا سەۋەب بولۇپمۇ قالىدۇ. مەلۇم رايوننىڭ ستاتىستىكا جەدۋىلىدىن قارىغاندا، بۇ رايوندىكى يىللىق ئوتتۇرىچە ئائىلە كىرىمى 100 مىڭ يۈەن بولۇپ، كىشىلەرگە بۇ رايوندىكى ئائىلە كىرىمى ئومۇمىيۈزلۈك بىرقەدەر يۇقىرى دېگەن تەسىرات بېرىدۇ. بىراق، ئەگەر بۇ ئوتتۇرىچە سان 200 نامرات ئائىلە ۋە 20 بەك باي ئائىلىنىڭ كىرىمىدىن ھېسابلاپ چىقىلغان بولسا، ئۇ ھالدا بۇ ئوتتۇرىچە سان ھەم نامرات ئائىلىلەرنىڭ يىللىق كىرىمىگە ۋەكىللىك قىلالمايدۇ، ھەم بەك باي ئائىلىلەرنىڭ يىللىق كىرىمىگىمۇ ۋەكىللىك قىلالمايدۇ. بۇنىڭ سەۋەبى شۇكى، بۇ ئوتتۇرىچە ساندا ھەرگىزمۇ سەل قاراشقا بولمايدىغان بىر قىسىم ئېكستىرېمۇم ئەھۋاللار نىقاپلاپ قويۇلغان. شۇنىڭ ئۈچۈن، ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ئەمەلىي ھالىتىنى پەقەت ئوتتۇرىچە سانغا تايىنىپلا يىغىنچاقلاپ چىقىش ئۇنداق ئاسان ئىش ئەمەس.

يەنە ئالايلۇق، بىر قېتىملىق قارىغا ئېتىش سىنىقىدا ئىككى مەرگەننىڭ ھەربىرى 10 قېتىمدىن قارىغا ئاتقان، ھەر قېتىملىق تەگكۈزگەن ھالقا سانى تۆۋەندىكىدەك:

A: 7 8 7 9 5 4 9 10 7 4

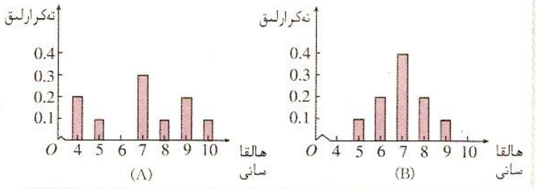
B: 9 5 7 8 7 6 8 6 7 7

ئەگەر سىز مەشقاۋۇل بولسىڭىز، بۇ قېتىملىق قارىغا ئېتىش ئەھۋالىغا قانداق باھا بېرىسىز؟ ئەگەر بۇ بىر قېتىملىق تاللاش خاراكتېرلىك سىناق بولسا، سىز قانداق تاللايسىز؟

ئىككى مەرگەننىڭ بۇ قېتىملىق قارىغا ئېتىشتىكى ئوتتۇرىچە نەتىجىسىگە قارىساق، ئۇ ھالدا

$$\overline{x}_A=7,\qquad \overline{x}_B=7$$

بولۇپ، ئۇلارنىڭ ئوتتۇرىچە نەتىجىسى ئوخشاش بولىدۇ. ئۇنداق بولسا، بۇ ئىككى مەرگەننىڭ سەۋىيەسىدە ھېچقانداق پەرق يوقمۇ؟



7.2.2 ـ رەسىم

7.2.2 ـ رەسىمدىن قارىغاندا، ئۇلارنىڭ سەۋىيىسىدە يەنىلا پەرق بار. مەسىلەن، A نىڭ نەتىجىسى تارقاق، B نىڭ نەتىجىسى نىسبەتەن مەركەزلەشكەن. شۇڭا، بۇ ئىككى گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنى باشقا نۇقتىدىن تەكشۈرۈشىمىزگە توغرا كېلىدۇ. مەسىلەن، ئىلگىرى دىئاگراممىا سىزغاندا ۋە جەدۋەل تۈزگەندە ئېكستىرېمۇم پەرق ئۇقۇمى ئوتتۇرىغا قويۇلغان:

$A = 10 - 4 = 6$, نىڭ ھالقا سانىنىڭ ئېكستىرېمۇم پەرقى

$B = 9 - 5 = 4$, نىڭ ھالقا سانىنىڭ ئېكستىرېمۇم پەرقى

ئۇلار ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاقلىق ئەھۋالىنى بەلگىلىك دەرىجىدە ئىپادىلەپ بېرىدۇ، ئېكستىرېمۇم پەرق ئوتتۇرىچە سان بىلەن بىرلىكتە بىزنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىغا دائىر نۇرغۇن ئۇچۇرلار بىلەن تەمىن ئېتىدۇ. روشەنكى، ئېكستىرېمۇم پەرق ئېكستىرېمۇم قىممەتكە نىسبەتەن ئىنتايىن سەزگۈر بولىدۇ، بۇ نۇقتىغا دىققەت قىلساق، بىز «ئەڭ يۇقىرى بىر نومۇرنى ۋە ئەڭ تۆۋەن بىر نومۇرنى چىقىرىۋېتىش»تىن ئىبارەت بىر خىل ستاتىستىكا تاكتىكىسىغا ئىگە بولىمىز.

ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى تەكشۈرۈشتە، ئەڭ كۆپ قوللىنىلىدىغان ستاتىستىكىلىق مىقدار **ئۆلچەملىك ئايرىما** (standard deviation) دىن ئىبارەت. ئۆلچەملىك ئايرىما ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدىن ئوتتۇرىچە سانغىچە بولغان بىر خىل ئوتتۇرىچە ئارىلىق بولۇپ، ئادەتتە s بىلەن ئىپادىلىنىدۇ.

ئادەتتىكى ھېسابلىغۇچلاردا ئۆلچەملىك پەرقنى ھېسابلايدىغان كۇنۇپكىلار بار. بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ ئۆلچەملىك پەرقىنى ھېسابلاشتا، ھېسابلىغۇچنى ستاتىستىكا ھالىتىگە كەلتۈرۈپ، سانلىق مەلۇماتلارنى بىر ـ بىرلەپ كىرگۈزىمىز، ئاندىن ئۆلچەملىك پەرق كۇنۇپكىسىنى باساقلا، ئېكرانىدا تاپماقچى بولغان ئۆلچەملىك پەرقنىڭ قىممىتى نامايان بولىدۇ.

«ئوتتۇرىچە ئارىلىق»نىڭ مەنىسىنى تۆۋەندىكىدەك چۈشىنىشكە بولىدۇ:

ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى x_1، x_2، ....، x_n، بۇ بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ ئوتتۇرىچە سانىنى $\overline{x}$، x_i دىن $\overline{x}$ قىچە بولغان ئارىلىقنى

$$|x_i - \overline{x}| \ (i = 1, 2, \cdots, n)$$

دەپ پەرەز قىلساق، ئۇ ھالدا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى x_1، x_2، ...، x_n دىن $\overline{x}$ قىچە بولغان «ئوتتۇرىچە ئارىلىق»:

$$s = \frac{|x_1 - \overline{x}| + |x_2 - \overline{x}| + \cdots + |x_n - \overline{x}|}{n}.$$

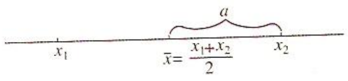
يۇقىرىدىكى ئىپادە مۇتلەق قىممەتنى ئۆز ئىچىگە ئالغانلىقى ئۈچۈن، ھېسابلاش دېگەندەك قولايلىق بولمايدۇ. شۇڭا ئۆلچەملىك

ئايرىما ئادەتتە تۆۋەندىكىدەك ئۆزگەرتىلگەن فورمۇلا ئارقىلىق ھېسابلىنىدۇ:

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]}.$$

سىغىمى 2 بولغان بىر ئەۋرىشكىنى ئويلىشايلى: $x_1 < x_2$، ئەۋرىشكىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسى $\frac{x_2-x_1}{2}$ بولۇپ، ئۇ $a=\frac{x_2-x_1}{2}$ دەپ خاتىرىلىنىدۇ. ئەۋرىشكىدىكى يەككىلىك بىلەن ئوتتۇرىچە ساننىڭ ئارىلىق مۇناسىۋىتىنى 8.2.2 ـ رەسىم ئارقىلىق ئىپادىلەشكە بولىدۇ:

ئۆلچەملىك پەرقنىڭ قىممەت ئېلىش دائىرىسى قانداق بولىدۇ؟ ئۆلچەملىك پەرقى 0 بولغان ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ قانداق ئالاھىدىلىكى بار؟



8.2.2 ـ رەسىم

روشەنكى، ئۆلچەملىك ئايرىما قانچىكى چوڭ بولسا، a مۇ شۇنچە چوڭ بولۇپ، سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسى شۇنچە چوڭ بولىدۇ؛ ئۆلچەملىك ئايرىما قانچىكى كىچىك بولسا، سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسى شۇنچە كىچىك بولىدۇ.

A مەرگەننىڭ نەتىجىسىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ ھېسابلاش جەريانى تۆۋەندىكىدەك:

ئوخشاش بولمىغان ھېسابلىغۇچلارنىڭ پارامېتىرلىرى ئوخشاش بولماسلىقى مۇمكىن، مەسىلەن، بەزى ھېسابلىغۇچلارنىڭ ستاتىستىكا ئەندىزىسى «MODE 1»، ئەۋرىشكىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ھېسابلاش پارامېتىرى 3 بولىدۇ.

MODE 2 (ستاتىستىكىلىق ھېسابلاش ئەندىزىسىگە كىرىش)

SHIFT CLR 1 = (ستاتىستىكىلىق ساقلىغۇچنى تازىلاش)

7 DT 8 DT 7 DT 9 DT 5 DT

4 DT 9 DT 10 DT 7 DT 4 DT

SHIFT S-VAR 2 = (ئەۋرىشكىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ھېسابلاش)

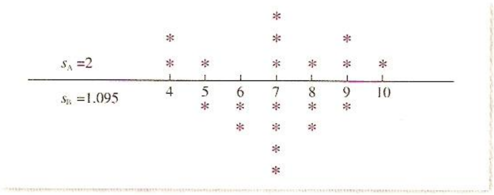
2

يەنى: $s_A=2$

ئوخشاش ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ $s_B \approx 1.095$ كە ئىگە بولىمىز.

$s_A > s_B$ دىن بىلەلەيمىزكى، A نىڭ نەتىجىسىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسى چوڭ، B نىڭ نەتىجىسىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسى كىچىك. بۇنىڭدىن B نىڭ قارىغا ئېتىش نەتىجىسىنىڭ A غا قارىغاندا تۇرغۇن ئىكەنلىكىنى مۆلچەرلەشكە بولىدۇ.

يۇقىرىدىكى ئىككى گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسى بىلەن ئۆلچەملىك ئايرىمىسى رەسىمدىكى مۇناسىۋەتنى 9.2.2 ـ رەسىمدىكىدەك كۆرسەتمىلىك ئىپادىلەشكە بولىدۇ:



9.2.2 ـ رەسىم

1 ـ مىسال. تۆۋەندىكى تۆت گۇرۇپپا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىنىڭ تۈۋرۈك شەكىللىك دىئاگراممىسىنى سىزايلى ھەمدە ئۇلارنىڭ ئوخشاش تەرىپى ۋە پەرقىنى چۈشەندۈرۈيلى.

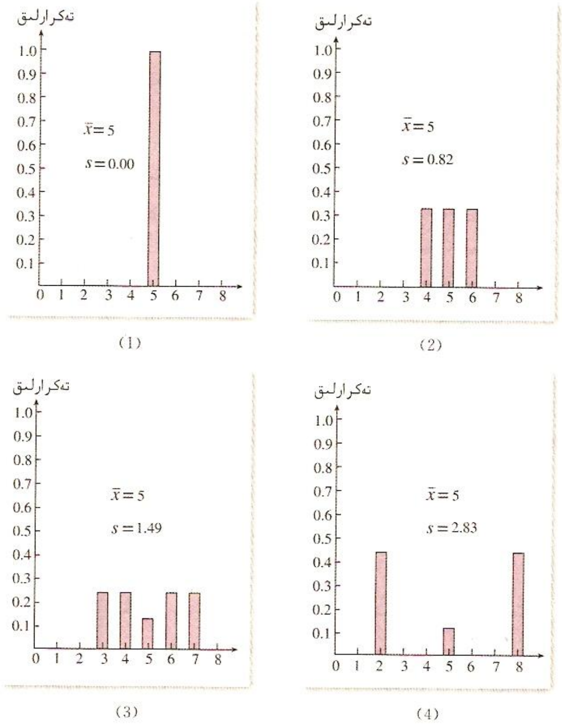
(1) 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5;

(2) 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6;

(3) 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 7;

(4) 2, 2, 2, 2, 5, 8, 8, 8, 8 .

يېشىش: تۆت گۇرۇپپا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىنىڭ تۈۋرۈك شەكىللىك دىئاگراممىسى تۆۋەندىكىدەك:



10.2.2 ـ رەسىم

تۆت گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ ئوتتۇرىچە سانلىرى ئوخشاشلا 5.0، ئۆلچەملىك ئايرىمىسى ئايرىم – ئايرىم 0.00، 0.82، 1.49، 2.83. ئۇلارنىڭ ئوتتۇرىچە سانلىرى ئوخشاش بولسىمۇ، ئەمما ئۆلچەملىك ئايرىمىلىرى ئوخشاش ئەمەس، بۇ، تۆت گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنىڭ ئوخشاش ئەمەسلىكىنى چۈشەندۈرىدۇ.

ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى ئۆلچەملىك ئايرىمىدىن پايدىلىنىپ يەنە بىر خىل چۈشەندۈرۈشكىمۇ بولىدۇ. مەسىلەن، ئائىلىلەرنىڭ ئايلىق ئوتتۇرىچە سۇ ئىشلىتىش مىقدارىغا دائىر مىسالدا، ئوتتۇرىچە سان $\overline{x}=1.973$، ئۆلچەملىك ئايرىما $s=0.868$، شۇڭا:

$$\overline{x}+s=2.841, \qquad \overline{x}+2s=3.709;$$
$$\overline{x}-s=1.105, \qquad \overline{x}-2s=0.237.$$

بۇ 100 دانە سانلىق مەلۇمات ئىچىدە پەقەت 4 دانىسىلا ئىنتېرۋال $[\overline{x}-2s, \overline{x}+2s]=[0.237, 3.709]$ نىڭ سىرتىدا بولىدۇ، دېمەك، $[\overline{x}-2s, \overline{x}+2s]$ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ھەممىسىنى دېگۈدەك ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ.

ماتېماتىكا نۇقتىسىدىن ئويلاشقاندا، كىشىلەر بەزىدە ئۆلچەملىك ئايرىمىنىڭ ئورنىغا **كۋادراتلىق ئايرىما**، يەنى ئۆلچەملىك ئايرىمىنىڭ كۋادراتى s^2 نى ئىشلىتىپ، ئۇنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنى ئۆلچەش قورالى قىلىدۇ:

$$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2].$$

روشەنكى، كۋادراتلىق ئايرىما بىلەن ئۆلچەملىك ئايرىمىنىڭ ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنى تەسۋىرلەشتىكى رولى ئوخشاش، بىراق ئەمەلىي مەسىلىلەرنى ھەل قىلىشتا ئادەتتە ئۆلچەملىك ئايرىما كۆپرەك قوللىنىلىدۇ.

كۆرسىتىپ ئۆتۈشكە تېگىشلىكى شۇكى، رېئاللىقتىكى ئومۇمىي گەۋدە ئۆز ئىچىگە ئالغان يەككىلىك سانى كۆپ ھاللاردا ناھايىتى جىق بولۇپ، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى بىلەن ئۆلچەملىك ئايرىمىسى نامەلۇم بولىدۇ، ئۇنداق بولسا، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى بىلەن ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى قانداق تېپىش كېرەك؟ ئادەتتە ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەيمىز. بۇ ئالدىدا سۆزلەپ ئۆتۈلگەن ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتىنىڭ ئورنىغا ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنى تەقرىبىي دەسسەتكەندىكىگە ئوخشىشىپ كېتىدۇ. ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرى ياخشى بولسىلا، بۇ ئەقىلگە مۇۋاپىق ھەم قوبۇل قىلىشقا بولىدىغان ئۇسۇل ھېسابلىنىدۇ.

2 ـ مىسال. A، B ئىككى ئادەم ئىچكى دىئامېتىرى 25.40mm بولغان بىر خىل زاپچاسنى بىرلا ۋاقىتتا ئىشلەپچىقاردى. بۇ ئىككىيلەننىڭ ئىشلەپچىقىرىش سۈپىتىنى باھالاش ئۈچۈن، ئۇلار ئىشلەپچىقارغان مەھسۇلاتلار ئىچىدىن 20 دانىدىن ئېلىپ، ئۇلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرىنى ئۆلچىگەندىكى سانلىق مەلۇماتلار تۆۋەندىكىدەك (بىرلىكى: mm):

A

25.46	25.32	25.45	25.39	25.36
25.34	25.42	25.45	25.38	25.42
25.39	25.43	25.39	25.40	25.44
25.40	25.42	25.35	25.41	25.39

B

25.40	25.43	25.44	25.48	25.48
25.47	25.49	25.49	25.36	25.34

25.33	25.43	25.43	25.32	25.47
25.31	25.32	25.32	25.32	25.48

ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرىنىڭ ئۆلچىمىدىن قارىغاندا، قايسىسى ئىشلەپچىقارغان زاپچاسنىڭ سۈپىتى يۇقىرى؟

تەھلىل: ھەربىر ئىشچى ئىشلەپچىقارغان بارلىق زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرى بىر ئومۇمىي گەۋدىنى تەشكىل قىلىدۇ. زاپچاسنىڭ ئىشلەپچىقىرىش ئۆلچىمى بېرىلگەنلىكتىن (ئىچكى دىئامېتىرى 25.40mm)، ئىشلەپچىقىرىش سۈپىتىنى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىدىن ئىبارەت ئىككى نۇقتىدىن چىقىپ ئۆلچەشكە بولىدۇ. ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى بىلەن ئىچكى دىئامېتىر ئۆلچىمى 25.40mm نىڭ پەرقى چوڭ بولغاندا سۈپىتى ناچار، پەرقى كىچىك بولغاندا سۈپىتى ياخشى بولىدۇ؛ ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ئۆلچەملىك دىئامېتىرغا ناھايىتى يېقىنلاشقاندا، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسى كىچىك بولغاندا سۈپىتى ياخشى، ئۆلچەملىك ئايرىمىسى چوڭ بولغاندا سۈپىتى ناچار بولىدۇ. شۇڭا، ئىككى ئىشچىنىڭ ئىشلەپچىقىرىش سۈپىتىنى سېلىشتۇرۇشتا، پەقەت ئۇلار ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرلىرىدىن تەشكىللەنگەن ئىككى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانلىرى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىلىرىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى سېلىشتۇرساقلا بولىدۇ. بىراق، بۇ ئىككى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى تېخى بىلمەيمىز، بۇنىڭ ئۈچۈن، ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەش ئىدىيىسىگە ئاساسەن، ئەۋرىشكە ئېلىش ئارقىلىق ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا ماس ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىغا ئىگە بولىمىز، ئاندىن بۇ ئىككى ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانلىرى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىلىرىنى سېلىشتۇرۇپ، ئۇنى ئىككى ئومۇمىي گەۋدە ئوتتۇرىسىدىكى پەرقنىڭ مۆلچەر قىممىتى قىلىمىز.

نېمە ئۈچۈن «ئىككى ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى بىلمەيمىز» دەيمىز؟ 25.40mm نېمە ئۈچۈن ئۇلارنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ئەمەس؟

يېشىش: ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ ھېسابلىساق:

$$\bar{x}_A \approx 25.401, \qquad \bar{x}_B \approx 25.406;$$
$$s_A \approx 0.037, \qquad s_B \approx 0.068.$$

ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانىدىن قارىغاندا، A ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرى B نىڭكىگە قارىغاندا ئىچكى دىئامېتىر ئۆلچىمى (25.40mm) گە تېخىمۇ يېقىن، بىراق پەرقى ناھايىتى كىچىك؛ ئەۋرىشكىنىڭ ئۆلچەملىك ئايرىمىسىدىن قارىغاندا، $s_A < s_B$ بولغانلىقتىن، A ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرىنىڭ تۇرغۇنلۇق دەرىجىسى B نىڭكىگە قارىغاندا خېلىلا يۇقىرى. شۇڭا، A ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ سۈپىتى B نىڭكىگە قارىغاندا ياخشىراق دەپ ھۆكۈم قىلىشقا بولىدۇ.

يۇقىرىدىكى مىسالدىن كۆرۈۋالايمىزكى، بىر ئىشچى ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرى (ئومۇمىي گەۋدە) نىڭ سۈپىتىگە ھۆكۈم قىلىش ئېلىنغان زاپچاسلارنىڭ ئىچكى دىئامېتىرى (ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى) بىلەن بىۋاسىتە مۇناسىۋەتلىك بولىدۇ. رو-

6 يەككىلىكنى ئۈز ئىچىگە ئالغان ئومۇمىي گەۋدە ئىچىدىن 3 يەككىلىك ئېلىپ ئەۋرىشكە قىلىشتىكى مۇمكىن بولغان بارلىق ئەۋرىشكىلەرنى تىزىپ چىقىڭ.

سىنىپىڭىزدىكى بارلىق ئوقۇغۇچىلارنىڭ بوي ئېگىزلىكىنى ئومۇمىي گەۋدە قىلىپ، ئۇلارنىڭ ئىچىدىن 20 ساۋاقداشنىڭ بوي ئېگىزلىكىنى ئېلىپ ئەۋرىشكە قىلىشقا توغرا كەلسە، ئوخشاش بولمىغان ئەۋرىشكىدىن قانچىسى بولۇشى مۇمكىنلىكىنى تەسەۋۋۇر قىلىپ بېقىڭ.

شەنكى، بۇ ئىشچى ئىشلەپچىقارغان زاپچاسلار ئىچىدىن نۇرغۇن ئەۋرىشكىلەرنى ئېلىشقا بولىدۇ (نېمە ئۈچۈن؟). شۇنىڭ ئۈچۈن، گەرچە ئوخشاش بىر ئومۇمىي گەۋدە بولسىمۇ، لېكىن ئەۋرىشكىلەر ئوخشاش بولمىغانلىقى ئۈچۈن، ماس ئەۋرىشكە تەكرارلىق تەقسىماتى بىلەن ئوتتۇرىچە سان، ئۆلچەملىك ئايرىما قاتارلىقلاردا ئۆزگىرىش يۈز بېرىدۇ، بۇ بىزنىڭ ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئەھۋالىنى مۆلچەرلىشىمىزگە تەسىر كۆرسىتىدۇ. ئەگەر ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرى ناچار بولسا، ئۇ ھالدا ئومۇمىي گەۋدىگە قارىتا چىقىرىلغان مۆلچەردە چەتنەش كېلىپ چىقىدۇ؛ ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرى بولمىغاندا، ئومۇمىي گەۋدىگە قارىتا خاتا مۆلچەر چىقىرىشنىڭ مۇمكىنچىلىكى ناھايىتى چوڭ بولىدۇ. بۇ دەل ئالدىدا تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىشنى سۆزلىگەندە ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى قايتا ـ قايتا تەكىتلىشىمىزنىڭ سەۋەبىدۇر. ئەمەلىي مەشغۇلات جەريانىدا، خاتالىقنىڭ يۈز بېرىشىنى ئازايتىش ئۈچۈن، شارائىت يار بەرگەن ئەھۋالدا، ئادەتتە ئەۋرىشكىنىڭ سىغىمىنى مۇۋاپىق ئاشۇرۇش كېرەك. ئەلۋەتتە، ھالقىلىق مەسىلە يەنىلا ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى ياخشىلاپ، ئەۋرىشكىنىڭ ۋەكىللىك خاراكتېرىنى يۇقىرى كۆتۈرۈشتىن ئىبارەت.

مەشىق

1. دېھقانچىلىق مەيدانىدىكىلەر A، B ئىككى خىل شال تېرىدى. مەيدانى ئۆزئارا تەڭ بولغان ئىككى پارچە شاللىقنىڭ ئۇدا 6 يىلدىكى يىللىق مەھسۇلات مىقدارى تۆۋەندىكىدەك (بىرلىكى: 500g):

تۈرى	1 ـ يىلى	2 ـ يىلى	3 ـ يىلى	4 ـ يىلى	5 ـ يىلى	6 ـ يىلى
A	900	920	900	850	910	920
B	890	960	950	850	860	890

قايسى خىل شالنىڭ مەھسۇلات مىقدارى تۇراقلىق؟

2. بىر دۇكان يېمەكلىكلەر شىركىتىدىن 21 خالتا ئاق شېكەر سېتىۋالدى، ھەربىر خالتا ئاق شېكەرنىڭ ئۆلچەملىك ئېغىرلىقى 500g، بۇ 21 خالتا ئاق شېكەرنىڭ ئېغىرلىق ئەھۋالىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، ھەربىر خالتىسىنىڭ ئېغىرلىقىنى ئۆلچىگەندە تۆۋەندىكىدەك بولغان (بىرلىكى: g):

486	495	496	498	499	493	493
498	484	497	504	489	495	503
499	503	509	498	487	500	508

(1) 21 خالتا ئاق شېكەرنىڭ ئوتتۇرىچە ئېغىرلىقى $\bar{x}$ قانچە؟ ئۆلچەملىك ئايرىمىسى s قانچە؟

(2) ئېغىرلىقى $\bar{x}-s$ بىلەن $\bar{x}+s$ ئارىلىقىدا بولغان قانچە خالتا ئاق شېكەر بار؟ ئۇلارنىڭ ئىگىلىگەن نىسبىتى قانچە؟

3. تۆۋەندىكى سانلىق مەلۇماتلار ئوخشاش بولمىغان 30 دۆلەتتىكى مەلۇم بىر خىل كېسەلگە گىرىپتار بولغان ھەر 100 000 نەپەر ئەر كىشىنىڭ ئۆلۈش نىسبىتى (پىرسەنت بويىچە ھېسابلاندى):

27.0	23.9	41.6	33.1	40.6	18.8	13.7	28.9	13.2	14.5
27.0	34.8	28.9	3.2	50.1	5.6	8.7	15.2	7.1	5.2
16.5	13.8	19.2	11.2	15.7	10.0	5.6	1.5	33.8	9.2

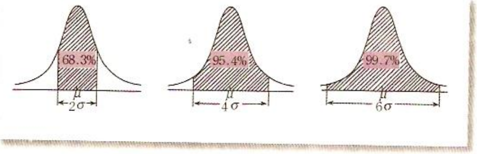
(1) بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى سىزىڭ.

(2) بۇ سانلىق مەلۇماتلارغا ئاساسەن ئوتتۇرىچە سان، ئوتتۇرىدىكى سان ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىنى ھېسابلاڭ ھەمدە ئۇلارنىڭ مەنىسىنى چۈشەندۈرۈڭ.

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

ئىشلەپچىقىرىش جەريانىدىكى سۈپەت كونترول دىئاگراممىسى

بىزگە مەلۇمكى، ئوتتۇرىچە سان μ ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئىغىرلىق مەركىزىنىڭ ئورنىنى، ئۆلچەملىك ئايرىما σ بولسا ئومۇمىي گەۋدىنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنى ئىپادىلەيدۇ. بىراق، بىز ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدىن بۇ ئىككى سانلىق قىممەتنى ھېسابلاپ چىققاندىن كېيىن، قالغان ئۇچۇرلار يوقاپ كېتىدۇ. شۇڭا، بۇ ئىككى سانلىق قىممەت ئومۇمىي گەۋدىنىڭ پۈتكۈل ھالىتىنى تەسۋىرلەپ بېرەلمەيدۇ. لېكىن، ئەمەلىي تۇرمۇشتا، بەزى ئومۇمىي گەۋدىلەر (مەسىلەن، مەلۇم رايوندىكى تەڭ ياشلىق بالىلارنىڭ بوي ئېگىزلىكى، بەدەن ئىغىرلىقى دېگەندەك) نىڭ تەقسىماتىنىڭ زىچلىق ئەگرى سىزىقى ئۇنىڭ ئوتتۇرىچە سانى μ ۋە ئۆلچەملىك پەرقى σ تەرىپىدىن تامامەن بەلگىلىنىدۇ (1 ~ 3 ـ رەسىم). بىز بۇ خىل تەقسىماتنى ($N(\mu, \sigma^2)$ قىلىپ يېزىپ، ئۇنى ئوتتۇرىچە سانى μ، كۋادراتلىق ئايرىمىسى σ^2 بولغان نورمال تەقسىمات دەپ ئاتايمىز.



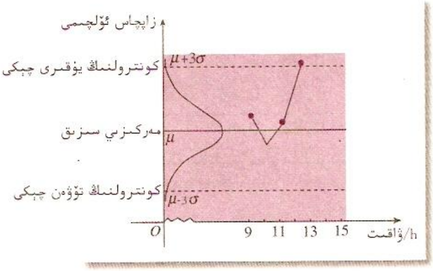
1 ـ رەسىم　　2 ـ رەسىم　　3 ـ رەسىم

زىچلىق ئەگرى سىزىقىغا ئاساسەن بۇ ئومۇمىي گەۋدىنىڭ $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$، $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$ ۋە $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ قاتارلىق ئىنتېرۋاللار ئىچىدە قىممەت ئېلىشىنىڭ پىرسەنتىنى ئۆلچەپ چىققىلى بولىدۇ:

ئىنتېرۋال	قىممەت ئېلىش پىرسەنتى
$(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$	68.3%
$(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$	95.4%
$(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$	99.7%

يۇقىرىقى ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتى مەھسۇلات سۈپىتىنى كونترول قىلىشتا ناھايىتى كەڭ قوللىنىلىدۇ. مەسىلەن، ئىشچىلار مەلۇم زاپچاسنى ئىشلەپچىقارغاندا، زاپچاسنىڭ ئۆلچىمى ئومۇمەن $N(\mu, \sigma^2)$ تەقسىماتىغا بويسۇنىدۇ. بۇنداق بولغاندا، زاپچاس ئۆلچىمىنىڭ $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ نىڭ سىرتىدا قىممەت ئېلىش پىرسەنتى پەقەت 0.3% لا بولىدۇ، بۇ، كۆپلىگەن تەكرار تەجرىبىدە، ئوتتۇرا ھېساب بىلەن ھەر 1000 دانە زاپچاسنى ئالغاندا، ئۆلچىمى بۇ دائىرىنىڭ سىرتىدا بولغان زاپچاستىن تەخمىنەن 3 دانىسى بولىدىغانلىقىنى بىلدۈرىدۇ. شۇڭا، بىر تۈركۈم مەھسۇلات ئىچىدىن بىر دانە زاپچاسنى تاسادىپىي ئالغاندا، بۇ زاپچاس ئۆلچىمىنىڭ $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$

نىڭ سىرتىدا بولۇشى مۇمكىن ئەمەس دېيەرلىكلا بولىدۇ. ناۋادا بۇنداق ئەھۋال راستتىنلا يۈز بەرسە، يەنى زاپچاس ئۆلچىمى x تەڭسىزلىك $|x-\mu|\geqslant 3\sigma$ نى قانائەتلەندۈرسە، ئۇ ھالدا ئىشلەپچىقىرىش جەريانىدا نورمالسىز ئەھۋال يۈز بەرگەن بولۇشى مۇمكىن دەپ قارىساق بولىدۇ. مەسىلەن، خام ئەشيا، ئىستانوكلاردىن مەسىلە چىققان، تېخنولوگىيە تەرتىپى مۇكەممەل بولماي قالغان، مەشغۇلات جەريانىدا ئىشچىلارنىڭ دىققىتى چېچىلىپ كەتكەن بولۇشى مۇمكىن ۋە باشقىلار. بۇنداق ئەھۋالدا، مەھسۇلات سۈپىتىگە كاپالەتلىك قىلىش ئۈچۈن، ئىشلەپچىقىرىشنى توختىتىپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بېرىپ، سەۋەبىنى ئېنىقلاپ، ئىشلەپچىقىرىش جەريانىنى يېڭىۋاشتىن بىر خىل نورمال ھالەتتە كونترول قىلىش ئارقىلىق ناچار مەھسۇلاتنىڭ كۆپىيىپ كېتىشىدىن ساقلىنىش كېرەك.



4 ـ رەسىم

مانا بۇ، مەھسۇلات سۈپىتىنى ستاتىستىكا پرىنسىپىدىن پايدىلىنىپ كونترول قىلىشنىڭ ئاساسىي ئىدىيىسى. نۆۋەتتە، ئىشلەپچىقىرىش جەريانىدا كەڭ قوللىنىلىۋاتقان سۈپەت كونترول دىئاگراممىسى (4 ـ رەسىم) دەل يۇقىرىدىكى پرىنسىپ ئاساسىدا ۋۇجۇدقا كەلتۈرۈلگەن.

4 ـ رەسىم 3 ـ رەسىمنى °90 ئايلاندۇرۇش ئارقىلىق كەلتۈرۈپ چىقىرىلغان. ئىشلەپچىقىرىش جەريانىدا، مەلۇم بىر پەيتتىن باشلاپ، ھەربىر بەلگىلىك ۋاقىت ئارىلىقىدىن كېيىن خالىغان بىر زاپچاسنى ئېلىپ تەكشۈرۈپ، ئۇنىڭ ئۆلچىمىنى دىئاگراممىدا دۈگىلەك چېكىت بىلەن ئىپادىلەيمىز. ئەگەر چېكىت كونترول چېكى ئىچىدە بولسا، ئىشلەپچىقىرىش ئەھۋالى نورمال ئىكەن دەپ قارىساق بولىدۇ؛ ئەگەر چېكىت كونترول چېكىنىڭ سىرتىدا بولسا، نورمالسىز ئەھۋال كۆرۈلۈپتۇ دەپ بىلىپ، ئىشلەپچىقىرىشنى توختىتىپ تەكشۈرۈش ئېلىپ بېرىش كېرەك.

بۇ يەرگە كەلگەندە، ئۆلچەملىك پەرقىنىڭ مەنىسى ھەققىدە يەنىمۇ چوڭقۇرلاپ چۈشەنچىگە ئىگە بولدىڭىزمۇ؟ يۇقىرىدىكى ئوقۇش ماتېرىيالىغا ئاساسەن، ئۆلچەملىك پەرقچە بولغان تونۇشىڭىزنى سۆزلەپ بېرىڭ.

2.2 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. بىر خىل بېلىقنىڭ بەدىنى سىماب سۈمۈرىدۇ، سىماب مىقدارى بەدەن ئېغىرلىقىنىڭ 1.00 ppm (يەنى مىليوندىن بىر) ىدىن ئېشىپ كەتكەندە ئادەم بەدىنىگە زىيان يەتكۈزىدۇ. 30 تال بېلىق ئەۋرىشكىسىدە بايقالغان سىماب مىقدارى تۆۋەندىكىدەك:

0.07	0.24	0.95	0.98	1.02	0.98	1.37	1.40	0.39	1.02
1.44	1.58	0.54	1.08	0.61	0.72	1.20	1.14	1.62	1.68
1.85	1.20	0.81	0.82	0.84	1.29	1.26	2.10	0.91	1.31

(1) ئالدىنقى ئىككى خانىنى غول قىلىپ، ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ غول ـ يوپۇرماقلىق شەكلىنى سىزىڭ؛

(2) سىماب مىقدارىنىڭ تەقسىمات ئالاھىدىلىكىنى بايان قىلىڭ؛

(3) ئەمەلىي ئەھۋالدىن قارىغاندا، ئۇرغۇنلىغان بېلىقلارنىڭ بەدىنىدىكى سىماب مىقدارىنىڭ ئۆلچەمدىن ئېشىپ كېتىشى بەزى بېلىقلارنىڭ سېتىلىشتىن بۇرۇن تەكشۈرۈشتىن ئۆتكۈزۈلمىگەنلىكىدىن بولغان. مۇشۇنداق ھەربىر تۇركۇم بېلىق بەدىنىدىكى ئوتتۇرىچە سىماب مىقدارى ھامان 1.00 ppm دىن چوڭ بولامدۇ؟

(4) يۇقىرىدىكى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى تېپىڭ؛

(5) قانچە تال بېلىقنىڭ بەدىنىدىكى سىماب مىقدارى ئوتتۇرىچە سان بىلەن 2 ھەسسىلەنگەن ئۆلچەملىك ئايرىمىنىڭ يىغىندىسى (ئايرىمىسى) دائىرىسى ئىچىدە؟

2. بىر تۇركۇم پاختا ئىچىدىن 60 تال پاختا تالاسىنى ئېلىپ ئۇزۇنلۇقىنى ئۆلچىگەندە، نەتىجە تۆۋەندىكىدەك بولغان (بىرلىكى: mm):

82	202	352	321	25	293	293	86	28	206
323	355	357	33	325	113	233	294	50	296
115	236	357	326	52	301	140	328	238	358
58	255	143	360	340	302	370	343	260	303
59	146	60	263	170	305	380	346	61	305
175	348	264	383	62	306	195	350	265	385

بۇ ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسىنى سىزىڭ (ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى گۇرۇپپىلارغا ئايرىغاندا، ئوخشاش بولمىغان بىرقانچە خىل ئايرىش ئۇسۇلىنى سىناپ بېقىپ، ئاندىن ئۇلارنىڭ ئىچىدىن مۇۋاپىق بىر خىلىنى تاللىۋېلىڭ). پاختىنىڭ تالا ئۇزۇنلۇقى پاختا سۈپىتىنىڭ مۇھىم كۆرسەتكۈچى، گىستوگراممىغا ئاساسەن بۇ بىر تۇركۇم پاختىنىڭ سۈپەت ئەھۋالىنى تەھلىل قىلالامسىز؟

3. ئىلگىرىكى ئوقۇغۇچى قوبۇل قىلىش ستاتىستىكا سانلىق مەلۇماتلىرىدىن نامايان بولۇشىچە، مەلۇم ئۇنىۋېرسىتېت قوبۇل قىلغان يېڭى ئوقۇغۇچىلارنىڭ ئالىي مەكتەپ ئىمتىھانى ئومۇمىي نەتىجىسىنىڭ ئوتتۇرىدىكى سانى ئاساسەن 550 نومۇردا تۇرغۇنلاشقان. بىر مەكتەپدىشىڭىز بۇ يىلقى ئالىي مەكتەپ ئىمتىھانىدا 520 نومۇر ئالغان بولسا، ئۇنىڭ بۇ ئۇنىۋېرسىتېتقا تىزىملىتىشىنى دەرھال توسۇمسىز ياكى ئالدى بىلەن بۇ ئۇنىۋېرسىتېتنىڭ ئو-

قوغۇچى قوبۇل قىلىشقا دائىر باشقا ئۇچۇرلارنى ئىگىلەپ كۆرەمسىز؟ تاللىشىڭىزنىڭ سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈپ بېرىڭ.

4. بۇلتۇرقى A دەرىجىلىكلەر بىرلەشمە پۇتبول مۇسابىقىسىدە، بىرىنچى كوماندىنىڭ ھەربىر مەيداندا كەتكۈزۈپ قويغان ئوتتۇرىچە توپ سانى 1.5، پۈتۈن بىر يىللىق مۇسابىقىدە كەتكۈزۈپ قويغان توپ سانىنىڭ ئۆلچەملىك پەرقى 1.1؛ ئىككىنچى كوماندىنىڭ ھەربىر مەيداندا كەتكۈزۈپ قويغان ئوتتۇرىچە توپ سانى 2.1، پۈتۈن بىر يىللىق مۇسابىقىدە كەتكۈزۈپ قويغان توپ سانىنىڭ ئۆلچەملىك پەرقى 0.4. سىزنىڭچە تۆۋەندىكى ئېيتىشلارنىڭ قايسىسى توغرا، نېمە ئۈچۈن؟

(1) ئوتتۇرا ھېساب بويىچە ئېيتقاندا، بىرىنچى كوماندىنىڭ قوغدىنىش تېخنىكىسى ئىككىنچى كوماندىدىن ياخشى؛

(2) ئىككىنچى كوماندىنىڭ تېخنىكا سەۋىيىسى بىرىنچى كوماندىغا قارىغاندا تېخىمۇ تۇراقلىق؛

(3) بىرىنچى كوماندىنىڭ ئىپادىسى بەزىدە بەك ناچار، بەزىدە ناھايىتى ياخشى؛

(4) ئىككىنچى كوماندىنىڭ توپ كەتكۈزۈپ قويمايدىغان مۇسابىقە مەيدان سانى ناھايىتى ئاز.

5. بىر قېتىملىق ئىختىساسلىق خادىملارنى تەكلىپ قىلىش يىغىنىدا، بىر شىركەتنىڭ تەكلىپ قىلغۇچى خادىمى سىزگە «بىزنىڭ شىركەتنىڭ كىرىم سەۋىيىسى ناھايىتى يۇقىرى»، «بۇلتۇر 50 نەپەر خىزمەتچى خادىم ئىچىدە ئەڭ يۇقىرى يىللىق كىرىم 1 مىليونغا يەتتى، ئۇلارنىڭ يىللىق كىرىمىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى 35 مىڭ يۈەن بولدى» دېدى. ئەگەر سىز 25 مىڭ يۈەن يىللىق ئىش ھەققىگە ئېرىشىشنى ئۈمىد قىلسىڭىز:

(1) ئۆزىڭىزنىڭ بۇ شىركەتنىڭ يۇقىرى كىرىملىك خادىمى بولالىشىڭىزغا ھۆكۈم قىلالامسىز؟

(2) ئەگەر تەكلىپ قىلغۇچى خادىم سىزگە يەنە «ئىشچى ـ خىزمەتچىلەر كىرىمىنىڭ ئۆزگىرىش دائىرىسى 5 مىڭ يۈەندىن 1 مىليون يۈەنگىچە» دېسە، بۇ ئۇچۇر سىزنىڭ بۇ شىركەتتە ئىشلەش ـ ئىشلىمەسلىك توغرىسىدا قارار چىقىرىشىڭىزغا يېتەرلىك دەرىجىدە تۈرتكە بولالامدۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

(3) تەكلىپ قىلغۇچى خادىم سىزنى يەنە: ئىشچى ـ خىزمەتچىلەر كىرىمىنىڭ ئوتتۇرىدىكى 50% ى (يەنى كىرىمى ئەڭ ئاز بولغان 25% بىلەن كىرىمى ئەڭ كۆپ بولغان 25% نى چىقىرىۋەتكەندىن كېيىن ئېشىپ قالغىنى) نىڭ ئۆزگىرىش دائىرىسى 10 مىڭ يۈەندىن 30 مىڭ يۈەنگىچە بولىدۇ دېگەن ئۇچۇر بىلەن تەمىنلىسە، بۇ ئۇچۇردىن قانداق پايدىلىنىپ مۇشۇ شىركەتتە ئىشلەش ـ ئىشلىمەسلىك توغرىسىدا قارار چىقىرىسىز؟

(4) كىرىمنىڭ ئوتتۇرىدىكى سانىنىڭ قانچە ئىكەنلىكىنى مۆلچەرلەپ چىقالامسىز؟ ئوتتۇرىچە قىممەت نېمە ئۈچۈن مۆلچەرلەپ چىقىلغان ئوتتۇرىدىكى ساندىن بەكلا يۇقىرى بولۇپ قالدى؟

6. A، B ئىككى ئىستانوكتا بىرلا ۋاقىتتا بىر خىل زاپچاس ئىشلەپچىقىرىلىدۇ، 10 كۈن ئىچىدە، ئىككى ئىستانوكتا ھەر كۈنى ئىشلەپچىقىرىلغان ناچار مەھسۇلاتلارنىڭ سانى ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا تۆۋەندىكىدەك:

A:	0	1	0	2	2	0	3	1	2	4
B:	2	3	1	1	0	2	1	1	0	1

ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا بۇ ئىككى گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ھېسابلاڭ. ھېسابلاش نەتىجىسىدىن قارىغاندا، قايسى ئىستانوكنىڭ ئىقتىدارى ياخشىراق؟

7. ئوخشاش بولمىغان 20 خىل ئۇششاق ـ چۈششەك يېمەكلىك بار، ئۇلارنىڭ ئىسسىقلىق مىقدارى تۆۋەندىكىدەك:

110	120	123	165	432	190	174	235	428	318
249	280	162	146	210	120	123	120	150	140

(1) يۇقىرىدىكى 20 دانە سانلىق مەلۇماتتىن ئومۇمىي گەۋدە تەشكىللەپ، ئومۇمىي گەۋدىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى تېپىڭ؛

(2) مۇۋاپىق تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى لايىھىلەپ، ئومۇمىي گەۋدىدىن سىغىمى 7 بولغان ئەۋرىشكە

ئېلىڭ، ئاندىن ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى تېپىڭ؛

(3) يۇقىرىدىكى ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ، سىغىمى 7 بولغان يەنە بىر ئەۋرىشكە ئېلىڭ، ئاندىن ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى ھېسابلاڭ، بۇ ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسى (2) دىكى نەتىجە بىلەن ئوخشاشمۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

(4) (2) دىكى تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ، ئومۇمىي گەۋدىدىن ئايرىم ـ ئايرىم ھالدا سىغىمى 10 ، 13 ، 16 ، 19 بولغان ئەۋرىشكىلەرنى ئېلىڭ، ئاندىن بۇ ئەۋرىشكىلەرنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىنى تېپىڭ ھەمدە ئەۋرىشكە سىغىمى بىلەن ئەۋرىشكە ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسىدىن پايدىلىنىپ ئومۇمىي گەۋدىنى مۆلچەرلەش ئۈنۈمى ئارىسىدا قانداق مۇناسىۋەت بارلىقىنى تەھلىل قىلىڭ.

B گۇرۇپپا

1. تەنھەرىكەتچىلەرنى مەشىق قىلدۇرۇش جەريانىدا بەدەن ساپاسى سىنىقى ئېلىپ بېرىشقا توغرا كېلىدۇ، بۇ خىل سىناقنى ئادەتتە كەسپىي تارماقلار ئورۇنلاشتۇرۇپ تاماملايدۇ. نوپۇزلۇق ئىككى تارماق 10 نەپەر سۇ ئۈزۈش تەنھەرىكەتچىسىگە قارىتا سىناق ئېلىپ بارغاندىن كېيىن تۆۋەندىكى نەتىجىنى ئوتتۇرىغا قويغان:

سىناق	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
T_1	20	23	24	18	17	16	25	24	21	19
T_2	31	39	39	29	28	31	40	30	31	30

مەملىكەت بويىچە ئېلىنغان ئەۋرىشكىگە نىسبەتەن، T_1 نىڭ ئوتتۇرىچە سانى 20، ئۆلچەملىك ئايرىمىسى 2؛ T_2 نىڭ ئوتتۇرىچە سانى 35، ئۆلچەملىك ئايرىمىسى 3 ئىكەنلىكى مەلۇم.

(1) يۇقىرىدىكى ئىككى سىناقنىڭ قايسىسى تېخىمۇ ياخشى ئىشلەنگەن؟

(2) ئەگەر سىز مەشقاۋۇل بولسىڭىز، كوماندا ئەزالىرىڭىزنىڭ ئىشەنچىسىنى ئاشۇرۇش ئۈچۈن قايسى سىناقنى تاللايسىز؟

(3) نومۇر قىممىتى قانچە يۇقىرى بولسا، تەنھەرىكەتچىنىڭ تەنھەرىكەت سەۋىيىسى شۇنچە يۇقىرى بولىدۇ. قايسى تەنھەرىكەتچىنىڭ تەنھەرىكەت سەۋىيىسى ئەڭ يۇقىرى؟ قايسىسىنىڭ ئەڭ تۆۋەن؟

2. سىنىپىڭىزدىكى ھەربىر ساۋاقداشنىڭ ئائىلىسىنىڭ ئوخشاش بىر ھەپتىدىكى توك ئىشلىتىش مىقدارىنى تەكشۈرۈپ، بۇ بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇماتنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتى جەدۋىلى، تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسى ۋە تەكرارلىقنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسىنى سىزىڭ، ئاندىن ئۆزىڭىز تۇرۇشلۇق رايوندىكى توك ئىشلىتىش مىقدارى ئەھۋالىنى مۆلچەرلەڭ ھەمدە سىنىپ بويىچە مۇزاكىرە ئورۇنلاشتۇرۇڭ.

3-2 ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش (كوررېلاتسىيە) مۇناسىۋىتى

1-3-2 ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتى

مۇلاھىزە؟

مەكتەپتە، ئوقۇتقۇچى كۆپ ھاللاردا ئوقۇغۇچىلارغا مۇنداق دەيدۇ: «ئەگەر ماتېماتىكا نەتىجىڭىز ياخشى بولسا، ئۇ ھالدا فىزىكا ئۆگىنىشىڭىزدىمۇ چوڭ مەسىلە چىقمايدۇ». مۇشۇ قاراش بويىچە ئېيتقاندا، ئوقۇغۇچىلارنىڭ فىزىكا نەتىجىسى بىلەن ماتېماتىكا نەتىجىسى ئارىسىدا بىر خىل باغلىنىش مۇناسىۋىتى باردەك قىلىدۇ. سىزنىڭچە بۇنداق دېيىشنىڭ ئاساسى بارمۇ؟

ئۆگىنىش تەجرىبىلىرىمىزدىن بىلەلەيمىزكى، فىزىكا نەتىجىسىنىڭ ماتېماتىكا نەتىجىسى بىلەن ھەقىقەتەنمۇ بەلگىلىك مۇناسىۋىتى بولىدۇ، بىراق، بۇنىڭدىن سىرت، فىزىكا نەتىجىسىگە تەسىر كۆرسىتىدىغان باشقا ئامىللارمۇ بار، مەسىلەن، فىزىكىنى ياخشى كۆرۈش - كۆرمەسلىك، فىزىكا ئۆگىنىشكە سەرپ قىلغان ۋاقىت قاتارلىقلار. ماتېماتىكا نەتىجىسىنىڭ فىزىكا نەتىجىسىگە بولغان تەسىرىنى ئاساسىي ئورۇنغا قويۇپ ئويلاشقاندا، بۇ ئىككىسى ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى تەكشۈرۈشكە توغرا كېلىدۇ.

بىز ئەمەلىي تۇرمۇشتىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىگە دائىر يەنە نۇرغۇن مەسىلىلەرنى مىسال كەلتۈرەلەيمىز. مەسىلەن:

1. تاۋارنىڭ سېتىلىش كىرىمى بىلەن ئېلاننىڭ چىقىم خىراجىتى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت. تاۋارنىڭ سېتىلىش كىرىمى بىلەن ئېلاننىڭ چىقىم خىراجىتى ئارىسىدا زىچ باغلىنىش بار، بىراق، تاۋارنىڭ سېتىلىش كىرىمى پەقەت ئېلان چىقىمىنىڭ قانچىلىك بولۇشى بىلەنلا ئەمەس، بەلكى تاۋارنىڭ سۈپىتى، ئەھۋالىنىڭ كىرىمى قاتارلىق ئامىللار بىلەنمۇ باغلىنىشلىق بولىدۇ.

2. ئاشلىق مەھسۇلات مىقدارى بىلەن ئوغۇت سېلىش مىقدارى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت. بەلگىلىك دائىرىدە، ئوغۇت قانچىكى كۆپ سېلىنسا، ئاشلىق مەھسۇلات مىقدارى شۇنچە يۇقىرى بولىدۇ. بىراق، ئوغۇت سېلىش مىقدارى ئاشلىق مەھسۇلات مىقدارىنى بەلگىلەيدىغان بىردىنبىر ئامىل ئەمەس، چۈنكى ئاشلىق مەھسۇلات مىقدارى يەنە تۇپراق سۈپىتى، يامغۇر مىقدارى، ئېتىز باشقۇرۇش سەۋىيىسى قاتارلىق ئامىللارنىڭ تەسىرىگىمۇ ئۇچرايدۇ.

3. ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياش ئوتتۇرىسىدىكى مۇناسىۋەت. بەلگىلىك ياش باسقۇچىدا، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى ياشنىڭ چوڭىيىشىغا ئەگىشىپ ئېشىپ بارىدۇ، بىراق، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى يەنە يېمەك - ئىچمەك ئادىتى، تەنتەربىيە چېنىقىشى قاتارلىقلار بىلەنمۇ باغلىنىشلىق، بەزىدە يەنە ئادەمنىڭ تۇغما بەدەن ساپاسى بىلەنمۇ باغلىنىشلىق بولۇشى مۇمكىن.

شۇنداق دېيىشكە بولىدۇكى، يۇقىرىقى مەسىلىلەردىكى ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى باغ-

لىنىش مۇناسىۋىتىگە قارىتا ئۆزىمىزنىڭ تونۇمۇش، ئۆگىنىش تەجرىبىلىرىمىزگە ئاساسلىنىپ ماس ھۆكۈم چىقىرالايمىز، چۈنكى «تەجرىبە ئىچىدە قانۇنىيەت مەۋجۇت». بىراق، مەيلى تەجرىبىمىز قانچە-لىك مول بولسۇن، ئەگەر ھەممە ئىشتا تەجرىبىمىزگىلا تايانساق، ئاسانلا خاتالىشىپ قالىمىز. شۇڭا، ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى تەھلىل قىلىشتا، قايىل قىلىش كۈ-چىگە ئىگە ئۇسۇللاردىن پايدىلىنىشقا توغرا كېلىدۇ.

ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى ئىزدەش جەريانىدا، ستاتىستىكا يەنىلا ئۆزىنىڭ ناھايىتى مۇھىم رولىنى جارى قىلدۇرىدۇ. بۇنىڭ سەۋەبى شۇكى، يۇقىرىدا ئېيتىلغان بۇ خىل مۇناسىۋەت تۈز سىزىقلىق تەكشى ھەرىكەتتىكى ۋاقىت بىلەن مۇساپىنىڭ مۇناسىۋىتىدەك پۈتۈنلەي ئې-نىق بولماستىن، بەلكى ئېنىقسىزلىقنى ئۆز ئىچىگە ئالغان بولىدۇ. شۇنىڭ ئۈچۈن، كۆپلىگەن سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاش (بەزىدە تەكشۈرۈش ئارقىلىق، بەزىدە تەجرىبە ئارقىلىق) ۋە ئۇلارنى ستاتىستىكىلاپ تەھلىل قىلىش ئاساسىدا بۇ سانلىق مەلۇماتلاردىكى قانۇنىيەتنى بايقىغاندىلا، ئاندىن ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىگە ھۆكۈم قىلغىلى بولىدۇ.

مەشىق

1. ئالاقىدار قانۇنلاردا، تاماكا قۇتىسىنىڭ ئۈستىگە «تاماكا چېكىش سالامەتلىككە زىيانلىق» دېگەن ئاگاھلاندۇ-رۇشنى چوقۇم يېزىش كېرەك دەپ بەلگىلەنگەن. تاماكا چېكىش چوقۇم سالامەتلىك مەسىلىلىرىنى كەلتۈرۈپ چى-قىرامدۇ؟ سىزنىڭچە «سالامەتلىك مەسىلىسى تاماكا چەككەنلىكتىن كېلىپ چىققان بولۇشى ناتايىن، شۇڭا تاماكا چېكىشكە بولىدۇ» دېيىش توغرىمۇ؟

2. مەلۇم رايوننىڭ مۇھىت شارائىتى ئاق قۇلارنىڭ ياشىشى ۋە كۆپىيىشىگە باب كېلىدۇ. بىر ئادەم ستاتىس-تىكىلاش ئارقىلىق بىر قىزىقارلىق ھادىسىنى بايقىغان، ئەگەر كەنت ئەتراپىدا ياشاۋاتقان ئاق قۇلار كۆپ بولسا، ئۇ ھالدا بۇ كەنتتە بوۋاقلارنىڭ تۇغۇلۇش نىسبىتى يۇقىرى بولىدىكەن، ئاق قۇلار ئاز بولغان جايدا بوۋاقلارنىڭ تۇغۇ-لۇش نىسبىتى تۆۋەن بولىدىكەن. بۇنىڭ بىلەن ئۇ ئاق قۇ بالا ئېلىپ كېلەلەيدۇ دېگەن يەكۈننى كەلتۈرۈپ چىقار-غان. سىزنىڭچە بۇنداق يەكۈن ئىشەنچلىكمۇ؟ بۇ يەكۈننىڭ ئىشەنچلىكلىكىنى قانداق ئىسپاتلاش كېرەك؟

2-3-2 ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ سىزىقلىق باغلىنىشى

ئىزدىنىش

ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياشنىڭ مۇناسىۋىتى توغرىسىدىكى بىر قېتىملىق تەتقىقاتتا، تەتقىقات خادىملىرى تۆۋەندىكىدەك بىر گۇرۇپپا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىغا ئىگە بولغان:

3.2 ـ جەدۋەل. ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارىنىڭ پىرسەنتى ۋە ياش

ياش	23	27	39	41	45	49	50
ياغ مىقدارى	9.5	17.8	21.2	25.9	27.5	26.3	28.2

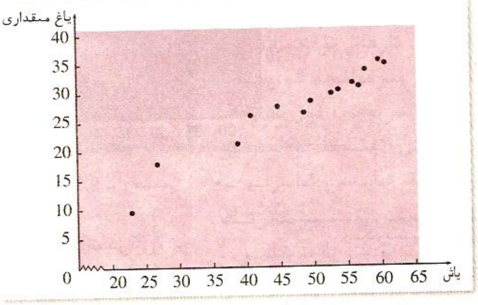
ياش	53	54	56	57	58	60	61
ياغ مىقدارى	29.6	30.2	31.4	30.8	33.5	35.2	34.6

يۇقىرىدىكى سانلىق مەلۇماتلارغا ئاساسلانغاندا، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياش ئارىسىدا
قانداق مۇناسىۋەت بار؟

ئومۇمەن، مەلۇم بىر ئادەمگە نىسبەتەن ئېيتقاندا، ئۇنىڭ بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى يېشىنىڭ ئېشى-
شىغا ئەگىشىپ كۆپىيىشى ياكى ئازىيىشى ناتايىن. بىراق، ئەگەر نۇرغۇنلىغان يەككىلىكلەر بىر يەرگە
قويۇلسا، ئۇ هالدا مۇئەييەن قانۇنىيەت ئىپادىلىنىپ چىقىشى مۇمكىن. هەرقايسى ياش باسقۇچلىرىغا
ماس كېلىدىغان ياغ مىقدارى سانلىق مەلۇماتى مۇشۇ ياشتىكى ئادەملەر توپى بەدىنىدىكى ياغ مىقدارلىرى-
نىڭ ئەۋرىشكە ئوتتۇرا سانىدىن ئىبارەت. جەدۋەلدىكى سانلىق مەلۇماتلارنى كۆزەتكەندە، ئومۇمىيلىقتىن
قارىغاندا، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارىنىڭ پىرسەنتى ياشنىڭ چوڭىيىشىغا ئەگىشىپ ئېشىپ بارىدۇ.
بۇ مۇناسىۋەتنىڭ تەپسىلاتىنى ئېنىقلاش ئۈچۈن، سانلىق مەلۇماتلارنى تەھلىل قىلىشىمىزغا توغرا كې-
لىدۇ. بۇنىڭ ئۈچۈن، ئىلگىرىكىگە ئوخشاش، دىئاگرامما سىزىش ۋە جەدۋەل تۈزۈش ئارقىلىق ئىككى
ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتكە نىسبەتەن كۆرسەتمىلىك تەسىراتقا ئىگە بولالايمىز هەم
هۆكۈم چىقىرالايمىز.

تۆۋەندە سىزىلىدىغان شەكىل **تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسى** (scatterplot) دەپ ئاتىلىدۇ. 3.2 ـ جەد-
ۋەلدىكى سانلىق مەلۇماتلارغا نىسبەتەن، ئادەملەرنىڭ يېشى بەدەندىكى ياغ مىقدارىغا تەسىر كۆرسىتىدۇ
دەپ پەرەز قىلايلى. ئادەت بويىچە، ياشنى x ئوق بىلەن، ياغ مىقدارىنى y ئوق بىلەن ئىپادىلەپ، ماس
تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىغا ئىگە بولىمىز (1.3.2 ـ رەسىم).

تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى كومپيۇتېر-
دىن پايدىلىنىپ سىزغىلى
بولىدۇ. ئەمەلىيەتتە، 1.3.2 ـ
رەسىم دەل كومپيۇتېر ئارقى-
لىق سىزىپ چىقىلغان.



1.3.2 ـ رەسىم

تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن كۆرۈۋشكە بولىدۇكى، ياش قانچىكى چوڭ بولسا، بەدەندىكى ياغ
مىقدارى شۇنچە يۇقىرى بولىدۇ. دىئاگراممىدىكى نۇقتىلارنىڭ يۈزلىنىشى ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار
ئارىسىدا ھەقىقەتەنمۇ مۇئەييەن مۇناسىۋەت بارلىقىنى ئىپادىلەيدۇ، بۇ دىئاگراممىا سانلىق مەلۇماتلار
جەدۋىلىدىن ئىگە بولغان يەكۈنىمىزنى دەلىللەپ بېرىدۇ.

ئۇنىڭدىن باشقا، بۇ نۇقتىلارنىڭ تارقىلىش ئورۇنلىرىغىمۇ دىققەت قىلىش كېرەك، ئۇلار سول تۆۋەن

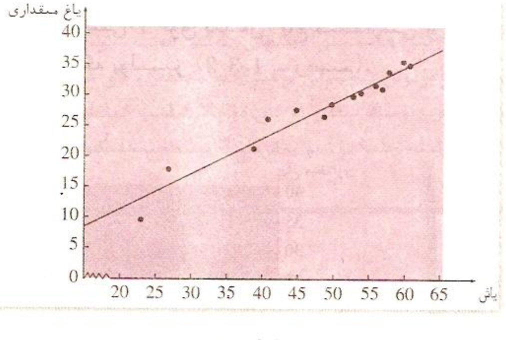
بۆرجەكتىن ئوڭ يۇقىرى بۇرجەككىچە بولغان ساھەگە تارقالغان. ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ بۇنداق باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى **ئوڭ باغلىنىش** دەپ ئاتايمىز. يەنە بەزى ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار بار، مەسىلەن، ئاپتوموبىلنىڭ ئېغىرلىقى بىلەن ئاپتوموبىل ھەر 100 كىلومېتىر يولدا سەرپ قىلغان بېنزىن مۇسا- پىسى **تەتۈر باغلىنىش** ھاسىل قىلىدۇ، ئاپتوموبىل قانچىكى ئېغىر بولسا، ھەر L بېنزىن سەرپ قىلىپ ماڭىدىغان ئوتتۇرىچە مۇساپىسى شۇنچە قىسقا بولىدۇ، بۇ چاغدا نۇقتىلار سول يۇقىرى بۇرجەكتىن ئوڭ تۆۋەن بۇرجەككىچە بولغان ساھەگە تارقىلىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

(1) ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار تەتۈر باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولغاندا، تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنىڭ ئالاھىدىلىكى قانداق بولىدۇ؟

(2) تۇرمۇشتىكى ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئوڭ باغلىنىش ياكى تەتۈر باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولغان مىساللاردىن بىرنەچچىنى كەلتۈرەلەمسىز؟

ئەمدى ئادەمنىڭ يېشى چوڭايغاندا، بەدەندىكى ياغ مىقدارىنىڭ زادى قانداق شەكىلدە ئاشىدىغانلىقىنى يەنىمۇ ئىلگىرىلەپ تەتقىق قىلايلى.



2.3.2 ـ رەسىم

تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، بۇ نۇقتىلار ئاساسەن تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنىڭ مەر- كىزىدىن ئۆتكەن بىر تۈز سىزىق ئەتراپىغا تارقالغان بولىدۇ (2.3.2 ـ رەسىم). تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىكى نۇق- تىلارنىڭ تارقىلىشى پۈتۈنلۈك جەھەتتىن قارىغاندا ئاساسەن بىر تۈز سىزىق ئەتراپىدا بولسا، ئۇ ھالدا بۇ ئىككى ئۆزگەر- گۈچى مىقدار ئارىسىدا سىزىقلىق باغلىنىش مۇناسىۋىتى بار دەيمىز، بۇ تۈز سىزىق **رېگرېسسىيە تۈز سىزىقى** (regression line) دەپ ئاتىلىدۇ. ئەگەر بۇ رېگرېسسىيە تۈز

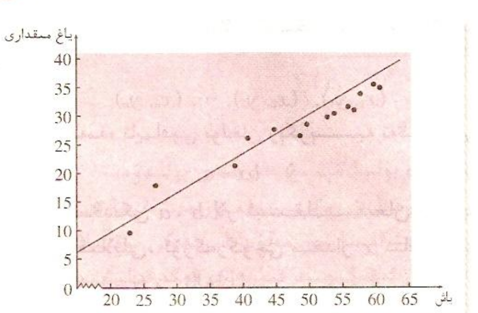
رېگرېسسىيە تۈز سىزىقى ئەۋرىشكە نۇقتىلىرىنىڭ مەركىزىدىن ئۆتىدۇ، ئوتتۇ- رىچە سان بىلەن ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى ئارىسى- دىكى مۇناسىۋەتكە سېلىش- تۇرۇپ، رېگرېسسىيە تۈز سىزىقى بىلەن تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىكى ھەرقايسى نۇقتىلار ئارىسىدىكى مۇناسى- ۋەتنى ئېيتىپ بېرەلەمسىز؟

سىزىقنىڭ تەڭلىمىسى (قىسقىچە رېگرېسسىيە تەڭلىمىسى دەپ ئاتىلىدۇ) نى تاپقىلى بولسا، ئۇ هالدا ياش بىلەن بەدەندىكى ياغ مىقدارىنىڭ باغلىنىشلىقىنى بىرقەدەر ئېنىق بىلگىلى بولىدۇ. خۇددى ئوتتۇرىچە سانىنى بىر ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ۋەكىلى قىلغاندىكىگە ئوخشاش، بۇ تۈز سىزىقنىمۇ ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ سىزىقلىق باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولۇشىنىڭ ۋەكىلى قىلىشقا بولىدۇ.

ئۇنداق بولسا، بۇ رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى كونكرېت قانداق تاپىمىز؟

بەزى ساۋاقداشلار مۇنداق ئويلىشى مۇمكىن: ئۆلچەش ئۇسۇلىدىن پايدىلانساق بولىدۇ، ئالدى بىلەن بىر تۈز سىزىقنى سىزىۋېلىپ، هەرقايسى نۇقتىلار بىلەن ئۇنىڭ ئارىلىقىنى ئۆلچەيمىز، ئاندىن تۈز سىزىقنى ئارىلىقلار يىغىندىسى ئەڭ كىچىك بولىدىغان ئورۇنغا يۆتكەپ، تۈز سىزىقنىڭ مۇشۇ چاغدىكى يانتۇلۇقى ۋە كېسىش ئارىلىقىنى ئۆلچەپ چىقساق، رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىگە ئىگە بولىمىز (3.3.2 ـ ـ رەسىم). بىراق، بۇنداق قىلىش ئىشەنچلىكمۇ؟

«رېگرېسسىيە» سۆزىنى ئەنگلىيىلىك ئاتاقلىق ستاتىستىكا ئالىمى Francils Galton ئوتتۇرىغا قويغان. 1889 ـ يىلى، ئۇ ئەجدادلار بىلەن ئەۋلادلارنىڭ بوي ئېگىزلىكى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى تەتقىق قىلغاندا تۆۋەندىكىلەرنى بايقىغان: بويى ئېگىز ئاتا ـ ئانىلارنىڭ پەرزەنتلىرىنىڭمۇ بويى ئېگىز بولىدۇ، بىراق بۇ پەرزەنتلەرنىڭ ئوتتۇرىچە بوي ئېگىزلىكى ئاتا ـ ئانىسىنىڭ ئوتتۇرىچە بوي ئېگىزلىكىدىن ئېگىز بولمايدۇ؛ بويى پاكار ئاتا ـ ئانىلارنىڭ پەرزەنتلىرىنىڭمۇ بويى پاكار بولىدۇ، بىراق بۇ پەرزەنتلەرنىڭ ئوتتۇرىچە بوي ئېگىزلىكى ئاتا ـ ئانىسىنىڭ ئوتتۇرىچە بوي ئېگىزلىكىدىن ئېگىز بولىدۇ. Galton ئەۋلادلارنىڭ بوي ئېگىزلىكىنىڭ بۇنداق ئوتتۇرىدىكى قىممەتكە يېقىنلىشىش يۈزلىنىشىنى «رېگرېسسىيە هادىسىسى» دەپ ئاتىغان. كېيىن، كىشىلەر بىر ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ ئۆزگىرىشىگە ئاساسەن يەنە بىر ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ ئۆزگىرىشىگە هۆكۈم قىلىش ئۇسۇلىنى رېگرېسسىيە ئۇسۇلى دەپ ئاتىغان.

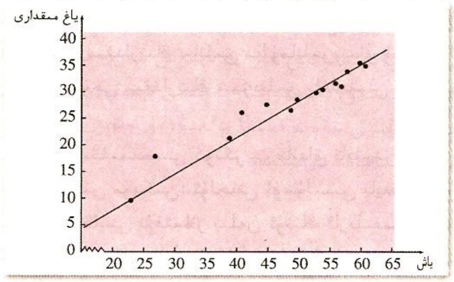


3.3.2 ـ رەسىم

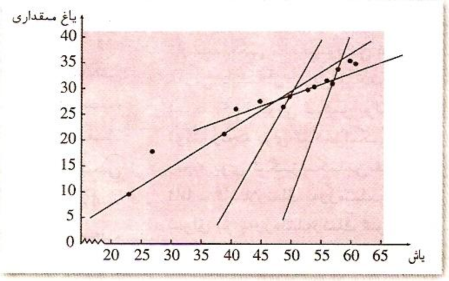
بەزى ئوقۇغۇچىلار يەنە مۇنداق ئويلىشىمۇ مۇمكىن: شەكىلدىن ئىككى نۇقتىنى تاللاپ تۈز سىزىق سىزىپ، سىزىلغان تۈز سىزىقنىڭ ئىككى يېقىدىكى نۇقتىلارنىڭ سانىنى ئاساسىي جەھەتتىن تەڭ قىلساقلا بولىدۇ (4.3.2 ـ رەسىم). بىراق، بۇنداق قىلغاندا هەرقايسى نۇقتىلار بىلەن بۇ تۈز سىزىقنىڭ پۈتۈنلۈك جەھەتتىن ئەڭ يېقىن بولۇشىغا كاپالەتلىك قىلغىلى بولامدۇ؟

يەنە بەزى ئوقۇغۇچىلار مۇنداقمۇ ئويلىشى مۇمكىن: تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن بىرقانچە گۇرۇپپا نۇقتىنى ئېلىپ، بىرنەچچە تۈز سىزىقنىڭ تەڭلىمىسىنى ئېنىقلىۋالىمىز (5.3.2 ـ رەسىم)، ئاندىن ئايرىم ـ ئايرىم هالدا هەرقايسى تۈز سىزىقلارنىڭ يانتۇلۇقلىرى ۋە كېسىش ئارىلىقلىرىنىڭ ئوتتۇرىچە سانىنى تېپىپ، بۇ ئىككى ئوتتۇرىچە سانىنى رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنىڭ يانتۇلۇقى ۋە كېسىش ئارىلىقى قىلساق بولىدۇ.

ساۋاقداشلار ئەمەلىيەتتە سىناپ كۆرۈپ، بۇ ئۇسۇللارنى راستتىنلا قوللىنىشقا بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىغا قاراپ باقسا بولىدۇ.



4.3.2 – رەسىم



5.3.2 – رەسىم

يۇقىرىدىكى ئۇسۇللارنىڭ بەلگىلىك ئاساسى بولسىمۇ، ئەمما كىشىلەرگە يەنىلا ئىشەنچسىزدەك تۇيۇلىدۇ.

ئەمەلىيەتتە، رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تېپىشتىكى ھالقىلىق مەسىلە «پۈتۈنلۈكتىن قارىغاندا، ھەرقايسى نۇقتىلار بىلەن بۇ تۈز سىزىقنىڭ ئارىلىقى ئەڭ كىچىك» بولىدىغانلىقىنى ماتېماتىكىلىق ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ قانداق تەسۋىرلەشتىن ئىبارەت.

سىزىقلىق باغلىنىش مۇناسىۋىتىگە ئىگە ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارغا دائىر بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇمات

$$(x_1, y_1),\ (x_2, y_2),\ \cdots,\ (x_n, y_n)$$

بېرىلگەن ھەمدە تاپماقچى بولغان رېگرېسسىيە تەڭلىمىسى

$$\hat{y} = bx + a$$

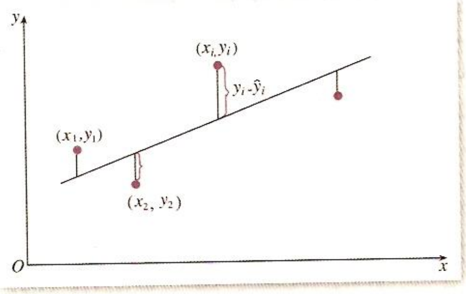
بولۇپ، بۇنىڭدىكى a ، b لار ئېنىقلىنىدىغان پارامېتىر دەپ پەرەز قىلايلى. ئۆزگەرگۈچى مىقدار x نىڭ قىممىتى x_i $(i=1, 2, \cdots, n)$ نى ئالغاندا

$$\hat{y}_i = bx_i + a \quad (i=1, 2, \cdots, n)$$

«پۈتۈنلۈكتىن قارىغاندا، ھەرقايسى نۇقتىلار بىلەن تۈز سىزىقنىڭ ئارىلىقى ئەڭ كىچىك» دېگەن بۇ بىر جۈملە سۆزنىڭ مەنىسىنى چۈشەندۈرۈپ بېرەلەمسىز؟

گە ئگە بولىمىز. ئۇنىڭ بىلەن ئەمەلىيەتتە توپلانغان y_i نىڭ پەرقى (6.3.2 ـ رەسىم):

$$y_i - \hat{y}_i = y_i - (bx_i + a) \quad (i = 1, 2, \cdots, n).$$



6.3.2 ـ رەسىم

شۇنداق قىلىپ، «ھەرقايسى نۇقتىلار بىلەن بۇ تۈز سىزىقنىڭ پۈتۈنلۈك جەھەتتىكى پەرقى» نى مۇ ـ شۇ n دانە پەرقنىڭ يىغىندىسى ئارقىلىق تەسۋىرلىسەك بىرقەدەر مۇۋاپىق بولىدۇ. $(y_i - \hat{y})$ مۇسبەت بولۇشىمۇ، مەنپىي بولۇشىمۇ مۇمكىن بولغانلىقتىن، ئۆزئارا يېيىشىپ كېتىشتىن ساقلىنىش ئۈچۈن، ئۇنىڭ ئورنىغا $\sum_{i=1}^{n}|y_i - \hat{y}_i|$ نى دەسستىشنى ئويلاشساق بولىدۇ. بىراق بۇ ئىپادە مۇتلەق قىممەتنى ئۆز ئىچىگە ئالغانلىقتىن، ھېسابلاش قۇلايلىق ئەمەس، شۇڭا n دانە نۇقتا بىلەن رېگرېسسىيە تۈز سىزىقنىڭ پۈتۈنلۈك جەھەتتىكى پەرقىنى

$$Q = (y_1 - bx_1 - a)^2 + (y_2 - bx_2 - a)^2 + \cdots + (y_n - bx_n - a)^2 \qquad ①$$

ئارقىلىق تەسۋىرلەيمىز.

شۇنداق قىلىپ، مەسىلە a، b لار قانداق قىممەت ئالغاندا Q ئەڭ كىچىك بولىدۇ، يەنى پۈتۈنلۈك جەھەتتىكى پەرق ئەڭ كىچىك بولىدۇ دېگەن مەسىلىگە يىغىنچاقلىنىدۇ. ماتېماتىكىدىكى ئەڭ كىچىك قىممەتنى تېپىش ئەمەلىگە ئاساسەن، a، b نىڭ قىممىتىنى تۆۋەندىكى فورمۇلىدىن پايدىلىنىپ تېپىشقا بولىدۇ:

$$\begin{cases} b = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \\ a = \bar{y} - b\bar{x}. \end{cases} \qquad ②$$

بۇنىڭدا، b رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنىڭ يانتۇلۇقى، a بولسا كېسىش ئارىلىقى بولىدۇ.

① ئىپادىنىڭ ئەڭ كىچىك قىممىتىنى تېپىش ئارقىلىق رېگرېسسىيە تۈز سىزىقنى ئېرىشىش ئۇ ـ سۇلى، يەنى رېگرېسسىيە تۈز سىزىقنى تېپىپ، ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدىكى نۇقتىلاردىن ئۇنىڭ ـ غىچە بولغان ئارىلىقلار كۋادراتلىرىنىڭ يىغىندىسىنى ئەڭ كىچىك قىممەتكە ئىگە قىلىشتىن ئىبارەت بۇ خىل ئۇسۇل **ئەڭ كىچىك كۋادراتلىق ئۇسۇل** (method of least square) دەپ ئاتىلىدۇ.

ئەڭ كىچىك كۋادراتلىق ئۇسۇل ئىدىيىسى ۋە ② فورمۇلىغا ئاساسەن، رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى

ھېسابلىغۇچ ياكى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ ئاسانلا تېپىپ چىقالايمىز.

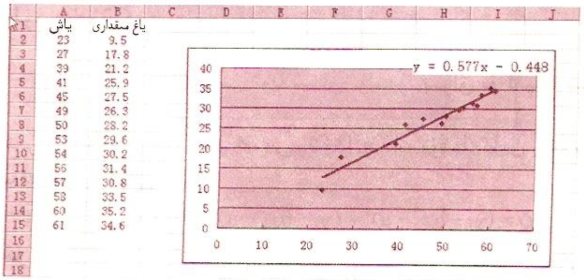
Excel يۇمشاق دېتالىنى مىسال قىلساق، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياشنىڭ باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى ئىپادىلەيدىغان سىزىقلىق رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن پايدىلىنىپ تۇرغۇزۇشنىڭ كونكرېت باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

(1) Excel دا ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياشنىڭ باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى ئىپادىلەيدىغان تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسى (1.3.2 ـ رەسىم) نى تاللىۋالىمىز، تىزىملىكتىكى «دىئاگرامما ـ جەدۋەل (图表)»دىن «يۈزلىنىش سىزىقىنى قوشۇش (添加趋势线)»تۈرىنى تاللاپ، «يۈزلىنىش سىزىقىنى قوشۇش» دىئالوگ رامكىسىنى چېكىپ چىقىرىمىز.

(2) «تىپ (类型)» خەتكۈچنى بىر چېكىپ، «رېگرېسسىيىلىك تەھلىل تىپى / يۈزلىنىش مۆلچەرى (趋势预测/回归分析类型)» دىكى «سىزىقلىق (线性)» تۈرىنى تاللايمىز، ئاندىن «بېكىتىش (确定)» كۇنۇپكىسىنى بىر چەكسەك، رېگرېسسىيە تۈز سىزىقى كېلىپ چىقىدۇ.

(3) رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنى قوش چېكىپ، «يۈزلىنىش سىزىقى ئەندىزىسى (趋势线格式)» دىئالوگ رامكىسىنى چىقىرىمىز. «تۈر تاللاش (选项)» نى بىر چېكىپ، «فورمۇلىنى كۆرسىتىش (显示公式)» نى تاللىۋالىمىز، ئاخىرىدا «بېكىتىش» كۇنۇپكىسىنى بىر چەكسەك، رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنىڭ تۆۋەندىكىدەك رېگرېسسىيە تەڭلىمىسى كېلىپ چىقىدۇ (7.3.2 ـ رەسىم):

$$\hat{y} = 0.577x - 0.448.$$



7.3.2 ـ رەسىم

بۇ رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ تېپىش جەريانى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

MODE 3 1 (رېگرېسسىيە ھېسابلاش ئەندىزىسىگە كىرىش)

SHIFT CLR 1 = (ستاتىستىكىلىق ساقلىغۇچنى تازىلاش)

23 , 9.5 DT 27 , 17.8 DT

39 , 21.2 DT 41 , 25.9 DT

45 , 27.5 DT 49 , 26.3 DT

50 , 28.2 DT 53 , 29.6 DT

54 , 30.2 DT 56 , 31.4 DT

57 [,] 30.8 [DT] 58 [,] 33.5 [DT]

60 [,] 35.2 [DT] 61 [,] 34.6 [DT]

[SHIFT] [S-VAR] [→] [→] [1] [=] (پارامېتىر a نى ھېسابلاش)

−0.448

[SHIFT] [S-VAR] [→] [→] [2] [=] (پارامېتىر b نى ھېسابلاش)

0.577

شۇڭا، رېگرېسسىيە تەڭلىمىسى $\hat{y} = 0.577x - 0.448$ بولىدۇ.

بۇ پاراگرافنىڭ بېشىدا ئېيتقىنىمىزدەك، ئادەم بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى بىلەن ياشتىن ئىبارەت بۇ ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ بىر گۇرۇپپا تاسادىپىي ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىدىن ئۇلار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنىڭ بىر قانۇنىيىتىنى تېپىپ چىقتۇق، بۇ قانۇنىيەت رېگرېسسىيە تۈز سىزىقى ئارقىلىق ئەكس ئەتتۈرۈلىدۇ.

مۇلاھىزە ?

3.2 ـ جەدۋەلدىكى ياش سانىنى x دەپ قاراپ، ئۇنى يۇقىرىدىكى رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىگە قويۇڭ، ئاندىن كېلىپ چىققان سانلىق قىممەت بىلەن ھەقىقىي سانلىق قىممەت ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى كۆزىتىپ بېقىڭ. بۇنىڭدىن نېمىنى ھېس قىلدىڭىز؟

رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەش ئېلىپ بېرىشقا بولىدۇ. ئەگەر مەلۇم ئادەمنىڭ يېشىنى بىلسەك، ئۇنىڭ بەدىنىدىكى ياغ مىقدارىنىڭ پىرسەنتىنى رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلىيەلەيمىز. مەسىلەن، بىر ئادەمنىڭ يېشى 37 ياش بولسا، بىز ئۇنىڭ بەدىنىدىكى ياغ مىقدارىنىڭ 20.90% $(0.577 \times 37 - 0.448 = 20.90\%)$ ئەتراپىدا بولۇش مۇمكىنچىلىكىنىڭ بىر قەدەر چوڭ ئىكەنلىكىنى مۆلچەرلىيەلەيمىز. بىراق، ئۇنىڭ بەدىنىدىكى ياغ مىقدارى چوقۇم 20.90% بولىدۇ دەپ كېسىپ ئېيتالمايمىز. ئەمەلىيەتتە، بۇ 20.90% يېشى 37 ياش بولغان ئادەملەر توپى ئىچىدىكى كۆپ قىسىم ئادەملەرنىڭ بەدىنىدىكى ياغ مىقدارىغا قارىتا چىقىرىلغان مۆلچەردىن ئىبارەت.

مىسال. بىر ساۋاقداشنىڭ ئائىلىسىدىكىلەر بىر دۇكان ئاچتى، ئۇ ھاۋا تېمپېراتۇرىسىنىڭ ئىسسىق ئىچىملىكلەرنىڭ سېتىلىشىغا بولغان تەسىرىنى تەتقىق قىلىش ئۈچۈن، ستاتىستىكىلاش ئارقىلىق سېتىلغان ئىسسىق ئىچىملىك ئىستاكان سانى بىلەن شۇ كۈندىكى ھاۋا تېمپېراتۇرىسىنىڭ سېلىشتۇرما جەدۋىلىنى تۈزۈپ چىقتى:

4.2 ـ جەدۋەل

سېلىتسىيە گرادۇسى /℃	−5	0	4	7	12	15	19	23	27	31	36
ئىسسىق ئىچىملىك ئىستاكان سانى	156	150	132	128	130	116	104	89	93	76	54

(1) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزايلى؛

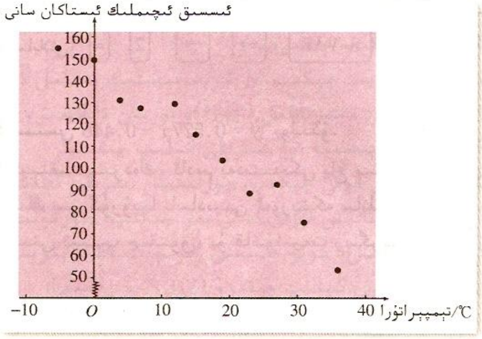
(2) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىغا ئاساسەن، تېمپېراتۇرا بىلەن ئىسسىق ئىچىملىك سېتىش

ئىستاكان سانى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنىڭ ئومۇمىي قانۇنىيىتىنى بايقايلى؛

(3) رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تاپايلى؛

(4) ئەگەر مەلۇم كۈندىكى تېمپېراتۇرا 2℃ بولسا، بۇ بىر كۈندە سېتىلىدىغان ئىسسىق ئىچىملىك ئىستاكان سانىنى مۆلچەرلەيلى.

يېشىش: (1) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسى 8.3.2 ـ رەسىمدىكىدەك:



8.3.2 ـ رەسىم

(2) 8.3.2 ـ رەسىمدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، ھەرقايسى نۇقتىلار سول يۇقىرى بۇرجەكتىن ئوڭ تۆۋەن بۇرجەككىچە بولغان ساھەگە تارقالغان. شۇڭا، تېمپېراتۇرا بىلەن ئىسسىق ئىچىملىك سېتىش ئىستاكان سانى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت تەتۈر باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولىدۇ، يەنى تېمپېراتۇرا قانچىكى يۇقىرى بولسا، سېتىلىدىغان ئىسسىق ئىچىملىكنىڭ ئىستاكان سانى شۇنچە ئاز بولىدۇ.

(3) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن كۆرۈۋالالايمىزكى، بۇ نۇقتىلار ئاساسەن بىر تۈز سىزىق ئەتراپىغا تارقالغان، شۇڭا رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنىڭ كوئېففىتسېنتلىرىنى ② فورمۇلىدىن پايدىلىنىپ تاپقىلى بولىدۇ.

رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ ئاسانلا تاپالايمىز:

$$\hat{y} = -2.352x + 147.767.$$

(4) $x=2$ بولغاندا، $\hat{y}=143.063$ بولىدۇ. شۇڭا، مەلۇم بىر كۈندىكى تېمپېراتۇرا 2℃ بولسا، بۇ بىر كۈندە سېتىلىدىغان ئىسسىق ئىچىملىك ئىستاكان سانى تەخمىنەن 143 بولىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

تېمپېراتۇرا 2℃ بولغاندا، بۇ دۇكاندا سېتىلىدىغان ئىسسىق ئىچىملىك چوقۇم 143 ئىستاكان ئەتراپىدا بولامدۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

مەشىق

1. بۇ پاراگرافتىكى مىسالدا تېپىپ چىقىلغان رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىدىن پايدىلىنىپ، $x=0$ بولغاندىكى $\hat{y}$ نىڭ قىممىتىنى تېپىڭ ھەمدە ئۇنىڭ نېمە ئۈچۈن ئەمەلىي سېتىلغان ئىسسىق ئىچىملىك ئىستاكان سانى بىلەن ئوخشاش بولمىغانلىقىنى چۈشەندۈرۈڭ.

2. جەدۋەلدە بىر قىسىم رايونلاردىكى قۇشلارنىڭ تۈر سانى ۋە بۇ رايونلارنىڭ دېڭىز يۈزىدىن ئېگىزلىكى بېرىلـ- گەن. بۇ سانلىق مەلۇماتلارنى تەھلىل قىلىپ، قۇشلارنىڭ تۈر سانى بىلەن دېڭىز يۈزىدىن ئېگىزلىكىنىڭ مۇناسىۋ-

تى بار ـ يوقلۇقىغا ھۆكۈم قىلىڭ.

رايونلار	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
تۇر سانى	36	30	37	11	11	13	17	13	29	4	15
دېڭىز يۈزىدىن ئېگىزلىكى/m	1 250	1 158	1 067	457	701	731	610	670	1 493	762	549

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈك ـ ئاجىزلىقى

بىزگە مەلۇمكى، ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار x بىلەن y ئوڭ (تەتۈر) باغلىنىشلىق بولغاندا، ئۇلار ئۆزئارا ئوخشاش (قارىمۇقارشى) ئۆزگىرىش يۈزلىنىشىگە ئىگە بولىدۇ، يەنى x كىچىكتىن چوڭايغاندا، ماس y مۇ كىچىكتىن (چوڭدىن) چوڭىيىش (كىچىكلەش) يۈزلىنىشىدە بولىدۇ، شۇڭا، بۇنداق مۇناسىۋەتنى رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىدىن پايدىلىنىپ تەسۋىرلىگىلى بولىدۇ. بۇنىڭغا ئالاقىدار مۇنداق بىر مەسىلە بار: x بىلەن y ئارىسىدىكى بۇنداق سىزىقلىق مۇناسىۋەتنىڭ كۈچلۈك ـ ئاجىزلىقىنى قانداق ئىپادىلەش كېرەك؟ مەسىلەن، فىزىكا نەتىجىسى بىلەن ماتېماتىكا نەتىجىسى ئوڭ باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولىدۇ، بىراق، ماتېماتىكا نەتىجىسى فىزىكا نەتىجىسىنى قانچىلىك دەرىجىدە بەلگىلىيەلەيدۇ؟ مانا بۇ، باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈك ـ ئاجىزلىق مەسىلىسىدۇر. بۇنىڭغا ئوخشىشىپ كېتىدىغان مەسىلىلەردىن يەنە تاماكا چېكىش بىلەن سالامەتلىك ئارىسىدىكى تەتۈر باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈكلۈكى، ئاتا ـ ئانىنىڭ بوي ئېگىزلىكى بىلەن پەرزەنتلىرىنىڭ بوي ئېگىزلىكى ئارىسىدىكى ئوڭ باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈكلۈكى، دېھقانچىلىق زىرائەتلىرىنىڭ مەھسۇلات مىقدارى بىلەن ئوغۇتلاش مىقدارى ئارىسىدىكى ئوڭ باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ كۈچلۈكلۈكى قاتارلىقلار بار.

ستاتىستىكىدا ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى سىزىقلىق مۇناسىۋەتنىڭ كۈچلۈك ـ ئاجىزلىقى باغلىنىش كوئېففىتسېنتى r ئارقىلىق ئۆلچىنىدۇ. ئۆزگەرگۈچى مىقدار x نىڭ قىممىتى x_i بولغاندا، ئۇنىڭغا ماس كېلىدىغان ئۆزگەرگۈچى مىقدار y نىڭ كۆزىتىلگەن قىممىتى y_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ بولسا، ئۇ ھالدا ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ باغلىنىش كوئېففىتسېنتىنى ھېسابلاش فورمۇلىسى:

$$\left\{ r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \sum_{j=1}^{n}(y_j - \overline{y})^2}}. \right.$$

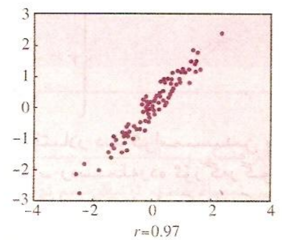
ئوخشاش بولمىغان باغلىنىش مۇناسىۋەتلىرىنى تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدىن پايدىلىنىپ كۆرسەتمىلىك ئەكس ئەتتۈرۈپ بەرگىلى بولىدۇ. 1 ـ، 2 ـ رەسىملەردە ئۆزگەرگۈچى مىقدار x بىلەن y نىڭ ناھايىتى كۈچلۈك سىزىقلىق باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە ئىكەنلىكى ئەكس ئەتتۈرۈلگەن، ھالبۇكى، 4 ـ رەسىمدىكى ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ سىزىقلىق باغلىنىش مۇناسىۋىتى ناھايىتى ئاجىز بولىدۇ.

باغلىنىش كوئېففىتسېنتى r غا نىسبەتەن، ئالدى بىلەن ئۇنىڭ ئالامىتىگە دىققەت قىلىش

كېرەك. r نىڭ مۇسبەت ئالامەتلىك بولۇشى ئۆزگەرگۈچى مىقدار x بىلەن y نىڭ ئوڭ باغلى-
نىشلىق بولىدىغانلىقىنى بىلدۈرىدۇ؛ r نىڭ مەنپىي ئالامەتلىك بولۇشى ئۆزگەرگۈچى مىقدار
x بىلەن y نىڭ تەتۈر باغلىنىشلىق بولىدىغانلىقىنى بىلدۈرىدۇ. بۇلارنى تارقاق نۇقتىلار دى-
ئاگراممىسىدا ئەكس ئەتتۈرسەك، 1 ـ رەسىمدىكى ئۆزگەرگۈچى مىقدار x بىلەن y ئوڭ باغ-
لىنىشلىق بولۇپ، بۇ چاغدا r مۇسبەت ئالامەتلىك بولىدۇ. 2 ـ رەسىمدىكى ئۆزگەرگۈچى
مىقدار x بىلەن y تەتۈر باغلىنىشلىق بولۇپ، بۇ چاغدا r مەنپىي ئالامەتلىك بولىدۇ.

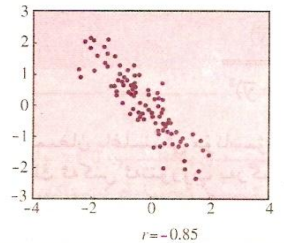
ئىككىنچىدىن، يەنە r نىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىگىمۇ دىققەت قىلىش كېرەك. ستاتىستىكا ئىل-
مىدىكى قاراش بويىچە ئېيتقاندا، ئۆزگەرگۈچى مىقدار x، y كە نىسبەتەن، ئەگەر $r\in[-1, -0.75]$
بولسا، ئۇ ھالدا x، y نىڭ تەتۈر باغلىنىشلىقى ناھايىتى كۈچلۈك بولىدۇ؛ ئەگەر $r\in[0.75, 1]$
بولسا، ئۇ ھالدا x، y نىڭ ئوڭ باغلىنىشلىقى ناھايىتى كۈچلۈك بولىدۇ؛ ئەگەر
$r\in(-0.75, -0.30]$ ياكى $r\in[0.30, 0.75)$ بولسا، ئۇ ھالدا x، y نىڭ باغلىنىشلىقى ئا-
دەتتىكىچە بولىدۇ؛ ئەگەر $r\in[-0.25, 0.25]$ بولسا، ئۇ ھالدا x، y نىڭ باغلىنىشلىقى ئا-
جىزراق بولىدۇ. بۇلارنى تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىدا ئەكس ئەتتۈرسەك، 1 ـ رەسىمدە
$r=0.97$ بولۇپ، بۇ نۇقتىلار روشەن ھالدا سول تۆۋەن بۇرجەكتىن ئوڭ يۇقىرى بۇرجەككىچە
بولغان ساھەدە تۈز سىزىقنى بويلاپ تارقىلىش يۈزلىنىشىدە بولىدۇ، بۇ چاغدا ئىككى ئۆزگەر-
گۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى سىزىقلىق رېگرېسسىيە مودېلىدىن پايدىلىنىپ تەس-
ۋىرلىسەك ئۈنۈمى ناھايىتى ياخشى بولىدۇ؛ 2 ـ رەسىمدە $r=-0.85$ بولۇپ، بۇ نۇقتىلارمۇ
روشەن ھالدا سول يۇقىرى بۇرجەكتىن ئوڭ تۆۋەن بۇرجەككىچە بولغان ساھەدە تۈز سىزىقنى
بويلاپ تارقىلىش يۈزلىنىشىدە بولىدۇ، بۇ چاغدا ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى
مۇناسىۋەتنى سىزىقلىق رېگرېسسىيە مودېلىدىن پايدىلىنىپ تەسۋىرلىسەكمۇ ياخشى ئۈنۈم-
گە ئېرىشەلەيمىز؛ 3 ـ رەسىمدە $r=0.24$ بولۇپ، بۇ نۇقتىلار ئاساسەن قائىدىسىز تارقالغان،
بۇ چاغدا ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى سىزىقلىق رېگرېسسىيە مو-
دېلىدىن پايدىلىنىپ تەسۋىرلىگىلى بولمايدۇ؛ 4 ـ رەسىمدە $r=-0.05$ بولۇپ، ئىككى ئۆز-
گەرگۈچى مىقدار ئارىسىدا ئاساسەن ھېچقانداق مۇناسىۋەت يوق، بۇ چاغدا ئىككى ئۆزگەر-
گۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى سىزىقلىق رېگرېسسىيە مودېلىدىن پايدىلىنىپ تەس-
ۋىرلەشكە تېخىمۇ بولمايدۇ.

ئۆزىڭىزنىڭ ئەتراپىدىكى مەلۇم مەسىلىگە نىسبەتەن ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار بەلگى-
لەڭ، ئاندىن سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاپ، باغلىنىش كوئېففىتسېنتىنى ھېسابلاڭ ھەمدە ئۇلار
ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى سىزىقلىق رېگرېسسىيە مودېلىدىن پايدىلىنىپ تەسۋىرلىگىلى بو-
لىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىنى تەھلىل قىلىڭ.



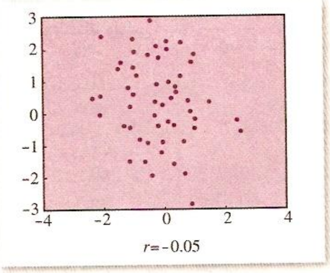
$r=0.97$

1 ـ رەسىم

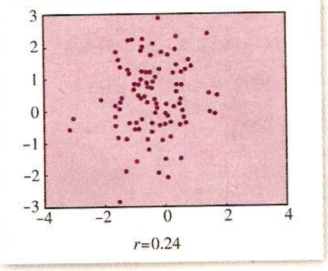


$r=-0.85$

2 ـ رەسىم



4 ـ رەسىم



3 ـ رەسىم

3.2 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. «بىلىملىك ئۇستازدىن قابىلىيەتلىك شاگىرت چىقار» دېگەن بۇ بىر جۈملە سۆزنى ئوقۇتقۇچىنىڭ سەۋىيىسى قانچە يۇقىرى بولسا، ئوقۇغۇچىنىڭ سەۋىيىسىمۇ شۇنچە يۇقىرى بولىدۇ دەپ چۈشىنىشكە بولىدۇ. ئۇنداق بولسا، ئوقۇتقۇچىنىڭ سەۋىيىسى بىلەن ئوقۇغۇچىنىڭ سەۋىيىسى قانداق باغلىنىش مۇناسىۋىتىدە بولىدۇ؟ تۇرمۇشتىكى ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتىنى تەسۋىرلەيدىغان ماقال ـ تەمسىل ۋە تۇراقلىق ئىبارىلەردىن يەنە مىسال كەلتۈرەلەمسىز؟

2. بەزىدە، بىر قىسىم يېمەكلىكلەر قانچىكى تەملىك بولسا، ئادەم بەدىنىگە شۇنچە زىيانلىق بولۇپ قالىدۇ. جەدۋەلدىكىسى مەلۇم خىل يېمەكلىكنىڭ ئوخشاش بولمىغان تىپلىرىغا دائىر سانلىق مەلۇماتلار بولۇپ، ئۇنىڭ بىرىنچى ئىستونىدا بۇ خىل يېمەكلىك تەركىبىدىكى ئىسسىقلىق مىقدارىنىڭ پىرسەنتى، ئىككىنچى ئىستونىدا بىر قىسىم ئوزۇقلۇقشۇناسلارنىڭ بۇ خىل يېمەكلىكنىڭ تەمىنى 100 لۇك نومۇر تۈزۈمى بويىچە باھالىشى بېرىلگەن:

تەمى	ئىسسىقلىق مىقدارى پىرسەنتى	ماركىسى
89	25	A
89	34	B
80	20	C
78	19	D
75	26	E

(جەدۋەلنىڭ داۋامى)

F	20	71
G	19	65
H	24	62
I	19	60
J	13	52

(1) بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزىڭ؛

(2) رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنى سىزىڭ؛

(3) ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت توغرىسىدا قانداق يەكۈن چىقىرالايسىز؟

(4) بۇ خىل يېمەكلىككە نىسبەتەن، كىشىلەر نېمە ئۈچۈن رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنىڭ تۆۋەن تەرىپىدىكىنى ئەمەس، بەلكى يۇقىرى تەرىپىدىكى يېمەكلىكلەرنى يېيىشنى ياخشى كۆرىدۇ؟

3. بىر سېخ ئىش ۋاقتى نورمىسىنى بەلگىلەش ئۈچۈن، زاپچاسلارنى پىششىقلاپ ئىشلەشكە كېتىدىغان ۋاقىتنى ئېنىقلىماقچى بولدى. بۇنىڭ ئۈچۈن 10 قېتىم تەجرىبە ئىشلەپ، تۆۋەندىكى سانلىق مەلۇماتلارنى توپلىدى:

زاپچاس سانى x (دانە)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
پىششىقلاپ ئىشلەش ۋاقتى y(min)	62	68	75	81	89	95	102	108	115	122

(1) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزىڭ؛

(2) رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تېپىڭ؛

(3) پىششىقلاپ ئىشلەيدىغان زاپچاس سانى بىلەن پىششىقلاپ ئىشلەش ۋاقتىنىڭ مۇناسىۋىتى توغرىسىدا قانداق يەكۈن چىقىرالايسىز؟

4. ئىستېمال سەۋىيىسىگە تەسىر كۆرسىتىدىغان سەۋەبلەر ناھايىتى كۆپ، مائاش كىرىمى بۇلار ئىچىدىكى بىر مۇھىم سەۋەب ھېسابلىنىدۇ. بۇ ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ مۇناسىۋىتىنى تەتقىق قىلىشتىكى بىر ئۇسۇل — تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ، مەملىكەت دائىرىسىدە تەكشۈرۈلگۈچىلەرنىڭ مائاش كىرىمى بىلەن ئۇلارنىڭ ئىستېمال ئەھۋالىنى توپلاشتىن ئىبارەت. تۆۋەندىكى سانلىق مەلۇماتلار دۆلەتلىك ستاتىستىكا ئىدارىسى ئېلان قىلغان ستاتىستىكا يىلنامىسى (2000 - يىللىق) دىن ئېلىنغان بولۇپ، جۇڭگو چوڭ قۇرۇقلۇقىدىكى 31 ئۆلكە، ئاپتونوم رايون، بىۋاسىتە قاراشلىق شەھەرنىڭ ئىشچى - خىزمەتچىلەر ئوتتۇرىچە مائاشى بىلەن شەھەر - بازار ئاھالىلىرى ئىستېمال سەۋىيىسىنى ئىپادىلەيدۇ (بىرلىكى: يۈەن).

رايون	بېيجىڭ	تيەنجىن	خېبېي	سەنشى	ئىچكى موڭغۇل	لياۋنىڭ	جىلىن	خېيلۇڭجياڭ
ئىشچى - خىزمەتچىلەر ئوتتۇرىچە مائاشى	14054	11056	7022	6065	6347	7895	7158	7094
شەھەر - بازار ئاھالىلىرى ئىستېمال سەۋىيىسى	7040	7346	5033	3932	3765	6366	5216	5632

(جەدۋەلنىڭ داۋامى)

رايون	شاڭخەي	جياڭسۇ	جېجياڭ	ئەنخۇي	فۇجيەن	جياڭشى	شەندۇڭ	خېنەن
ئىشچى ـ خىزمەتچىلەر ئوتتۇرىچە مائاشى	16641	9171	11201	6516	9490	6749	7656	6494
شەھەر ـ بازار ئاھالىلىرى ئىستېمال سەۋىيىسى	11943	6239	7985	4985	6255	3482	6060	4214

(جەدۋەلنىڭ داۋامى)

رايون	خۇبېي	خۇنەن	گۇاڭدۇڭ	گۇاڭشى	خەينەن	چۇڭچىڭ	سىچۇەن	گۇيجۇ
ئىشچى ـ خىزمەتچىلەر ئوتتۇرىچە مائاشى	6991	9269	12245	6776	6865	7182	7249	6595
شەھەر ـ بازار ئاھالىلىرى ئىستېمال سەۋىيىسى	5295	5290	8987	4987	4700	6190	4876	4334

(جەدۋەلنىڭ داۋامى)

رايون	يۈننەن	شىزاڭ	شەنشى	گەنسۇ	چىڭخەي	نىڭشيا	شىنجاڭ
ئىشچى ـ خىزمەتچىلەر ئوتتۇرىچە مائاشى	8276	12962	6931	7427	9081	7392	7611
شەھەر ـ بازار ئاھالىلىرى ئىستېمال سەۋىيىسى	4933	4685	4520	4615	4384	3813	3988

(1) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزىڭ؛

(2) رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تېپىڭ؛

(3) رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىدىن قانداق يەكۈنلەرنى چىقىرالايسىز؟

B گۇرۇپپا

1. بىر ئادەم مەلۇم شەھەرنىڭ 10 يىل ئىچىدىكى ئاھالىلەر يىللىق كىرىمى (يەنى بۇ شەھەردىكى بارلىق ئاھالىلەرنىڭ بىر يىل ئىچىدىكى كىرىملىرىنىڭ ئومۇمىي يىغىندىسى) بىلەن مەلۇم خىل تاۋارنىڭ سېتىلىش سوممىسىغا دائىر سانلىق مەلۇماتلارنى توپلىغان:

n نىچى يىل	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
يۈز مىليون يۈەن/يىللىق كىرىم	32.2	31.1	32.9	35.8	37.1	38.0	39.0	43.0	44.6	46.0
10 مىڭ يۈەن/تاۋارنىڭ سېتىلىش سوممىسى	25.0	30.0	34.0	37.0	39.0	41.0	42.0	44.0	48.0	51.0

(1) تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزىڭ؛

(2) رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تېپىڭ؛

(3) ئەگەر بۇ شەھەردىكى ئاھالىلەرنىڭ يىللىق كىرىمى 4 مىليارد يۈەنگە يەتكەن بولسا، بۇ خىل تاۋارنىڭ سېتىلىش سوممىسىنىڭ قانچە بولىدىغانلىقىنى مۆلچەرلەڭ.

2. تۇرمۇشتا نۇرغۇنلىغان ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتلەرنى تەتقىق قىلىشىمىزغا توغرا كېلىدۇ. مەسىلەن، ئۆزىمىزنىڭ بەدىنى، بوي ئېگىزلىكى بىلەن بەدەن ئېغىرلىقى ئارىسىدا مەلۇم خىل باغلىنىش مۇناسىۋىتى بارمۇ؟ سىنىپىڭىزدىن مۇۋاپىق ئەۋرىشكە ئېلىڭ، ئاندىن سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاپ، ئۇلارنىڭ باغلىنىشلىقىغا قارىتا مۇھاكىمە ئېلىپ بېرىڭ.

پراكتىكا تاپشۇرۇقى

رېئال دۇنيادىكى نۇرغۇن مەسىلىلەردە ئۆزئارا باغلىنىشلىق ھەر خىل ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار مەۋجۇت، بۇ ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدىكى ئۆزئارا مۇناسىۋەتنى تەتقىق قىلىش ئارقىلىق، شەيئىلەر تەرەققىياتىنىڭ بەزى قانۇنىيەتلىرىنى بايقاپ، ھۆكۈم قىلىش ۋە تەدبىر بەلگىلىشىمىز ئۈچۈن ئاساس ھازىرلىغىلى بولىدۇ. ئەمدى ئۆزۈڭلارنىڭ ئەتراپىتىكى شەيئىلەرنى كۆزەتكەن ۋە ھېس قىلغانلىرىڭلارغا ئاساسلىنىپ، ماتېرىيال كۆرۈش، مۇزاكىرە قىلىش قاتارلىق ئۇسۇللار ئارقىلىق تەتقىق قىلىدىغان ستاتىستىكا مەسىلىسىنى بېكىتىڭلار، ئاندىن ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش، سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاش، رەتلەش ۋە تەھلىل قىلىش ئارقىلىق مەسىلىدىكى قانۇنىيەت توغرىسىدا ھۆكۈم چىقىرىڭلار. تەتقىق قىلىدىغان مەسىلىنى بېكىتكەندە، مەسىلىنىڭ ئەھمىيىتىگە دىققەت قىلىڭلار.

تۆۋەندىكى ئىككى مەسىلە ساۋاقداشلارنىڭ پايدىلىنىشى ئۈچۈن بېرىلدى:

1. ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ ھەپتىلىك كومپيۇتېر ئىشلىتىش ۋاقتىنى تەكشۈرۈش.

(1) تەكشۈرمەكچى بولغان مەسىلە نېمە؟

(2) ئەۋرىشكە ئېلىش لايىھىسىنى قانداق تۈزۈش كېرەك؟

(3) سانلىق مەلۇماتلارنى قانداق تەھلىل قىلىش كېرەك؟

(4) ئۇنىڭدىن قانداق قانۇنىيەتنى كەلتۈرۈپ چىقارغىلى بولىدۇ؟

(5) ساۋاقداشلىرىڭىزغا قانداق تەكلىپلەرنى بېرەلەيسىز؟

2. ئوتتۇرا مەكتەپ ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ فىزىكا نەتىجىسى بىلەن ماتېماتىكا نەتىجىسى ئارىسىدىكى باغلىنىش مۇناسىۋىتى.

(1) تەتقىق قىلماقچى بولغان مەسىلە نېمە؟

(2) ئەۋرىشكە ئېلىش لايىھىسىنى قانداق تۈزۈش كېرەك؟

(3) سانلىق مەلۇماتلارنى قانداق تەھلىل قىلىش كېرەك؟

(4) بۇنىڭدىن قانداق قانۇنىيەتنى كەلتۈرۈپ چىقارغىلى بولىدۇ؟

(5) ساۋاقداشلىرىڭىزغا قانداق تەكلىپلەرنى بېرەلەيسىز؟

كېيىنكى بەتتىكى «پراكتىكا دوكلاتى» پايدىلىنىش ئۈچۈن بېرىلدى.

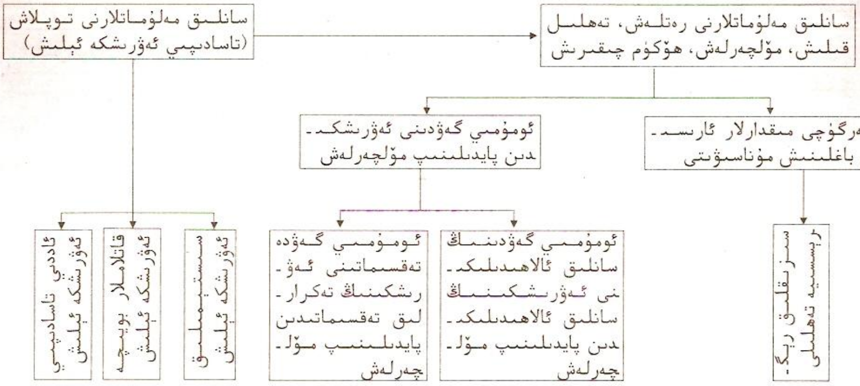
پراكتىكا دوكلاتى

ـ يىل ـ ئاينىڭ ـ كۈنى

تېما	بۇ مەكتەپتىكى ئوقۇغۇچىلارنىڭ ھەپتىلىك كومپيۇتېر ئىشلىتىش ۋاقتىنى تەكشۈرۈش		
ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلى			
ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرى (بىرلىكى: min)	يىللىق	ئوغۇل ئوقۇغۇچىلار	قىز ئوقۇغۇچىلار
	1 ـ يىللىق		
	2 ـ يىللىق		
	3 ـ يىللىق		
تەكرارلىقنىڭ تەقسىمات جەدۋىلى ۋە تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ گىستوگراممىسى			
ھېسابلاش نەتىجىسى	ئوغۇل ئوقۇغۇچىلار: $\bar{x}_1=$___ ، $s_1=$___ ؛ قىز ئوقۇغۇچىلار: $\bar{x}_2=$___ ، $s_2=$___ ؛ بارلىق ئوغۇل ۋە قىز ئوقۇغۇچىلار: $\bar{x}=$___ .		
نەتىجىنى تەھلىل قىلىش ۋە تەكلىپ بېرىش			

خۇلاسە

I بۇ بابنىڭ بىلىم قۇرۇلمىسى



II ئەسلەش ۋە مۇلاھىزە

1. ستاتىستىكا رېئال تۇرمۇش بىلەن زىچ مۇناسىۋەتلىك.

رېئاللىقتىكى بەزى تاسادىپىي ھادىسىلەرگە نىسبەتەن، نۇرغۇن سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاپ، ئاندىن بەلگىلىك ستاتىستىكا تەھلىلى ئارقىلىق تاسادىپىي ھادىسىلەردىكى قانۇنىيەتنى بايقاش ستاتىستىكا پېننىڭ ئاساسىي ۋەزىپىسىدۇر. شۇڭا، بىز ئەمەلىي تۇرمۇشتىن ياكى باشقا پەنلەردىن ئەھمىيەتلىك ستاتىستىكا مەسىلىلىرىنى ئوتتۇرىغا قويۇشنى تەدرىجىي ئۆگىنىۋېلىشىمىز كېرەك.

ئۆزىڭىزنىڭ ئۆگىنىش، تۇرمۇش ئەمەلىيىتىڭىزدىن ستاتىستىكا مەسىلىلىرىنى ئوتتۇرىغا قويالامسىز؟ بۇ مەسىلىلەرنى نېمە ئۈچۈن ئەھمىيەتلىك دەپ قارايسىز؟

2. ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاشتىكى ئاساسلىق ئۇسۇل.

(1) ئەۋرىشكە ئېلىش جەريانىدا، ئويلىشىشقا تېگىشلىك ئەڭ مۇھىم پرىنسىپ نېمە؟

(2) بۇ بابتا تونۇشتۇرۇلغان ئۈچ خىل ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنىڭ قانداق باغلىنىشى ۋە پەرقى بار؟ ئۇلارنىڭ ھەرقايسىسىنىڭ ئالاھىدىلىكى ۋە قوللىنىلىش دائىرىسى نېمە؟ دۆلەتلىك ستاتىستىكا ئىدارىسى شەھەر ـ يېزا تەكشۈرۈش ئەترىتىنىڭ مەملىكەت خەلقى ئەڭ كۆڭۈل بۆلىدىغان 10 چوڭ مەسىلىنى تەكشۈرۈشى ئۈچۈن بىر ئەۋرىشكە ئېلىپ تەكشۈرۈش لايىھەسى تۈزۈپ بېرەلەمسىز؟

3. ئومۇمىي گەۋدىنى ئەۋرىشكىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەش ستاتىستىكىدىكى ئاساسىي ئىدىيە.

ئادەتتە، ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتىنى ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەش ۋە ئومۇمىي گەۋدىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىنى ئەۋرىشكىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەشتىن ئىبارەت ئىككى خىل مۆلچەرلەش بار.

(1) ئەمەلىي تۇرمۇشتىكى نۇرغۇن ئومۇمىي گەۋدىلەرنىڭ تەقسىماتى بىزگە نامەلۇم. مەسىلەن، پۈتۈن مەملىكەتتىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ بىرىنچى يىللىق ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ بوي ئېگىزلىكىنى بىر ئومۇمىي گەۋدە دېسەك، ئۇنىڭ تەقسىمات ئەھۋالىنى ئېنىق بىلىشكە ئامالىمىز يوق. ئۇنداق بولسا، پۈتۈن مەملىكەتتىكى بارلىق تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ بىرىنچى يىللىق ئوقۇغۇچىلىرىنىڭ بوي ئېگىزلىكىگە قا-

رىتا تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللىنىش ئارقىلىق ئىگە بولغان ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتى بىلەن ماس ئومۇمىي گەۋدە تەقسىماتىنىڭ پەرقى بارمۇ؟ ئۇنىڭدىن باشقا، ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىدا تاسادىپىيلىق بارمۇ؟ سىنىپىڭىزدىكى ساۋاقداشلارنىڭ بوي ئېگىزلىكىنى بىر ئومۇمىي گەۋدە قىلىپ، ئۇنىڭ ئىچىدىن 20 نەپەر ئوقۇغۇچىنىڭ بوي ئېگىزلىكىنى تاسادىپىي ئېلىپ ئەۋرىشكە قىلىش ئارقىلىق ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتى دىئاگراممىسىنى سىزىڭ ھەمدە ئۇنى باشقا ساۋاقداشلىرىڭىز سىزغان ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ دىئاگراممىسى بىلەن سېلىشتۇرۇپ، ئەۋرىشكىنىڭ تەكرارلىق تەقسىماتىنىڭ تاسادىپىيلىقىنى ھېس قىلىڭ.

(2) ئەۋرىشكىنىڭ سانلىق ئالاھىدىلىكلىرى مودا سان، ئوتتۇرىدىكى سان، ئوتتۇرىچە سان ۋە ئۆلچەملىك ئايرىما ئارقىلىق ئىپادىلىنىدۇ.

مودا سان، ئوتتۇرىدىكى سان ۋە ئوتتۇرىچە سان ئەڭ كۆپ ئىشلىتىلىدىغان ئۈچ خىل سانلىق ئالاھىدىلىكتۇر. مودا سان دېگىنىمىز ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدا ئەڭ كۆپ كۆرۈلىدىغان قىممەتنى كۆرسىتىدۇ، ئەگەر ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار تۈرگە ئايرىلغان بولسا، ئۇ ھالدا مودا ساننى ئىشلىتىش ناھايىتى زۆرۈر. مەسىلەن، سىنىپ ھەيئىتى يىغىنى چىقارغان بىر قارارغا نىسبەتەن، سىنىپتىكى ساۋاقداشلارنىڭ ئۇنى قوللايدىغان ـ قوللىمايدىغانلىقىنى تەكشۈرۈشتە مودا ساننى ئىشلىتىشكە بولىدۇ. سىز كۈندىلىك تۇرمۇشتىكى مودا سان ئىشلىتىلىدىغان مىساللارنى كەلتۈرەلەمسىز؟

ئوتتۇرىدىكى سان ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنى سانى ئوخشاش بولغان ئىككى قىسىمغا بۆلىدۇ، بۇنىڭ ئىچىدە، بىر قىسىمدىكى بارلىق سانلار ئوتتۇرىدىكى ساندىن كىچىك بولىدۇ، يەنە بىر قىسىمدىكى بارلىق سانلار ئوتتۇرىدىكى ساندىن چوڭ بولىدۇ. قانداق ئەھۋالدا ئوتتۇرىدىكى ساننى ئىشلىتىش مودا سان ۋە ئوتتۇرىچە ساننى ئىشلەتكەندىكىگە قارىغاندا ياخشىراق بولىدۇ؟

بىز ئوتتۇرىچە ساننى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ «ئېغىرلىق مەركىزى» دەيمىز. ئوتتۇرىچە ساننىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى بىلەن ئوتتۇرىدىكى ساننىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنىڭ پەرقى ئانچە چوڭ بولمىغاندا، نېمە ئۈچۈن ئوتتۇرىچە ساننى ئىشلىتىش ئوتتۇرىدىكى ساننى ئىشلەتكەندىكىگە قارىغاندا تېخىمۇ مۇۋاپىق بولىدۇ دەيمىز؟

«ئەڭ يۇقىرى بىر نومۇر 9.95 بىلەن ئەڭ تۆۋەن بىر نومۇر 8.80 نى چىقىرىۋەتكەندىن كېيىن، ماھىرنىڭ ئەڭ ئاخىرقى ئېرىشكەن نومۇرى 9.75 بولدى» دەپ ھۆكۈم چىقىرىشتا، قانداق ستاتىستىكىلىق تەدبىر قوللىنىلغان؟

سانلىق مەلۇماتنىڭ مەركىزىنى بىلگەندىن سىرت، سانلىق مەلۇماتنىڭ قانداق تارقالغانلىقىنى بىلىۋېلىشمۇ ناھايىتى مۇھىم. ئۆلچەملىك پەرق سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاقلىق دەرىجىسىنى ئىپادىلەيدىغان ئەڭ مۇھىم مىقدار، ئۇ ئەۋرىشكىدىكى يەككىلىك سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ ئوتتۇرىچە ساندىن ئېغىش دەرىجىسىنى ئوتتۇرا ھېساب بىلەن دېگەن مەنىدىن كۆرسىتىپ بېرىدۇ.

ئەۋرىشكىنىڭ ئوتتۇرىچە سانى ۋە ئۆلچەملىك ئايرىمىسى تاسادىپىيلىققا ئىگىمۇ؟ مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرەلەمسىز؟

4. ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى تەھلىل قىلىش.

ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى تەھلىل قىلغاندا ئادەتتە «ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىدىن قارىغاندا، ئۆزگەرگۈچى مىقدارلار ئارىسىدا مۇناسىۋەت بارمۇ؟» «قانداق مۇناسىۋەت بار؟» «ئۇنى ئومۇمىي گەۋدىگە كېڭەيتىشكە بولامدۇ؟» دېگەندەك سوئاللارغا جاۋاب بېرىشكە توغرا كېلىدۇ. بۇ باپتا، ئىككى ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدا باغلىنىش مۇناسىۋىتىنىڭ بار ـ يوقلۇقىنى ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتلىرىنىڭ تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىغا ئاساسەن قانداق ئېنىقلاش ھەمدە رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنى ئەڭ كىچىك كۋادراتلىق ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ قانداق تېپىش دەسلەپكى قەدەمدە تونۇشتۇرۇلدى.

تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مەسىلىلىرى

A گۇرۇپپا

1. توغرا جاۋابنى تاللاڭ.

مەلۇم رايوندىكى كومپيۇتېر سەۋىيىسى سىنىقىغا قاتناشقان 5000 ئوقۇغۇچىنىڭ نەتىجىسىنى ئىگىلەش ئۈچۈن، ئۇلار ئىچىدىن 200 ئوقۇغۇچىنىڭ نەتىجىسىنى ئېلىش ئارقىلىق ستاتىستىكا تەھلىلى ئېلىپ بېرىلغان. بۇ مەسىلە-دە، 5000 ئوقۇغۇچىنىڭ نەتىجىسىنىڭ بارلىقى (   ) بولىدۇ.

(A) ئومۇمىي گەۋدە (B) يەككىلىك

(C) ئومۇمىي گەۋدىدىن ئېلىنغان بىر ئەۋرىشكە (D) ئەۋرىشكىنىڭ سىغىمى

2. بوش ئورۇننى تولدۇرۇڭ.

(1) گۇرۇپپىلارغا ئايرىلغان بىرقانچە سانلىق مەلۇماتتا، ھەربىر گۇرۇپپىنىڭ تەكرارلىنىش سانى ______ نى كۆرسىتىدۇ، ھەربىر گۇرۇپپىنىڭ تەكرارلىقى ______ نى كۆرسىتىدۇ؛

(2) جەمئىي N نەپەر ئىشچى - خىزمەتچىسى بار بىر شىركەتتە بىرنەچچە تارماق تەسىس قىلىنغان، تەڭ نىسبەت-لىك قاتلاملار بويىچە ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىنى قوللىنىپ بارلىق ئىشچى - خىزمەتچىلەر ئىچىدىن سىغىمى n بولغان ئەۋرىشكە ئېلىنىشتا، ئەگەر مەلۇم تارماقتا m نەپەر ئىشچى - خىزمەتچى بار بولسا، ئۇ ھالدا بۇ تارماقتىن ئې-لىنىدىغان ئىشچى - خىزمەتچىلەر سانى ______ نەپەر.

3. 2002 - يىلى باھار پەسلىدە، مەملىكەت خاراكتېرلىك بىر داڭلىق زەنجىرسىمان كىيىم - كېچەك دۇكىنى شۇ يىللىق كۈزلۈك كىيىملەرنىڭ مودا رەڭگە قارىتا ئەل رايىنى سىناش تەكشۈرۈشى ئېلىپ بارغان. تەكشۈرگۈچى-لەر خېرىدارلارغا ئىچىملىك تارقىتىپ بېرىپ، ئۇلاردىن ئىچىملىك ئىستاكانىغا بېسىلغان رەڭ بويىچە ئۆزى ياخشى كۆرىدىغان كىيىم رەڭگىگە قارىتا «بېلەت تاشلاش» نى تەلەپ قىلغان. بۇ قېتىملىق تەكشۈرۈش نەتىجىسىگە ئاساسلان-غاندا، مەلۇم A شەھەردە كىيىم رەڭگىنىڭ مودا سانى قىزىل رەڭ بولغان، بىراق، مەملىكەتلىك كىيىم - كېچەك جەمئىيىتى شۇ يىلى جىگەر رەڭنى مودا رەڭ دەپ ئېلان قىلغان.

(1) بۇ نەتىجە A شەھەردىكى ئادەملەرنىڭ پىكرىگە ۋەكىللىك قىلالامدۇ؟

(2) سىزنىڭچە بۇ ئىككى خىل تەكشۈرۈشتىكى پەرقنى كەلتۈرۈپ چىقارغان سەۋەب نېمە؟

4. ئەگەر تەكشۈرۈش مەقستى تەكشۈرۈلگۈچىلەرنىڭ كىرىم سەۋىيىسىنى ئېنىقلاش بولسا، بىر خىل سوئال قو-يۇش ئۇسۇلىنى لايىھىلەڭ.

5. بىر ئىنگلىزچە كىتابتىن 100 جۈملىنى تاسادىپىي ئېلىپ، ھەربىر جۈملىدىكى يەككە سۆزلەرنىڭ سانىنى ساناپ چىقىڭ ھەمدە بۇ 100 دانە سانلىق مەلۇماتنىڭ تەكرارلىقىنىڭ تەقسىمات جەدۋىلىنى تۈزۈڭ. بۇنىڭدىن قانداق مۆلچەرنى ئوتتۇرىغا قويالايسىز؟

6. بىر قېتىملىق ئەدەبىيات - سەنئەت مۇسابىقىسىدە، 12 نەپەر كەسپىي خادىمدىن ۋە 12 نەپەر تاماشىبىنلار ۋەكىلىدىن بىردىن باھالاش گۇرۇپپىسى تەشكىللىنىپ، مۇسابىقىگە قاتناشقان ماھىرلارغا نومۇر بېرىلگەن. تۆۋەندە-كىسى ئىككى باھالاش گۇرۇپپىسىنىڭ ئوخشاش بىر ماھىرغا بەرگەن نومۇرى:

گۇرۇپپا A:	42	45	48	46	52	47	49	55	42	51	47	45
گۇرۇپپا B:	55	36	70	66	75	49	46	68	42	62	58	47

(1) ھەربىر گۇرۇپپىدىكى ئەزالارنىڭ ئوخشاشلىقىنى قانداق ئۆلچەش كېرەكلىكىنى چۈشەندۈرۈڭ؛

(2) ھەربىر گۇرۇپپىغا نىسبەتەن بۇ خىل ئوخشاشلىقنىڭ ئۆلچەم قىممىتىنى ھېسابلاڭ. بۇ ئۆلچەم قىممىتىگە ئاساسەن A گۇرۇپپا بىلەن B گۇرۇپپىنىڭ قايسىسى كەسپىي خادىملاردىن تەركىب تاپقانلىقىغا ھۆكۈم قىلالامسىز؟

7. 16 خىل يېمەكلىك تەركىبىدىكى ئىسسىقلىق مىقدارى تۆۋەندىكىدەك:

111	123	123	164	430	190	175	236
430	320	250	280	160	150	210	123

(1) سانلىق مەلۇماتلارنىڭ ئوتتۇرىدىكى سانى ۋە ئوتتۇرىچە سانىنى تېپىڭ؛

(2) بۇ سانلىق مەلۇماتلارنى مۇشۇ ئىككى خىل سانلىق ئالاھىدىلىكنىڭ قايسىسىدىن پايدىلىنىپ تەسۋىرلىسەك تېخىمۇ مۇۋاپىق بولىدۇ؟

8. ئىسلاھات ـ ئېچىۋېتىشتىن كېيىن، ئېلىمىزنىڭ ئالىي مائارىپ ئىشلىرى تېز تەرەققىي قىلدى. بۇ يەردە 1990 ~ 2000 ـ يىلغىچە بولغان ئارىلىقتا مەلۇم ئۆلكىدىكى 18 ~ 24 ياشقىچە بولغان ياشلارنىڭ ھەر يىلقى ئالىي مەكتەپكە كىرىش پىرسەنتى بېرىلگەن دەيلى ھەممە يېزا، ناھىيە بازىرى ۋە شەھەر بويىچە ئايرىم ـ ئايرىم ستاتىستىكىلايلى. ھېسابلاشقا قۇلايلىق بولسۇن ئۈچۈن، 1990 ـ يىلىنىڭ نومۇرىنى 0، 1991 ـ يىلىنىڭ نومۇرىنى 1، …، 2000 ـ يىلىنىڭ نومۇرىنى 10 دەپ ئالايلى. ئەگەر ھەر يىلقى ئالىي مەكتەپكە كىرىش پىرسەنتىنى ئەگىشىپ ئۆزگەرگۈچى مىقدار، يىل سانى 0 ~ 10 نى ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدار قىلىپ رېگرېسسىيە تەھلىلى ئېلىپ بارساق، تۆۋەندىكىدەك ئۈچ رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىغا ئىگە بولىمىز:

شەھەر $\hat{y}=2.84x+9.50$؛

ناھىيە بازىرى $\hat{y}=2.32x+6.76$؛

يېزا $\hat{y}=0.42x+1.80$.

(1) ئوخشاش بىر كوئوردىنات سىستېمىسىدا بۇ ئۈچ رېگرېسسىيە تۈز سىزىقىنى سىزىڭ؛

(2) يېزىدىكى ياشلارغا نىسبەتەن ئېيتقاندا، كوئېففىتسېنتنىڭ 0.42 گە تەڭ بولۇشى نېمىدىن دېرەك بېرىدۇ؟

(3) مۇشۇ 11 يىل ئىچىدە، ئۈچ گۇرۇپپىنىڭ قايسىسىدا ئالىي مەكتەپكە كىرىش پىرسەنتىنىڭ يىللىق ئېشىشى ئەڭ تېز بولغان؟

(4) ئېلىمىز نوپۇسىنىڭ تارقىلىشىغا ئالاقىدار ماتېرىياللارنى كۆرۈپ، ئالىي مائارىپ تەرەققىياتىدا ۋەكىللىك خاراكتېرگە ئىگە بىر ئۆلكىنى تاللاڭ، ئاندىن بۇ ئۆلكىنىڭ ئالىي مەكتەپكە كىرىش پىرسەنتىنى ئەۋرىشكە قىلىپ، ئېلىمىزنىڭ 1991 ~ 2000 ـ يىلغىچە بولغان 10 يىل ئىچىدىكى ئالىي مەكتەپكە كىرىش پىرسەنتىنىڭ ئومۇمىي تەرەققىيات ئەھۋالىنى چۈشەندۈرۈڭ.

B گۇرۇپپا

1. بىر سۇغۇرتا شىركىتىنىڭ مۇدىرىيەت يىغىنىدا، مۇدىرلار شىركەتنىڭ دۆلىتىمىز دۇنيا سودا تەشكىلاتى (WTO) غا كىرگەندىن كېيىنكى تەرەققىيات ئىستراتېگىيىسى مەسىلىسى ئۈستىدە كەسكىن مۇزاكىرە ئېلىپ باردى، يىغىندا مۇزاكىرە قىلىنغان بىر مەسىلە چەت ئەل سۇغۇرتا شىركەتلىرىنىڭ ئىلغار باشقۇرۇش تەجرىبىلىرىدىن قانداق پايدىلىنىپ، شىركەتنىڭ باشقۇرۇش ئەندىزىسىنى ياخشىلاش ئىدى. يىغىندا سېتىش خادىملىرىغا قارىتا نىشانلىق باشقۇرۇشنى يولغا قويۇش، يەنى سېتىش خادىملىرىغا بىر كونكرېت سېتىش نىشانى بېكىتىپ بېرىش قارار قىلىندى. بۇ سېتىش نىشانىنىڭ مۇۋاپىق بولۇش ـ بولماسلىقى شىركەتنىڭ ئىقتىسادىي ئۈنۈمىگە بىۋاسىتە تەسىر كۆرسىتىدۇ. ئەگەر نىشان بەك يۇقىرى بولۇپ كەتسە، كۆپ ساندىكى سېتىش خادىملىرى ۋەزىپىسىنى ئورۇندىيالماي، ئىشەنچىسىنى يوقىتىپ قويىدۇ؛ ئەگەر نىشان بەك تۆۋەن بولۇپ قالسا، سېتىش خادىملىرىنىڭ يوشۇرۇن ئىقتىدارىنى قېزىشقا پايدىسىز. تۆۋەندىكى بىر گۇرۇپپا سانلىق مەلۇمات بىر قىسىم سېتىش خادىملىرىنىڭ ئايلىق سېتىش سوممىسىدىن ئىبارەت (بىرلىكى: مىڭ يۈەن):

19.58	16.11	16.45	20.45	20.24	21.66	22.45	18.22	12.34
19.35	20.55	17.45	18.78	17.96	19.91	18.12	14.65	14.78
16.78	18.78	18.29	18.51	17.86	19.58	19.21	18.55	16.34
15.54	17.55	14.89	18.94	17.43	17.14	18.02	19.98	17.88
17.32	19.35	15.45	19.58	13.45	21.34	14.00	18.42	23.00
17.52	18.51	17.16	24.56	25.14				

بۇ بىر گۇرۇپپا ئەۋرىشكە سانلىق مەلۇماتىغا ئاساسەن، 75% سېتىش خادىمى ئورۇندىيالايدىغان سېتىش نىشانى ھەققىدە تەكلىپ بېرىڭ.

2. بىر ئادەم تۇغۇلغاندىن تارتىپ ۋاپات بولغۇچە ھەربىر تۇغۇلغان كۈنىدە ئۇنىڭ بوي ئېگىزلىكى ئۆلچەنگەن دەپ پەرەز قىلىپ، بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزساق، بۇ نۇقتىلار بىر تۈز سىزىق ئۈستىگە چۈشمەيدۇ. بىراق، مەلۇم بىر مەزگىلدىكى بوي ئېگىزلىكىنىڭ ئۆسۈشىگە دائىر سانلىق مەلۇماتلارنى بەزىدە سىزىقلىق رېگرېسسىيەدىن پايدىلىنىپ تەھلىل قىلىشقا بولىدۇ. جەدۋەلدە بىر ئانىنىڭ ئوغلىنىڭ ئۆسۈپ يېتىلىش جەريانىدا يازغان خاتىرىسى بېرىلگەن:

تولۇق يېشى / ياش	3	4	5	6	7	8	9	10
بوي ئېگىزلىكى/cm	90.8	97.6	104.2	110.9	115.6	122.0	128.5	134.2
تولۇق يېشى / ياش	11	12	13	14	15	16		
بوي ئېگىزلىكى/cm	140.8	147.6	154.2	160.9	167.6	173.0		

(1) بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ تارقاق نۇقتىلار دىئاگراممىسىنى سىزىڭ؛

(2) بۇ سانلىق مەلۇماتلارنىڭ رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تېپىڭ؛

(3) بۇ مىسالغا نىسبەتەن، يانتۇلۇقنىڭ مەنىسىنى قانداق چۈشەندۈرىسىز؟

(4) كېيىنكى يىلدىكى بوي ئېگىزلىكىدىن شۇ يىلدىكى بوي ئېگىزلىكىنى ئېلىۋېتىپ، ھەر يىلدىكى بوي ئېگىزلىكىنىڭ ئۆسۈش سانىنى ھېسابلاڭ ھەمدە 3 ~ 16 ياشقىچە بولغان ئارىلىقتىكى بوي ئېگىزلىكلىرىنىڭ يىللىق ئوتتۇرىچە ئۆسۈش سانىنى ھېسابلاڭ؛

(5) يانتۇلۇق بىلەن بوي ئېگىزلىكلىرىنىڭ يىللىق ئوتتۇرىچە ئۆسۈش سانى ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى چۈشەندۈرۈڭ.

تاسادىپىي سانلار جەدۋىلى

03 47 43 73 86	36 96 47 36 61	46 98 63 71 62	33 26 16 80 45	60 11 14 10 95
97 74 24 67 62	42 81 14 57 20	42 53 32 37 32	27 07 36 07 51	24 51 79 89 73
16 76 62 27 66	56 50 26 71 07	32 90 79 78 53	13 55 38 58 59	88 97 54 14 10
12 56 85 99 26	96 96 68 27 31	05 03 72 93 15	57 12 10 14 21	88 26 49 81 76
55 59 56 35 64	38 54 82 46 22	31 62 43 09 90	06 18 44 32 53	23 83 01 30 30
16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43	84 26 34 91 64
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25	83 92 12 06 76
63 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07	44 39 52 38 79
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42	99 66 02 79 54
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27	08 02 73 43 28
18 18 07 92 45	44 17 16 58 09	79 83 86 19 62	06 76 50 03 10	55 23 64 05 05
26 62 38 97 75	84 16 07 44 99	83 11 46 32 24	20 14 85 88 45	10 93 72 88 71
23 42 40 64 74	82 97 77 77 81	07 45 32 14 08	32 98 94 07 72	93 85 79 10 75
52 36 28 19 95	50 92 26 11 97	00 56 76 31 38	80 22 02 53 53	86 60 42 04 53
37 85 94 35 12	83 39 50 08 30	42 34 07 96 88	54 42 06 87 98	35 85 29 48 39
70 29 17 12 13	40 33 20 38 26	13 89 51 03 74	17 76 37 13 04	07 74 21 19 30
56 62 18 37 35	96 83 50 87 75	97 12 55 93 47	70 33 24 03 54	97 77 46 44 80
99 49 57 22 77	88 42 95 45 72	16 64 36 16 00	04 43 18 66 79	94 77 24 21 90
16 08 15 04 72	33 27 14 34 09	45 59 34 68 49	12 72 07 34 45	99 27 72 95 14
31 16 93 32 43	50 27 89 87 19	20 15 37 00 49	52 85 66 60 44	38 68 88 11 80
68 34 30 13 70	55 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52	68 07 97 06 57
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76	15 54 55 95 52
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 69 36 10	96 46 92 42 45	97 60 49 04 91
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26	11 04 96 67 24
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27	40 48 73 51 92
16 90 82 66 59	83 62 64 11 12	67 19 00 71 74	60 47 21 29 68	02 02 37 03 31
11 27 94 75 06	06 09 19 74 66	02 94 37 34 02	76 70 90 30 86	38 45 94 30 38
35 24 10 16 20	33 32 51 26 38	79 78 45 04 91	16 92 53 56 16	02 75 50 95 98
38 23 16 86 38	42 38 97 01 50	87 75 66 81 41	40 01 74 91 62	48 51 84 08 32
31 96 25 91 47	96 44 33 49 13	34 86 82 53 91	00 52 43 48 85	27 55 26 89 62
66 67 40 67 14	64 05 71 95 86	11 05 65 09 68	76 83 20 37 90	57 16 00 11 66
14 90 84 45 11	75 73 88 05 90	52 27 41 14 86	22 98 12 22 08	07 52 74 95 80
68 05 51 18 00	33 96 02 75 19	07 60 62 93 55	59 33 82 43 90	49 37 38 44 59
20 46 78 73 90	97 51 40 14 02	04 02 33 31 08	39 54 16 49 36	47 95 93 13 30
64 19 58 97 79	15 06 15 93 20	01 90 10 75 06	40 78 78 89 62	02 67 74 17 33

05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 51 29 16 93	58 05 77 09 51
68 71 86 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43
17 53 77 58 71	71 41 61 50 72	12 41 94 96 26	44 95 27 36 99	02 96 74 30 83
90 26 59 21 19	23 52 23 33 12	96 93 02 18 39	07 02 18 36 07	25 99 32 70 23
41 23 52 55 99	31 04 49 69 96	10 47 48 45 88	13 41 43 89 20	97 17 14 49 17
60 20 50 81 69	31 99 73 68 68	35 81 33 03 76	24 30 12 48 60	18 99 10 72 34
91 25 38 05 90	94 58 28 41 36	45 37 59 03 09	90 35 57 29 12	82 62 54 65 60
34 50 57 74 37	98 80 33 00 91	09 77 93 19 82	74 94 80 04 04	45 07 31 66 49
85 22 04 39 43	73 81 53 94 79	33 62 46 86 28	08 31 54 46 31	53 94 13 38 47
09 79 13 77 48	73 82 97 22 21	05 03 27 24 83	72 89 44 05 60	35 80 39 94 88
88 75 80 18 14	22 95 75 42 49	39 32 83 22 49	02 48 07 70 37	16 04 61 67 87
90 96 23 70 00	39 00 03 06 90	55 85 78 38 36	94 37 30 69 32	90 89 00 76 33
53 74 23 99 67	61 32 28 69 84	94 62 67 86 24	98 33 41 19 95	47 53 53 38 09
63 38 06 86 54	99 00 65 26 94	02 82 90 23 07	79 62 67 80 60	75 91 12 81 19
35 30 58 21 46	06 72 17 10 94	25 21 31 75 96	49 28 24 00 49	55 65 79 78 07
63 43 36 82 69	65 51 18 37 88	61 38 44 12 45	32 92 85 88 65	54 34 81 85 35
98 25 37 55 26	01 91 82 81 46	74 71 12 94 97	24 02 71 37 07	03 92 18 66 75
02 63 21 17 69	71 50 80 89 56	38 15 70 11 48	43 40 45 86 98	00 83 26 91 03
64 55 22 21 82	43 22 28 06 00	61 54 13 43 91	82 78 12 23 29	06 66 24 12 27
85 07 26 13 89	01 10 07 82 04	59 63 69 36 03	69 11 15 83 80	13 29 54 19 28
58 54 16 24 15	51 54 44 82 00	62 61 65 04 69	38 18 65 18 97	85 72 13 49 21
34 85 27 84 87	61 48 64 56 26	90 18 48 13 26	37 70 15 42 57	65 65 80 39 07
03 92 18 27 46	57 99 16 96 56	30 33 72 85 22	84 64 38 56 98	99 01 30 93 64
62 93 30 27 59	37 75 41 66 48	86 97 80 61 45	23 53 04 01 63	45 76 08 64 27
08 45 93 15 22	60 21 75 46 91	93 77 27 85 42	28 88 61 08 84	69 62 08 42 78
07 08 55 18 40	45 44 75 13 90	24 94 96 61 02	57 55 66 83 15	73 42 37 11 61
01 85 89 95 66	51 10 19 34 88	15 84 97 19 75	12 76 39 43 78	64 63 91 08 25
72 84 71 14 85	19 11 58 49 26	50 11 17 17 76	86 81 57 20 18	95 60 78 46 75
88 78 28 16 84	13 52 58 94 53	75 45 69 80 96	73 89 65 70 31	99 17 48 48 76
45 17 75 65 57	28 40 19 72 12	25 12 74 75 67	60 40 60 81 19	24 62 01 61 16
96 76 28 12 54	22 01 11 94 25	71 96 16 16 88	68 64 36 74 45	19 59 50 88 92
43 31 67 72 30	24 02 94 08 63	88 32 36 66 02	69 36 88 25 39	48 08 45 15 22

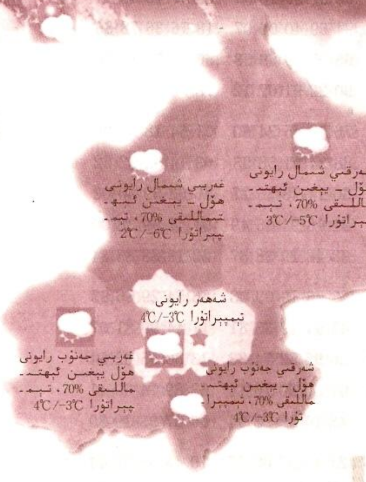
50 44 66 44 21	66 06 58 05 62	68 15 54 35 02	42 35 48 96 32	14 52 41 52 48
22 66 22 15 86	26 63 75 41 99	58 42 36 72 24	58 37 52 18 51	03 37 18 39 11
96 24 40 14 51	28 22 30 88 57	95 67 47 29 88	94 69 40 06 07	18 16 36 78 86
31 73 91 61 19	60 20 72 98 48	98 57 07 28 69	65 95 39 69 58	56 80 30 19 44
78 60 73 99 84	43 89 94 36 45	56 69 47 07 41	90 22 91 07 12	78 35 34 08 72
84 37 90 61 56	70 10 23 98 05	85 11 34 76 60	76 48 45 34 60	01 64 18 39 96
36 67 10 08 23	98 93 35 08 86	99 29 76 29 81	88 34 91 58 93	63 14 52 32 52
07 28 59 07 48	89 64 58 89 75	83 85 62 27 89	30 14 78 56 27	86 63 59 80 02
10 15 83 87 60	79 24 31 66 56	21 48 24 06 93	91 98 94 05 49	01 47 59 38 00
55 19 68 97 65	03 73 52 16 56	00 58 55 90 27	33 42 29 38 87	22 13 88 83 34
53 81 29 13 39	35 01 20 71 34	62 33 74 82 14	53 73 19 09 03	56 54 29 56 93
51 86 32 68 92	33 98 74 66 99	40 14 71 94 58	45 94 19 33 81	14 44 99 81 07
35 91 70 29 13	80 03 54 07 27	96 94 78 32 66	50 95 52 74 33	13 80 55 62 54
37 71 67 95 13	20 02 44 95 94	64 85 04 05 72	01 32 90 76 14	53 89 74 60 41
93 66 13 83 27	92 79 64 64 72	28 54 96 53 84	48 14 52 98 94	56 07 93 39 30
02 96 08 45 65	13 05 00 41 84	93 07 54 72 59	21 45 57 09 77	19 48 56 27 44
49 83 43 48 35	82 88 33 69 96	72 36 04 19 76	47 45 15 18 60	82 11 08 95 97
84 60 71 62 46	40 80 81 30 37	34 39 23 05 33	25 15 35 71 30	88 12 57 21 77
18 17 30 88 71	44 91 14 88 47	89 23 30 63 15	56 34 20 47 89	99 82 93 24 93
79 69 10 61 78	71 32 76 95 62	87 00 22 58 40	92 54 01 75 25	43 11 71 99 31
75 93 36 57 83	56 20 14 82 11	74 21 97 90 65	98 42 68 63 86	74 54 13 26 94
38 30 92 29 03	06 23 81 39 38	62 25 06 84 63	61 29 08 93 67	04 32 92 08 09
51 29 50 10 34	31 57 75 95 80	51 97 02 74 77	76 15 48 49 44	18 55 63 77 09
21 31 38 86 24	37 79 81 53 74	73 24 16 10 33	52 83 90 94 76	70 47 14 54 36
29 01 23 87 83	58 02 39 37 67	42 10 14 20 92	16 55 23 42 45	54 96 09 11 06
95 33 95 22 00	18 74 72 00 18	38 79 58 69 32	81 76 80 26 92	82 80 84 25 39
90 84 60 79 80	24 36 59 87 38	82 07 53 89 35	96 35 23 79 18	05 98 90 07 35
46 40 62 98 80	54 97 20 56 95	15 74 80 08 32	16 46 70 50 80	67 72 16 42 79
20 31 89 03 43	38 46 82 68 72	32 14 82 99 70	80 60 47 18 97	63 49 30 21 30
71 59 73 05 50	08 22 23 71 77	91 01 93 20 49	82 96 59 26 94	66 39 67 98 60

3 ـ باب. ئېھتىماللىق

1-3 تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى

2-3 كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى

3-3 گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى



كۈندىلىك تۇرمۇشتا، نەتىجىسىنى ئالدىن مۆلچەرلىگىلى بول-
مايدىغان ئىشلارغا دائىم دېگۈدەك يولۇقۇپ تۇرىمىز، ئۇلار تاسادى-
پىي ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ. مەسىلەن، بىر دانە مېتال پۇلنى تاشلىغاندا،
ئۇ ئوڭ چۈشەمدۇ ياكى تەتۈر چۈشەمدۇ؛ ئەتە ئەتىگەندە مەكتەپكە
يېتىپ بارىدىغان ئېنىق ۋاقىت سائەت قانچە؛ بۇ قېتىملىق پاراۋانلىق
لاتارېيىسىنى سېتىۋالغاندا مۇكاپاتقا ئېرىشكىلى بولامدۇ ـ يوق...
بۇ ئىشلارنىڭ نەتىجىسى ئېنىقسىز بولۇپ، ئۇنى ئالدىن بىلگىلى
بولمايدۇ. بىراق، بىز تاسادىپىي ۋەقەلەرنى بىر يەرگە قويساق،
ئۇلاردا كىشىنى ھەيران قالدۇرغۇدەك قانۇنىيەتلەر ئىپادىلىنىپ چى-
قىشى مۇمكىن. مەسىلەن، ئەگەر ئوخشاش بىر دانە مېتال پۇلنى
100 قېتىم تاشلىساق، گەرچە ئۇنىڭ نەتىجىسىنى ئالدىن ئېنىق بىل-
گىلى بولمىسىمۇ، بىراق ئۇنىڭ ئوڭ چۈشۈش ۋە تەتۈر چۈشۈش
مۇمكىنچىلىكىنىڭ ھەرقايسىسى 50% نى ئىگىلەيدىغانلىقىنى بى-
لىمىز. شۇڭا، مېتال پۇل تەخمىنەن 50 قېتىم ئوڭ چۈشىدۇ، 50 قې-
تىم تەتۈر چۈشىدۇ. مانا مۇشۇنداق تاسادىپىي ۋەقەلەرنىڭ قانۇنىيىتى-
نى تەتقىق قىلىش ئۈچۈن، ماتېماتىكىغا ئېھتىماللىق كىرگۈزۈلگەن.

ئېھتىماللىق — تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكى-
نىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى تەسۋىرلەيدىغان ئۆلچەم، نۆۋەتتە ئۇ
كىشىلەرنىڭ كۈندىلىك تۇرمۇشىغا سىڭىپ كىرىپ، دائىم قوللى-
نىلىدىغان سۆزلۈككە ئايلاندى. ئۇنداق بولسا، ئېھتىماللىقنىڭ ئې-
نىق مەنىسى نېمە؟ تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىنى قانداق ئۇ-
سۇلدىن پايدىلىنىپ ھېسابلاش كېرەك؟ بۇ بابتا، ئېھتىماللىققا ئا-
ئىت بەزى ئاساسىي ئۇقۇم ۋە تەتقىق قىلىش ئۇسۇللىرى ئۈستىدە
ئىزدىنىش ئېلىپ بارىمىز.

ئۇچار بىگىزنىڭ تېگىش نۇقتىسى، مۇكاپات نومۇرىنى بېكىتىش ئەسۋابىدىن چىققان نومۇر قاتارلىقلارنىڭ ھەممىسى تاسادىپىي بولىدۇ، ئېھتىماللىق نەزەرىيىسى دەل مۇشۇنداق تاسادىپىي ھادىسىلەر قانۇنىيىتىنى تەتقىق قىلىدىغان پەن بولۇپ، نۆۋەتتە پەن - تېخنىكا ۋە سانائەت - يېزا ئىگىلىك ئىشلەپچىقىرىشى قاتارلىق نۇرغۇن ساھەلەردە كەڭ قوللىنىلماقتا. مەسىلەن، ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇمات بېرىش، تەيفېڭ بورىنىدىن ئالدىن مەلۇمات بېرىش قاتارلىقلارنىڭ ھەممىسى ئېھتىماللىقتىن ئايرىلالمايدۇ.

CHAPTER 3

1-3 تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى

1-1-3 تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى

كۈندىلىك تۇرمۇشتا، بەزى مەسىلىلەرگە توپتوغرا جاۋاب بېرىش ناھايىتى تەس. مەسىلەن، سىز ئەتە قايسى ۋاقىتتا ئورنىڭىزدىن تۇرىسىز؟ 7:20 دە مەلۇم ئاپتوبۇس بېكىتىدە ئاپتوبۇس كۈتۈپ تۇرىدىغان ئادەملەرنىڭ سانى قانچە؟ 12:10 دە مەكتەپ ئاشخانىسىدا تاماق يەيدىغان ئادەملەرنىڭ سانى قانچە؟ بۇ قېتىمقى پاراۋانلىق لاتارىيىسىنى سېتىۋالغاندا مۇكاپاتقا ئېرىشكىلى بولامدۇ - يوق؟ دېگەندەك. روشەنكى، بۇ مەسىلىلەرنىڭ نەتىجىسى ئېنىقسىز، تاسادىپىي بولۇپ، توغرا جاۋاب بېرىش ناھايىتى قىيىن.

ئوبيېكتىپ دۇنيادا، بەزى ئىشلارنىڭ يۈز بېرىشى تاسادىپىي، يەنە بەزى ئىشلارنىڭ يۈز بېرىشى مۇقەررەر بولىدۇ، ئۇنىڭ ئۈستىگە، تاسادىپىيلىق بىلەن مۇقەررەرلىك ئارىسىدا كۆپ ھاللاردا مەلۇم خىل ئىچكى باغلىنىشمۇ بولىدۇ. مەسىلەن، بېيجىڭ رايونىنىڭ بىر يىلدىكى تۆت پەسىل ئۆزگىرىشىدە ئېنىق، مۇقەررەر قانۇنىيەت بار، بىراق، بېيجىڭ رايونىدا بىر يىلدا قايسى كۈنى ئەڭ ئىسسىق، قايسى كۈنى ئەڭ سوغۇق، قايسى كۈندىكى يامغۇر مىقدارى ئەڭ كۆپ، قايسى كۈندىكى قار مىقدارى ئەڭ كۆپ دېگەندەك ھادىسىلەر ئېنىقسىز، تاسادىپىي بولىدۇ. يەنە ئالايلۇق، بىر تەرەپتىن، مەلۇم خىل شال ئۇرۇقى بىخلىغاندىن كېيىن، بەلگىلىك شەرت (تېمپېراتۇرا، سۇ، تۇپراق، كۈن نۇرى) ئاستىدا چوقۇم تۆپلىنىش، ئۆسۈش، قاسىراقلىق گۈل چىقىرىش، باشاق چىقىرىش، پىشىش قاتارلىق جەريانلارنى بېشىدىن ئۆتكۈزىدۇ، بۇ خىل ئۆسۈش قانۇنىيىتى ئېنىق بولىدۇ؛ يەنە بىر تەرەپتىن، بۇ جەرياندا ھەربىر بىخلىغان ئۇرۇقنىڭ تۆپلىنىش سانى قانچە، باشاق چىقىرىش نىسبىتى قانچە، غولنىڭ ئېگىزلىكى قانچە، باشاقتىكى توق دان سانى قانچە، پۇچەك دان نىسبىتى قانچە، دان ئېغىرلىقى قانچە دېگەندەك ھادىسىلەر ئېنىقسىز بولىدۇ. يېزا ئىگىلىك ئىشلەپچىقىرىش ئەمەلىيىتى بىزگە شۇنى بىلدۈرىدۇكى، بەلگىلىك شەرت S (تېمپېراتۇرا، سۇ، تۇپراق، كۈن نۇرى) ئاستىدا، بىخلىغان ئۇرۇق چوقۇم تۆپلىنىدۇ. مۇشۇنىڭغا ئوخشاش، بەلگىلىك شەرت S (تېمپېراتۇرا، سۇ، تۇپراق، كۈن نۇرى) ئاستىدا چوقۇم يۈز بېرىدىغان ۋەقە (بىخلىغان ئۇرۇقنىڭ تۆپلىنىشى) مۇقەررەر ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ. بىراق، بەلگىلىك شەرت S (تېمپېراتۇرا، سۇ، تۇپراق، كۈن نۇرى) ئاستىدا، بىر دانە بىخلىغان ئۇرۇق قانچە تال شاخقا تۆپلىنىدۇ، 1 تالمۇ، 2 تالمۇ، 3 تالمۇ ... دېگەندەك ھادىسىلەر ئېنىقسىز بولىدۇ، مۇشۇنىڭغا ئوخشاش، بەلگىلىك شەرت S ئاستىدا نەتىجىسىنى ئالدىن مۆلچەرلىگىلى بولمايدىغان ۋەقە تاسادىپىي ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ. ئۇنىڭدىن باشقا، «بىخلىغان ئۇرۇق تۆپلەنمەيدۇ» دېگەن بۇ ۋەقە چوقۇم يۈز بەرمەيدۇ، مۇشۇنىڭغا ئوخشاش، بەلگىلىك شەرت S ئاستىدا چوقۇم يۈز بەرمەيدىغان ۋەقە مۇمكىن ئەمەس ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ.

ئومۇمەن، شەرت S ئاستىدا چوقۇم يۈز بېرىدىغان ۋەقە شەرت S كە نىسبەتەن **مۇقەررەر ۋەقە**

(certain event)، قىسقىچە مۇقەررەر ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ؛

شەرت S ئاستىدا چوقۇم يۈز بەرمەيدىغان ۋەقە شەرت S كە نىسبەتەن **مۇمكىن ئەمەس ۋەقە** (impossible event)، قىسقىچە مۇمكىن ئەمەس ۋەقە (ياكى مۇمكىن بولمىغان ۋەقە) دەپ ئاتىلىدۇ.

مۇقەررەر ۋەقە بىلەن مۇمكىن ئەمەس ۋەقە ئومۇملاشتۇرۇلۇپ شەرت S كە نىسبەتەن **ئېنىق ۋەقە**، قىسقىچە ئېنىق ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ.

شەرت S ئاستىدا يۈز بېرىشىمۇ مۇمكىن، يۈز بەرمەسلىكىمۇ مۇمكىن بولغان ۋەقە شەرت S كە نىسبەتەن **تاسادىپىي ۋەقە** (random event)، قىسقىچە تاسادىپىي ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ.

ئېنىق ۋەقە بىلەن تاسادىپىي ۋەقە ئومۇملاشتۇرۇلۇپ ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ ھەمدە ئادەتتە چوڭ ھەرپ A، B، C .... لار بىلەن ئىپادىلىنىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

ئەمەلىي تۇرمۇشتىكى تاسادىپىي ۋەقە، مۇقەررەر ۋەقە، مۇمكىن ئەمەس ۋەقەگە دائىر مىساللارنى كەلتۈرەلەمسىز؟

تاسادىپىي ۋەقەگە نىسبەتەن، ئۇنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى بىلىۋېلىش ئىنتايىن مۇھىم. تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى **ئېھتىماللىق** (probability) تىن پايدىلىنىپ ئۆلچەش بىزنىڭ تەدبىر بەلگىلىشىمىزنى ھالقىلىق ئاساس بىلەن تەمىنلەيدۇ. ئۇنداق بولسا، تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىغا قانداق ئېرىشىش كېرەك؟ بۇنىڭدىكى ئەڭ بىۋاسىتە ئۇسۇل تەجرىبە ئىشلەش (كۆزىتىش)تىن ئىبارەت.

جىسىملارنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى ماسسىسىنىڭ ئاز ـ كۆپلۈكى، ھەجمىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى ئارقىلىق ئۆلچىنىدۇ، تاسادىپىي ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكى ئېھتىماللىق ئارقىلىق ئۆلچىنىدۇ. ئېھتىماللىق ئوبيېكتىپ مەۋجۇتتۇر.

تۆۋەندە بىر دانە مېتال پۇلنى تاشلاش تەجرىبىسى ئىشلەپ، ئۇنىڭ قايسى تەرىپىنىڭ يۇقىرىغا قاراپ چۈشىدىغانلىقىنى كۆزىتەيلى.

بىرىنچى باسقۇچتا، سىنىپتىكى ھەربىر ساۋاقداش ئوخشاش مېتال پۇلدىن بىرنى ئېلىپ، مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنى 10 قېتىم ئىشلەيدۇ، ئاندىن ھەربىر ساۋاقداش تەجرىبە نەتىجىسىنى خاتىرىلىۋېلىپ، تۆۋەندىكى جەدۋەلنى تولدۇرىدۇ:

ئىسمى	تەجرىبە قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈش قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈش نىسبىتى

مۇلاھىزە ؟

باشقا ساۋاقداشلارنىڭ تەجرىبە نەتىجىسى بىلەن سېلىشتۇرغاندا، سىزنىڭ نەتىجىڭىز ئۇلارنىڭكى بىلەن ئوخشاش چىقتىمۇ؟ نېمە ئۈچۈن بۇنداق ئەھۋال كۆرۈلىدۇ؟

ئىككىنچى باسقۇچتا، ھەربىر گۇرۇپپا ئۆز گۇرۇپپىسىدىكى ساۋاقداشلارنىڭ تەجرىبە نەتىجىلىرىنى ستاتىستىكىلاپ، تۆۋەندىكى جەدۋەلنى تولدۇرىدۇ:

گۇرۇپپا	ئومۇمىي تەجرىبە قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈشنىڭ ئومۇمىي قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈش نىسبىتى

مۇلاھىزە ؟

باشقا گۇرۇپپىدىكىلەرنىڭ تەجرىبە نەتىجىسى بىلەن سېلىشتۇرغاندا، ھەرقايسى گۇرۇپپىلارنىڭ نەتىجىلىرى بىردەك بولۇپ چىقتىمۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

ئۈچىنچى باسقۇچتا، بىر ساۋاقداش پۈتۈن سىنىپتىكى ساۋاقداشلارنىڭ تەجرىبە نەتىجىلىرىنى ستاتىستىكىلاپ، تۆۋەندىكى جەدۋەلنى تولدۇرىدۇ:

سىنىپ	ئومۇمىي تەجرىبە قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈشنىڭ ئومۇمىي قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈش نىسبىتى

تۆتىنچى باسقۇچتا، سىنىپتىكى ھەربىر ساۋاقداش تەجرىبىسىدىكى ئوڭ چۈشۈش قېتىم سانىنى توپلاپ چىقىپ، ئۇنى تۈۋرۈك شەكىللىك دىئاگراما سىزىپ ئىپادىلەيدۇ.

كۆزىتىش

بۇ تۈۋرۈك شەكىللىك دىئاگراممىنىڭ قانداق ئالاھىدىلىكى بار؟

بەشىنچى باسقۇچتا، ساۋاقداشلار مېتال پۇل تاشلىغاندىكى «ئوڭ چۈشۈش» تىن ئىبارەت بۇ ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش قانۇنىيىتىنى تېپىپ چىقىدۇ.

ئىزدىنىش

ئەگەر ساۋاقداشلار يۇقىرىقى تەجرىبىنى يەنە بىر قېتىم تەكرارلىسا، پۈتۈن سىنىپنىڭ ئومۇملاشتۇرۇلغان نەتىجىسى بۇ قېتىمقى ئومۇملاشتۇرۇلغان نەتىجە بىلەن بىردەك بولامدۇ؟ ئەگەر بىردەك بولمىسا، ئۇنىڭ سەۋەبىنى ئېيتىپ بېرەلەمسىز؟

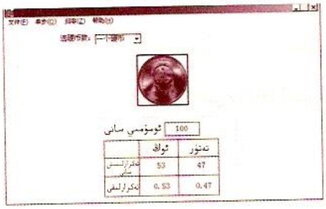
ئوخشاش شەرت S ئاستىدا بىر تەجرىبىنى n قېتىم تەكرار ئىشلەپ، مەلۇم بىر A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ـ بەرمەسلىكىنى كۆزەتكەندە، A ۋەقەنىڭ n قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىش قېتىم سانى n_A نى A ۋەقە يۈز بېرىشنىڭ **تەكرارلىنىش سانى** (frequency) دەپ، A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش نىسبىتى $f_n(A)=\frac{n_A}{n}$ نى A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش **تەكرارلىقى** (relative frequency) دەپ ئاتايمىز.

مۇقەررەر ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى 1 بولىدۇ، مۇمكىن ئەمەس ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى 0 بولىدۇ.

مۇلاھىزە؟

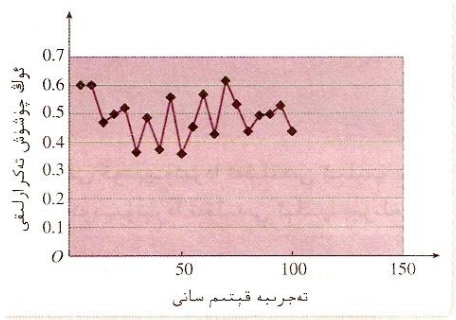
تەكرارلىقنىڭ قىممەت ئېلىش دائىرىسى نېمە؟

مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنى كومپيۇتېردا تەقلىدىي ئېلىپ بېرىشقا بولىدۇ. تۆۋەندە بېرىلگىنى كومپيۇتېردا تەقلىدىي ئېلىپ بېرىلغان مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسى.



1.3 ـ جەدۋەل. كومپيۇتېردا تەقلىدىي ئېلىپ بېرىلغان مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنىڭ نەتىجىسى

تەجرىبە قېتىم سانى	ئوڭ چۈشۈشنىڭ تەكرارلىنىش سانى	ئوڭ چۈشۈش تەكرارلىقى
5	4	0.8
10	6	0.6
15	6	0.4
20	14	0.7
25	11	0.44
30	16	0.533 333
35	18	0.514 286
40	20	0.5
45	20	0.444 444
50	20	0.4
55	26	0.472 727
60	31	0.516 667
65	30	0.461 538
70	35	0.5
75	34	0.453 333
80	38	0.475
85	43	0.505 882
90	46	0.511 111
95	56	0.589 474
100	53	0.53



مېتال پۇل تاشلاشنىڭ تەكرارلىق دىئاگراممىسى

تارىختا كىشىلەر مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنى كۆپ قېتىم تەكرار ئېلىپ بارغان، ئۇنىڭ نەتىجىسى 2.3 ـ جەدۋەلدە كۆرسىتىلدى:

2.3 ـ جەدۋەل. تارىختىكى بىر قىسىم مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىلىرىنىڭ نەتىجىسى

ئوڭ چۈشۈش تەكرارلىقى	ئوڭ چۈشۈشنىڭ تەكرارلىنىش سانى	تەجرىبە قېتىم سانى
0.5181	1061	2048
0.5069	2048	4040
0.5016	6019	12000
0.5005	12012	24000
0.4996	14984	30000
0.5011	36124	72088

كۆرۈۋالالايمىزكى، تەجرىبە قېتىم سانى ناھايىتى كۆپ بولغاندا، ئوڭ چۈشۈشنىڭ تەكرارلىق قىممىتى 0.5 ئەتراپىدا تەۋرىنىدۇ. ئومۇمەن، تاسادىپىي ۋەقە A نىڭ ھەر قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىش ـ بەرمەسلىكىنى ئالدىن بىلگىلى بولمايدۇ، بىراق، كۆپ قېتىم تەكرار تەجرىبىدىن كېيىن، تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ، A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى ئىنتېرۋال [0, 1] دىكى مەلۇم بىر تۇراقلىق ساندا تەدرىجىي تۇرغۇنلىشىدۇ. بۇ تۇراقلىق سان 1 گە قانچىكى يېقىنلاشسا، A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى شۇنچە چوڭ، تەكرارلىنىش سانى شۇنچە كۆپ بولۇپ، ئۇنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىمۇ شۇنچە چوڭ بولىدۇ؛ ئەكسىچە، ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكى قانچىكى كىچىك بولسا، تەكرارلىنىش سانى شۇنچە ئاز، تەكرارلىق شۇنچە كىچىك بولۇپ، بۇ تۇراقلىق سانمۇ شۇنچە كىچىك بولىدۇ. شۇڭا، A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى مۇشۇ تۇراقلىق ساندىن پايدىلىنىپ ئۆلچىيەلەيمىز.

بېرىلگەن تاسادىپىي ۋەقە A غا نىسبەتەن، A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى $f_n(A)$ تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ ئېھتىماللىق $P(A)$ دا تۇرغۇنلىشىدىغانلىقى ئۈچۈن، ئېھتىماللىق $P(A)$ نى تەكرارلىق $f_n(A)$ دىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەشكە بولىدۇ.

شۇنداق قىلىپ، بىر مېتال پۇلنى تاشلىغاندا، ئۇنىڭ ئوڭ چۈشۈش ئېھتىماللىقى 0.5 بولىدۇ. يەنى

$$P(\text{ئوڭ چۈشۈش}) = 0.5.$$

مۇلاھىزە؟

A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقى $f_n(A)$ ئۆزگەرمەمدۇ؟ A ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى $P(A)$ ئۆزگەرمەمدۇ؟ ئۇلار ئارىسىدا قانداق پەرق ۋە باغلىنىش بار؟

بۇ بابتا، ئوخشاش شەرت ئاستىدا كۆپ قېتىم تەكرار تەجرىبە ئېلىپ بېرىشقا بولىدىغان تاسادىپىي ۋەقەلەرنى تەتقىق قىلىمىز، ئۇلارنىڭ ھەممىسى تەكرارلىقى تۇرغۇن بولۇشتەك ئالاھىدىلىككە ئىگە.

ھەرقانداق ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى 0 ~ 1 ئارىلىقىدىكى بىر ئېنىق سان بولىدۇ، ئۇ مۇشۇ ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنى ئۆلچەيدۇ. ئېھتىماللىقى كىچىك (0 گە يېقىنلىشىدىغان) ۋەقەلەر ناھايىتى ئاز يۈز بېرىدۇ، ئېھتىماللىقى چوڭ (1 گە يېقىنلىشىدىغان) ۋەقەلەر دائىم دېگۈدەك يۈز بېرىدۇ. مەسىلەن، بىر ئادەمگە نىسبەتەن ئېيتقاندا، ئۇ بىر دانە تەنتەربىيە لاتارېيىسى سېتىۋالسا، ئۇنىڭ ئالاھىدە مۇكاپاتقا ئېرىشىشى ئېھتىماللىقى كىچىك ۋەقە بولىدۇ. ئۇ 10 000 دانە تەنتەربىيە لاتارېيىسى سېتىۋالسا، كەم دېگەندە بىر مۇكاپات (قانچىنچى دەرىجىلىك مۇكاپات بولۇشىدىن قەتئىينەزەر) قا ئېرىشىشىنىڭ ئېھتىماللىقى ناھايىتى چوڭ بولىدۇ. تاسادىپىي ۋەقە ئېھتىماللىقىنىڭ چوڭ ـ كىچىكلىكىنى بىلىۋېلىش توغرا قارار چىقىرىشىمىزغا پايدىلىق.

ياكوب بېرنۇلى (Jacob Bernoulli، 1654 ـ 1705) ئېھتىماللىق نەزەرىيىسىنىڭ پېشۋاسى دەپ ئېتىراپ قىلىنغان شۋېيتسارىيىلىك ماتېماتىك، ئۇ مەشھۇر چوڭ سانلار قانۇنىنى ئوتتۇرىغا قويغان، چوڭ سانلار قانۇنىدا تەكرارلىقنىڭ تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ ئېھتىماللىق ئەتراپىدا تۇرغۇنلىشىدىغانلىقى شەرھلەنگەن.

مەشىق

1. بىرلا ۋاقىتتا ئىككى دانە مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسى ئېلىپ بېرىپ، تەجرىبە نەتىجىسىنى كۆزىتىڭ.

(1) تەجرىبىدە يۈز بېرىشى مۇمكىن بولغان قانچە خىل نەتىجە بار؟ ئۇلارنى ئايرىم ـ ئايرىم ئىپادىلەڭ.

(2) 100 قېتىم تەجرىبە ئىشلىگەندە، ھەربىر خىل نەتىجىنىڭ يۈز بېرىشىنىڭ تەكرارلىنىش سانى، تەكرارلىقى قانچە؟

ئۆزىڭىزنىڭ تەجرىبە نەتىجىسى بىلەن باشقا بىرنەچچە ساۋاقدىشىڭىزنىڭ تەجرىبە نەتىجىسىنى جەملەڭ، نېمىنى بايقىدىڭىز؟ ھەربىر خىل نەتىجىنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى مۆلچەرلىيەلەمسىز؟

2. شىشخال تاشلاش تەجرىبىسى ئىشلەڭ. بىر شىشخالنى 100 قېتىم تاشلاپ، تۆۋەندىكى جەدۋەلنى تولدۇرۇڭ:

	تەكرارلىنىش سانى	تەكرارلىقى
تەجرىبىنىڭ ئومۇمىي قېتىم سانى	100	
1 رەقەمنىڭ كۆرۈلۈشى		
5 رەقەمنىڭ كۆرۈلۈشى		
كۆرۈلگەن رەقەمنىڭ 7 دىن كىچىك بولۇشى		
كۆرۈلگەن رەقەمنىڭ 7 دىن چوڭ بولۇشى		
كۆرۈلگەن رەقەمنىڭ جۈپ سان بولۇشى		
كۆرۈلگەن رەقەمنىڭ تاق سان بولۇشى		

3. (1) ئېھتىماللىقى ئىنتايىن كىچىك بولغان بىر تاسادىپىي ۋەقەنى مىسال كەلتۈرۈڭ.

(2) ئېھتىماللىقى ئىنتايىن چوڭ بولغان بىر تاسادىپىي ۋەقەنى مىسال كەلتۈرۈڭ.

2-1-3 ئېھتىماللىقنىڭ مەنىسى

1. ئېھتىماللىقنى توغرا چۈشىنىش

مۇلاھىزە ?

بەزىلەر بىر دانە مېتال پۇلنى تاشلىغاندا ئوڭ چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى 0.5 بولغانىكەن، سۈپىتى تەكشى بىر دانە مېتال پۇلنى ئۇدا ئىككى قېتىم تاشلىغاندا، چوقۇم بىر قېتىمدا ئوڭ، يەنە بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشىدۇ دەيدۇ. سىزنىڭچە بۇنداق دېيىش توغرىمۇ؟

گەرچە مېتال پۇلنى ھەربىر قېتىم تاشلىغاندا ئوڭ، تەتۈر چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا 0.5 بولسىمۇ، لېكىن مېتال پۇلنى ئۇدا ئىككى قېتىم تاشلىغاندا ئۇنىڭ دەل بىر قېتىمدا ئوڭ، يەنە بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشۈشى ناتايىن. سىنىپتىكى ھەربىر ساۋاقداشقا مېتال پۇلنى ئۇدا ئىككى قېتىم-دىن تاشلاتقۇزۇپ، ئۇلارنىڭ تەجرىبە نەتىجىسىنى ستاتىستىكىلىغاندا، «ھەر ئىككى قېتىمدا ئوڭ چۈ-شۈش»، «ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش»، «بىر قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش، يەنە بىر قېتىمدا تەتۈر چۈ-شۈش» تىن ئىبارەت مۇمكىن بولغان ئۈچ خىل نەتىجىنىڭ كۆرۈلىدىغانلىقىنى بايقىغىلى بولىدۇ. بۇ دەل تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىشىدىكى تاسادىپىيلىقنى ئەكس ئەتتۈرۈپ بېرىدۇ.

ئىزدىنىش

سىنىپتىكى ساۋاقداشلار بىردىن مېتال پۇل (بىر مولۇق، بىر يۈەنلىك دېگەندەك) نى ئۇدا ئىككى قېتىم تاشلاپ، ئۇنىڭ ئوڭ ياكى تەتۈر چۈشكەنلىكىنى كۆزىتىڭلار ھەمدە نەتىجىنى خاتىرىلىۋېلىڭلار. يۇقىرىدىكى جەريانىنى 10 قېتىم تەكرارلاپ، سىنىپتىكى بارلىق ساۋاقداشلارنىڭ تەجرىبە نەتىجىسىنى جەملەپ، ئۈچ خىل نەتىجىنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقىنى ھېسابلاڭلار. بۇنىڭدىن نېمىنى بايقىدىڭىز؟

شۇنى بايقاشقا بولىدۇكى، تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ، «بىر قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش، بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ تەكرارلىقى بىلەن «ھەر ئىككى قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش»، «ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ تەكرارلىقى ئوخشاش بولمايدۇ ھەمدە «ھەر ئىككى قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش» نىڭ تەكرارلىقى بىلەن «ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ تەكرارلىقى تەخمىنەن تەڭ بولىدۇ؛ «بىر قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش، بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ تەكرارلىقى «ھەر ئىككى قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش» («ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش») نىڭ تەكرارلىقىدىن چوڭ بولىدۇ. ئەمەلىيەتتە، «ھەر ئىككى قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش» نىڭ ئېھتىماللىقى 0.25، «ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ ئېھتىماللىقى 0.25، «بىر قېتىمدا ئوڭ چۈشۈش، بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ ئېھتىماللىقى 0.5 بولىدۇ.

يۇقىرىدىكى تەجرىبە بىزگە شۇنى ئۇقتۇرىدۇكى، تاسادىپىي ۋەقەنىڭ بىر قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىش ـ بەرمەسلىكى تاسادىپىي بولسىمۇ، بىراق، تاسادىپىيلىق يەنە قانۇنىيەتنىمۇ ئۆز ئىچىگە ئالغان بولىدۇ. تاسادىپىيلىق ئۆز ئىچىگە ئالغان بۇ خىل قانۇنىيەتنى بىلىۋالساق، تاسادىپىي ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنى بىرقەدەر توغرا مۆلچەرلىيەلەيمىز. مەسىلەن، ئىككى دانە مېتال پۇلنى ئۇدا 100 قېتىم تاشلاش تەجرىبىسىنى ئىشلىگەندە، شۇنى ئالدىن مۆلچەرلەشكە بولىدۇكى، «ھەر ئىككىسى ئوڭ چۈشۈش» تەخمىنەن 25 قېتىم، «ھەر ئىككىسى تەتۈر چۈشۈش» تەخمىنەن 25 قېتىم، «بىرى ئوڭ، يەنە بىرى تەتۈر چۈشۈش» تەخمىنەن 50 قېتىم كۆرۈلىدۇ؛ «بىرى ئوڭ، بىرى تەتۈر چۈشۈش» نىڭ كۆرۈلۈش پۇرسىتى «ھەر ئىككىسى ئوڭ چۈشۈش» ياكى «ھەر ئىككىسى تەتۈر چۈشۈش» نىڭ كۆرۈلۈش پۇرسىتىدىن چوڭ بولىدۇ.

مۇلاھىزە؟

ئەگەر مەلۇم خىل لاتارىيە بېلىتىنىڭ مۇكاپات چىقىش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{1000}$ بولسا، ئۇ ھالدا 1000 دانە مۇشۇخىل لاتارىيە بېلىتى سېتىۋالغاندا چوقۇم مۇكاپات چىقامدۇ (بۇ لاتارىيە بېلىتىنىڭ سانى يېتەرلىك دەپ پەرەز قىلايلى)؟

بەزى ساۋاقداشلار مۇكاپات چىقىش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{1000}$ بولغانلىقتىن، 1000 دانە لاتارىيە بېلىتى سېتىۋالغاندا چوقۇم مۇكاپات چىقىدۇ دەپ قارىشى مۇمكىن. بىراق بۇ خىل قاراش توغرا ئەمەس.

ئەمەلىيەتتە، 1000 دانە لاتارىيە بېلىتى سېتىۋېلىش دېگەنلىك 1000 قېتىم تەجرىبە ئىشلىگەنلىككە باراۋەر كېلىدۇ، ھەر قېتىملىق تەجرىبىنىڭ نەتىجىسى تاسادىپىي بولغانلىقتىن، 1000 قېتىملىق تەجرىبىنىڭ نەتىجىلىرىمۇ تاسادىپىي بولىدۇ، يەنى ھەربىر دانە لاتارىيە بېلىتى سېتىۋالغاندا مۇكاپات چىقىشىمۇ مۇمكىن، مۇكاپات چىقماسلىقىمۇ مۇمكىن. شۇڭا، 1000 دانە لاتارىيە بېلىتى سېتىۋالغاندا بىرەرسىمۇ مۇكاپات چىقماسلىقى مۇمكىن، شۇنداقلا بىر دانىسىدا، ئىككى دانىسىدا، ... مۇكاپات چىقىپ قېلىشىمۇ مۇمكىن.

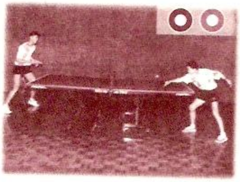
ئۆزۈڭلار چوڭ ـ كىچىكلىكى ئوخشاش بولغان توققۇز دانە ئاق تىكتاك توپ ۋە 1 دانە سېرىق تىكتاك توپنى 1 خالتىغا سېلىپ، ھەر قېتىمدا 1 دانە تىكتاك توپنى ئالغاندىن كېيىن ئۇنى يەنە خالتىغا قايتۇرۇڭلار. مۇشۇنداق جەمئىي 10 قېتىم ئېلىپ، چوقۇم كەم دېگەندە بىر قېتىمدا سېرىق تىكتاك توپنى ئېلىشقا بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىنى كۆزىتىڭلار.

ئەمەلىيەتتە، 1000 دانە لاتارىيە بېلىتى سېتىۋالغاندا مۇكاپات چىقىش ئېھتىماللىقى تەخمىنەن 0.632 بولىدۇ، ئەمما بىرەرسىمۇ مۇكاپات چىقماسلىقىمۇ مۇمكىن، ئۇنىڭ ئېھتىماللىقى تەخمىنەن 0.368 بولىدۇ.

گەرچە مۇكاپات چىقىدىغان بېلەت سانى تاسادىپىي بولسىمۇ، بىراق بۇ خىل تاسادىپىيلىق ئىچىدە قانۇنىيەت بار بولىدۇ. تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىپ بېرىشىغا ئەگىشىپ، يەنى سېتىۋالغان لاتارىيە بېلىتى سانىنىڭ ئېشىپ بېرىشىغا ئەگىشىپ، مۇكاپات چىقىدىغان بېلەتنىڭ ئىگىلىگەن نىسبىتى $\frac{1}{1000}$ گە بارغانسېرى يېقىنلىشىشى مۇمكىن.

2. ئويۇننىڭ ئادىللىقى

بىر مەيدان تىكتاك توپ مۇسابىقىسىدە ئالدى بىلەن كىمنىڭ ئاۋۋال توپ باشلايدىغانلىقىنى بەلگىلەشكە توغرا كېلىدۇ. سىز رېپېرىنىڭ توپ باشلاش ھوقۇقىنى قانداق بەلگىلەيدىغانلىقىغا دىققەت قىلىپ باققانمۇ؟



تۆۋەندىكىسى دائىم دېگۈدەك قوللىنىلىدىغان بىر خىل ئۇسۇل: رېپېرى چوڭراق مېتال پۇلغا ئوخشىشىپ كېتىدىغان بىر يۈزى قىزىل، بىر يۈزى يېشىل رەڭلىك تەكشى سۇلياۋ تاختىنى ئېلىپ، ئاندىن خالىغان بىر تەنھەرىكەتچىدىن بۇ تاختىنى تىكتاك توپ ئۈستىلىگە تاشلىغاندا قىزىل يۈزىنىڭ ياكى يېشىل يۈزىنىڭ يۇقىرىغا قاراپ چۈشۈشىنى پەرەز قىلىشنى تەلەپ قىلىدۇ. ئەگەر بۇ تەنھەرىكەتچىنىڭ پەرىزى توغرا بولۇپ چىقسا، ئۇ ئاۋۋال توپ باشلايدۇ، ئەكسىچە بولسا قارشى تەرەپ توپ باشلايدۇ. رېپېرى نېمە ئۈچۈن بۇنداق قىلىدۇ؟

بۇنداق قىلغاندا ئىش ئادىل بولىدۇ، بۇ ئۇسۇل ئارقىلىق ئىككى تەنھەرىكەتچىنىڭ ئاۋۋال توپ باشلاش پۇرسىتىنىڭ مۇمكىنچىلىكىنى تەڭ قىلىشقا بولىدۇ. ئېھتىماللىق تىلى بىلەن ئېيتقاندا، ئىككى تەنھەرىكەتچىنىڭ توپ باشلاش ھوقۇقىغا ئىگە بولۇش ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا 0.5 بولىدۇ. بۇنىڭ سەۋەبى شۇكى، دۈگىلەك تاختا يۇقىرىغا تاشلانغاندىن كېيىن، قىزىل يۈزىنىڭ يۇقىرىغا قاراپ چۈشۈشى بىلەن يېشىل يۈزىنىڭ يۇقىرىغا قاراپ چۈشۈشىنىڭ ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا 0.5 بولۇپ، خالىغان بىر تەنھەرىكەتچىنىڭ

توغرا پەرەز قىلىشنىڭ ئېھتىماللىقى 0.5، يەنى ھەربىر تەنھەرىكەتچىنىڭ توپ باشلاش ھوقۇقىغا ئىگە بو ـ لۇش ئېھتىماللىقى 0.5 بولىدۇ، شۇنىڭ ئۈچۈن، رېپىرىنىڭ بۇ قائىدىنى قوللىنىشى ئادىل بولىدۇ.

ئىزدىنىش

مەلۇم ئوتتۇرا مەكتەپنىڭ تولۇق ئوتتۇرا بىرىنچى يىللىقىدا 12 سىنىپ بار، ئۇلارنىڭ ئىچىدىن 2 سىنىپنى تاللاپ مەكتەپكە ۋاكالىتەن مەلۇم بىر پائالىيەتكە قاتناشتۇرماقچى. مەلۇم سەۋەب تۈپەيلىدىن، 1 ـ سىنىپنى چوقۇم قاتناشتۇرۇپ، يەنە بىرنى 2 ~ 12 ـ سىنىپلار ئىچىدىن تاللاش كېرەك. بەزىلەر ئىككى شەشخالنى تاشلاپ، چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى قانچە بولسا، شۇنچىنچى سىنىپ تاللانسا بولىدۇ دېگەن تەكلىپنى بەردى. سىزنىڭچە بۇ خىل ئۇسۇل ئادىلمۇ؟

	1 چېكىت	2 چېكىت	3 چېكىت	4 چېكىت	5 چېكىت	6 چېكىت
1 چېكىت	2	3	4	5	6	7
2 چېكىت	3	4	5	6	7	8
3 چېكىت	4	5	6	7	8	9
4 چېكىت	5	6	7	8	9	10
5 چېكىت	6	7	8	9	10	11
6 چېكىت	7	8	9	10	11	12

ئىككى شەشخالنىڭ چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى

3. تەدبىر بەلگىلەشتىكى ئېھتىماللىق ئىدىيىسى

مۇلاھىزە

ئەگەر بىر دانە شەشخالنى ئۇدا 10 قېتىم تاشلىغاندا ھەممىسىدىلا 1 چېكىت چۈشسە، سىزنىڭچە بۇ شەشخالنىڭ سۈپىتى تەكشىمۇ؟ نېمە ئۈچۈن؟

بۇ مەسىلىگە يۇقىرىدا ئۆگىنىپ ئۆتكەن ئېھتىماللىق بىلىملىرىدىن پايدىلىنىپ ھۆكۈم قىلالايمىز. ئەگەر شەشخالنىڭ سۈپىتى تەكشى بولسا، تەجرىبە قىلىش ۋە كۆزىتىش ئارقىلىق شەشخالنىڭ ھەر قايسى ياقلىرىنىڭ چۈشۈش مۇمكىنچىلىكى ئوخشاشلا $\frac{1}{6}$ بولىدىغانلىقىنى بايقىيالايمىز، ھالبۇكى، ئۇدا 10 قېتىم 1 چېكىت چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى تەخمىنەن 0.000 000 016 538 بولۇپ، ئۇنىڭ بىر قېتىملىق تەجرىبىدە (يەنى بىر شەشخالنى ئۇدا 10 قېتىم تاشلىغاندا) يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس دېيەرلىكلا بولىدۇ❶. لېكىن، شەشخالنىڭ سۈپىتى تەكشى بولمىغان، بولۇپمۇ 6 چېكىت بار يېقى ئېغىرراق بولغاندا (مەسىلەن، قوغۇشۇن ياكى سىماب قۇيۇلغان بولسا)، 1 چېكىت

❶ بىر قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس دېيەرلىكلا بولغان ۋەقە ئېھتىماللىقى كىچىك ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ.

چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى ئەڭ چوڭ بولىدۇ ـ دە، ئۇدا 10 قېتىم 1 چېكىت چۈشۈشنىڭ مۇمكىنچىلىكىمۇ ئەلۋەتتە چوڭ بولىدۇ.

ھازىر بىز مۇمكىن بولغان ئىككى خىل ئەھۋالغا دۇچ كەلدۇق: بىر خىلى، بۇ شىشىخالنىڭ سۈپىتى تەكشى، يەنە بىر خىلى، بۇ شىشىخالنىڭ سۈپىتى تەكشى ئەمەس. ئەگەر بۇ شىشىخالنى ئۇدا 10 قېتىم تاشلىغاندا ھەممىسىدىلا 1 چېكىت چۈشسە، ئۇ ھالدا بىز ئىككىنچى خىل ئەھۋالنى، يەنى بۇ شىشىخالنىڭ 6 چېكىتى بار يېقى ئېغىرراق ئىكەن دېگەن ئەھۋالنى قوبۇل قىلىشقا تېخىمۇ مايىل بولىمىز. چۈنكى، بۇنداق ئەھۋالدا 10 قېتىمنىڭ ھەممىسىدىلا 1 چېكىت چۈشۈشنىڭ مۇمكىنچىلىكى تېخىمۇ چوڭ بولىدۇ.

ئەگەر بىز كۆپ جاۋاب ئىچىدىن توغرا جاۋابنى تاللاشتىن ئىبارەت تەدبىر بەلگىلەش ۋەزىپىسىگە دۇچ كەلسەك، ئۇ ھالدا «ئەۋرىشكىنىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكىنى ئەڭ چوڭ قىلىش» نى تەدبىر بەلگىلەشنىڭ ئۆلچىمى قىلىۋالساق بولىدۇ. مەسىلەن، يۇقىرىقى مۇلاھىزە سوئالىدا بىز دەل مۇشۇ ئۆلچەم بويىچە ھۆكۈم چىقاردۇق. مەسىلىلەرگە ھۆكۈم قىلىشتىكى بۇ خىل ئۇسۇل **ماكسىمۇم ئوخشاشلىق ئۇسۇلى** دەپ ئاتىلىدۇ. ماكسىمۇم ئوخشاشلىق ئۇسۇلى ستاتىستىكىدىكى مۇھىم ستاتىستىكا ئىدىيە ـ ئۇسۇللىرىنىڭ بىرى ھېسابلىنىدۇ.

4. ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇمات بېرىشنىڭ ئېھتىماللىق چۈشەندۈرۈلۈشى

مۇلاھىزە؟

مەلۇم رايوندىكى ھاۋا رايى ئىدارىسى ئەتە بۇ رايوندا يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقى 70% بولىدۇ دەپ ئالدىن مەلۇمات بەردى. سىزنىڭچە تۆۋەندىكى ئىككى خىل چۈشەندۈرۈشنىڭ قايسىسى ھاۋا رايى ئىدارىسىنىڭ كۆزقارىشىغا ۋەكىللىك قىلالايدۇ؟

(1) ئەتە بۇ رايوننىڭ 70% دائىرىسىدە يامغۇر ياغىدۇ، 30% دائىرىسىدە يامغۇر ياغمايدۇ؛

(2) ئەتە بۇ رايوندا يامغۇر يېغىش پۇرسىتى 70% بولىدۇ.

ھاۋا رايىدىن ئالدىن بېرىلگەن مەلۇمات ھاۋا رايى مۇتەخەسسىسلىرىنىڭ كۆزىتىش ئارقىلىق ئىگە بولغان ھاۋا رايى ماتېرىياللىرىغا ۋە مۇتەخەسسىسلەرنىڭ ئەمەلىي تەجرىبىلىرىگە ئاساسەن، تەھلىل قىلىش ۋە پەرەز قىلىش ئارقىلىق كەلتۈرۈپ چىقىرىلىدۇ.

روشەنكى، (1) توغرا ئەمەس، چۈنكى ئېھتىماللىقى 70% دېگەنلىك 70% دائىرىدە يامغۇر يېغىش دېگەنلىكنى ئەمەس، بەلكى يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقىنى كۆرسىتىدۇ، شۇڭا توغرا جاۋاب (2) بولىدۇ.

تۇرمۇشىمىزدا، بىز دائىم تۆۋەندىكىدەك پاراڭلارنى ئاڭلايمىز: «ھاۋا رايىدىن ئالدىن بېرىلگەن مەلۇماتتا تۈنۈگۈنكى كۈندە يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقى 90% دېيىلگەن، لېكىن ئەمەلىيەتتە ئازراقمۇ يامغۇر ياغمىدى، ھاۋا رايىدىن ئالدىن بېرىلگەن مەلۇمات پەقەتلا توغرا بولمىدى.» ئېھتىماللىققا ئائىت بىلىملەرنى ئۆگەنگەندىن كېيىن، سىز بۇنىڭغا قارىتا چۈشەندۈرۈش بېرەلەمسىز؟

ھاۋا رايىدىن ئالدىن بېرىلگەن مەلۇماتتىكى «يامغۇر يېغىش» بىر تاسادىپىي ۋەقە، «ئېھتىماللىقى 90%» دېگەنلىك «يامغۇر يېغىش» تىن ئىبارەت بۇ تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى كۆرسىتىدۇ. بىزگە مەلۇمكى، بىر قېتىملىق تەجرىبىدە، ئېھتىماللىقى 90% بولغان ۋەقەنىڭمۇ يۈز بەرمەسلىك مۇمكىنچىلىكى بار. شۇڭا، «تۈنۈگۈن يامغۇر ياغمىدى» دېگەنلىك «تۈنۈگۈنكى كۈندە يامغۇر يېغىش

ئېھتىماللىقى 90% » دەپ بېرىلگەن ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇماتنىڭ خاتا ئىكەنلىكىنى چۈشۈندۈرمەيدۇ.

تەكرارلىق بىلەن ئېھتىماللىقنىڭ مۇناسىۋىتىگە ئاساسەن، كۆزىتىش ۋە سانلىق مەلۇماتلارنى يىغىش ئارقىلىق ھاۋا رايى ئىدارىسى چىقارغان «يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقى 90%» دېگەن ئالدىن مەلۇماتنىڭ توغرا ـ خاتالىقىغا ھۆكۈم قىلالامسىز؟

5. تەجرىبە ۋە بايقاش

ئاۋسترىيىلىك ئىرسىيەتشۇناس مېندېل 1856 ـ يىلىدىن باشلاپ كۆكپۇرچاقنى تەجرىبە قىلغان، بۇ تەجرىبە تەخمىنەن 7 ~ 8 يىل داۋاملاشقان. ئۇ سېرىق كۆكپۇرچاق بىلەن يېشىل كۆكپۇرچاقنى شالغۇتلاشتۇرۇپ تېرىپ، بىرىنچى يىلى پۈتۈنلەي سېرىق كۆكپۇرچاق يىغىۋالغان. ئىككىنچى يىلى، ئۇ بىرىنچى يىلى يىغىۋالغان سېرىق كۆكپۇرچاقلارنى قايتا تېرىپ ھەم سېرىق كۆكپۇرچاق، ھەم يېشىل كۆكپۇرچاق يىغىۋالغان. ئۇ يەنە يۇمىلاق كۆكپۇرچاق بىلەن پۈرۈلمە پوستلۇق كۆكپۇرچاقنى شالغۇتلاشتۇرۇپ تېرىپ، بىرىنچى يىلى پۈتۈنلەي يۇمىلاق كۆكپۇرچاق يىغىۋالغان. ئىككىنچى يىلى ئۇ بۇ خىل شالغۇتلاشتۇرۇلغان يۇمىلاق كۆكپۇرچاقنى قايتا تېرىپ ھەم يۇمىلاق كۆكپۇرچاق، ھەم پۈرۈلمە پوستلۇق كۆكپۇرچاق يىغىۋالغان. شۇنىڭغا ئوخشاش، ئۇ ئۇزۇن غوللۇق كۆكپۇرچاق بىلەن قىسقا غوللۇق كۆكپۇرچاقنى شالغۇتلاشتۇرۇپ تېرىغاندا، بىرىنچى يىلى پۈتۈنلەيلا ئۇزۇن غوللۇق كۆكپۇرچاق ئۈنۈپ چىققان، قىسقا غوللۇقنىڭ ئالاھىدىلىكى تامامەن يوقىلىپ كەتكەن. ئۇ بۇ خىل شالغۇتلاشتۇرۇلغان ئۇزۇن غوللۇق كۆكپۇرچاقنى قايتا تېرىغاندا ھەم ئۇزۇن غوللۇق كۆكپۇرچاق، ھەم قىسقا غوللۇق كۆكپۇرچاق ئۈنۈپ چىققان. تەجرىبىنىڭ كونكرېت سانلىق مەلۇماتلىرى تۆۋەندىكىدەك:

مېندېل (Gregor Mendel، 1822 - 1884)، ئاۋسترىيىلىك ئىرسىيەتشۇناس. ھەممە ئېتىراپ قىلغان ئەنئەنىۋى ئىرسىيەتشۇناسلىقنىڭ پېشۋاسى، ئۇ 1865 ـ يىلى ئىرسىيەت قانۇنىيىتىنى بايقىغان.

3ـ3. جەدۋەل. كۆكپۇرچاقنى شالغۇتلاشتۇرۇپ تەجرىبە قىلغاندىكى ئىككىنچى ئەۋلاد نەتىجىسى

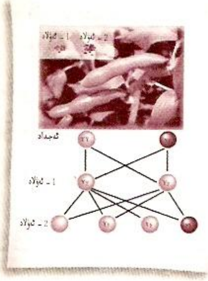
يوشۇرۇن : ئاشكارە	يوشۇرۇن		ئاشكارە		شەكلى
3.01 : 1	2001	يېشىل	6022	سېرىق	پەللە يوپۇرماقنىڭ رەڭگى
2.96 : 1	1850	پۈرۈلمە پوستلۇق	5474	يۇمىلاق	ئۇرۇقنىڭ شەكلى
2.84 : 1	277	قىسقا غوللۇق	787	ئۇزۇن غوللۇق	غولنىڭ ئېگىزلىكى

نېمە ئۈچۈن سىرتقى كۆرۈنۈشى پۈتۈنلەي ئوخشاش بولغان كۆكپۇرچاقتىن ئوخشاش بولمىغان ئەۋلادلار ئۈنۈپ چىقىدۇ؟ نېمە ئۈچۈن ھەر قېتىملىق تەجرىبە نەتىجىسىنىڭ نىسبىتى مۇقىم ھالدا 3:1 گە يېقىنلىشىدۇ؟ مېندېل بۇنىڭدا چوقۇم مەلۇم خىل ئىرسىيەت قانۇنىيىتى بار دەپ قاراپ، ئۇزاق مۇددەتلىك جاپالىق تەتقىق قىلىش ئارقىلىق بۇ خىل قانۇنىيەتنى ئاخىر تېپىپ چىقتى، بۇ بايقاش يېقىنقى زامان ئىرسىيەتشۇناسلىقى ئۈچۈن ئاساس ھازىرلاپ بەردى، مېندېل ئۆزىمۇ ئىرسىيەتشۇناسلىقنىڭ ئۇل سالغۇچىسى بولۇپ قالدى.

6. ئىرسىيەت مېخانىزمىدىكى ستاتىستىكا قانۇنىيىتى

مېندېل كۆكپۇرچاق تەجرىبىسىدىن بايقىغان ئىرسىيەت قانۇنىيىتى بىر خىل ستاتىستىكا قانۇنىيىتىدىن ئىبارەت، تۆۋەندە بۇ قانۇنىيەتنىڭ ئاددىي ئىزاھاتىنى ئوتتۇرىغا قويىمىز.

ساپ سېرىق ۋە ساپ يېشىل رەڭلىك كۆكپۇرچاقنىڭ ھەر ئىككىسىدە ئىككى خىل ئالاھىدىلىك بار (YY بەلگە ساپ سېرىق كۆكپۇرچاقنىڭ ئىككى ئالاھىدىلىكىگە، yy بەلگە ساپ يېشىل كۆكپۇرچاقنىڭ ئىككى ئالاھىدىلىكىگە ۋەكىللىك قىلىدۇ):



ساپ سېرىق كۆكپۇرچاق YY

ساپ يېشىل كۆكپۇرچاق yy

بۇ ئىككى خىل كۆكپۇرچاق شالغۇتلاشتۇرۇلغاندا، كېيىنكى ئەۋلاد ئاتا ئەجدادى ۋە ئانا ئەجدادىنىڭ ھەربىرىدىن تاسادىپىي ھالدا بىر ئالاھىدىلىكنى تاللىۋالىدۇ، شۇنىڭ بىلەن بىرىنچى يىلى يېتىشتۈرۈلگەن كۆكپۇرچاقنىڭ ئالاھىدىلىكى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

1 ـ ئەۋلاد (بىرىنچى يىلى يېتىشتۈرۈلگەن كۆكپۇرچاق) Yy

1 ـ ئەۋلاد شالغۇت كۆكپۇرچاقنى قايتا تېرىغاندا، كېيىنكى ئەۋلاد يەنىلا ئاتا ئەجدادى ۋە ئانا ئەجدادىنىڭ ھەربىرىدىن تاسادىپىي ھالدا بىر ئالاھىدىلىكنى تاللىۋالىدۇ، شۇڭا 2 ـ ئەۋلاد كۆكپۇرچاقنىڭ ئالاھىدىلىكى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

2 ـ ئەۋلاد (ئىككىنچى يىلى يېتىشتۈرۈلگەن كۆكپۇرچاق) yy ، Yy ، YY

بۇ يەردە، كۆكپۇرچاقنىڭ رەڭگىگە نىسبەتەن ئېيتقاندا، Y ئاشكارا فاكتور، y بولسا يوشۇرۇن فاكتور بولىدۇ. ئاشكارا فاكتور بىلەن يوشۇرۇن فاكتور بىرلەشكەندە، ئاشكارا فاكتورنىڭ ئالاھىدىلىكى نامايان بولىدۇ، يەنى YY ، Yy نىڭ ھەر ئىككىسى سېرىق رەڭدە بولىدۇ؛ ئىككى دانە يوشۇرۇن فاكتور بىرلەشكەندە ئاندىن يوشۇرۇن فاكتورنىڭ ئالاھىدىلىكى نامايان بولىدۇ، يەنى yy يېشىل رەڭدە بولىدۇ. 1 ـ ئەۋلادنىڭ ئىككى ئالاھىدىلىكى ئاتا ئەجدادى ۋە ئانا ئەجدادىنىڭ ھەربىرىدىن تاسادىپىي ھالدا تاللاپ ئېلىنىدىغانلىقتىن، 2 ـ ئەۋلادتا YY ، yy نىڭ كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا $\frac{1}{4}$ ، Yy نىڭ كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{2}$ بولىدۇ، شۇڭا:

سېرىق كۆكپۇرچاق (YY ، Yy) : يېشىل كۆكپۇرچاق (yy) ≈ 3 : 1.

بۇ، بىر دانە مېتال پۇلنى ئۇدا تاشلاش تەجرىبىسىدىكى ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى $\frac{1}{4}$ ، كەم دېگەندە بىر قېتىم ئوڭ چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى $\frac{3}{4}$ بولۇپ، كۆپ قېتىملىق تەجرىبىدە كەم دېگەندە بىر قېتىم ئوڭ چۈشۈش قېتىم سانى : ھەر ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش قېتىم سانى ≈ 3 : 1 بولغاندىكى بىلەن ئوخشاش بولىدۇ.

مەشىق

1. تور ياكى گېزىتتىن ئېھتىماللىق قوللىنىلىدىغان مىساللارنى تېپىڭ ھەمدە ئېھتىماللىقنىڭ قانداق قوللىنىلغانلىقىنى چۈشەندۈرۈڭ.

2. تىكتاك توپ مۇسابىقىسى، ۋالىبول مۇسابىقىسى قاتارلىقلاردا كىمنىڭ ئاۋۋال توپ باشلايدىغانلىقىنى رېپىرى يەنە قانداق ئۇسۇللارنى قوللىنىپ بەلگىلەيدۇ؟ بۇ ئۇسۇللار ئادىلمۇ؟

3. «بىر دانە شىشىخالنى بىر قېتىم تاشلىغاندا 2 چېكىت چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى $\frac{1}{6}$ بولغانلىقتىن، بۇ، 1 دانە شىشىخالنى 6 قېتىم تاشلىغاندا بىر قېتىم 2 چېكىت چۈشىدىغانلىقىنى چۈشەندۈرىدۇ»، بۇنداق دېيىش توغرىمۇ؟ سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈڭ.

3-1-3 ئېھتىماللىقنىڭ ئاساسىي خۇسۇسىيىتى

ئىزدىنىش

شىشقال تاشلاش تەجرىبىسىدە، نۇرغۇنلىغان ۋەقەلەرگە ئېنىقلىما بەرگىلى بولىدۇ. مەسىلەن:

$C_1 = \{$ 1 چېكىت چۈشۈش $\}$; $C_2 = \{$ 2 چېكىت چۈشۈش $\}$; $C_3 = \{$ 3 چېكىت چۈشۈش $\}$;

$C_4 = \{$ 4 چېكىت چۈشۈش $\}$; $C_5 = \{$ 5 چېكىت چۈشۈش $\}$; $C_6 = \{$ 6 چېكىت چۈشۈش $\}$;

$D_1 = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى 1 دىن چوڭ ئەمەس $\}$; $D_2 = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى 3 تىن چوڭ $\}$;

$D_3 = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى 5 تىن كىچىك $\}$; $E = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى 7 دىن كىچىك $\}$;

$F = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى 6 دىن چوڭ $\}$; $G = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى جۈپ سان $\}$;

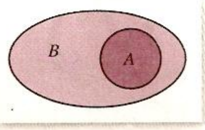
$H = \{$ چۈشكەن چېكىت سانى تاق سان $\}$

......

بۇ تەجرىبىدە كۆرۈلىدىغان باشقا ۋەقەلەرنى يېزىپ چىقالامسىز؟ توپلام بىلەن توپلام ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت ۋە توپلام ئۈستىدىكى ئەمەللەرگە سېلىشتۇرۇپ، ئۇلار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەت ۋە ئەمەللەرنى بايقىيالامسىز؟

1. ۋەقەلەرنىڭ مۇناسىۋىتى ۋە ۋەقە ئۈستىدە ئەمەللەر

(1) روشەنكى، ئەگەر C_1 ۋەقە يۈز بەرسە، ئۇ ھالدا H ۋەقەمۇ چوقۇم يۈز بېرىدۇ، بۇ چاغدا بىز H ۋەقە C_1 ۋەقەنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ دەيمىز ۋە ئۇنى $H \supseteq C_1$ قىلىپ يازىمىز.



1.1.3 ـ رەسىم

ئومۇمەن، A ۋەقە بىلەن B ۋەقەگە نىسبەتەن، ئەگەر A ۋەقە يۈز بەرگەندە B ۋەقە چوقۇم يۈز بەرسە، ئۇ ھالدا **B ۋەقە A ۋەقەنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ** (ياكى A ۋەقە B **ۋەقەنىڭ ئىچىدە**) دەيمىز ۋە ئۇنى $B \supseteq A$ (ياكى $A \subseteq B$) قىلىپ يازىمىز ھەمدە توپلامدىكىگە ئوخشاش 1.1.3 ـ رەسىمدىكىدەك ئىپادىلەيمىز. مۇمكىن ئەمەس ۋەقەنى $\varnothing$ قىلىپ يازىمىز، ھەرقانداق ۋەقە مۇمكىن ئەمەس ۋەقەنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ.

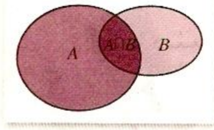
(2) ئەگەر C_1 ۋەقە يۈز بەرگەندە D_1 ۋەقەمۇ چوقۇم يۈز بەرسە ھەمدە ئەكسىچە بولغاندىمۇ يەنە شۇنداق بولسا، ئۇ ھالدا بۇ ئىككى ۋەقەنى ئۆزئارا تەڭ دەيمىز ۋە ئۇنى $C_1=D_1$ قىلىپ يازىمىز.

ئومۇمەن، ئەگەر $B \supseteq A$ ھەمدە $A \supseteq B$ بولسا، ئۇ ھالدا A ۋەقە بىلەن B ۋەقە ئۆزئارا تەڭ دەپ ئاتىلىدۇ ھەمدە $A=B$ قىلىپ يېزىلىدۇ.

(3) ئەگەر مەلۇم ۋەقە پەقەت ۋە پەقەت A ۋەقە يۈز بەرگەندە ياكى B ۋەقە يۈز بەرگەندە ئاندىن يۈز بەرسە، ئۇ ھالدا بۇ ۋەقە A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ **بىرىكمە ۋەقەسى** (ياكى **يىغىندى ۋەقەسى**) دەپ ئاتىلىدۇ ھەمدە $A \cup B$ (ياكى $A+B$) قىلىپ يېزىلىدۇ.

مەسىلەن، شەشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە، $C_1 \cup C_5$ ۋەقە 1 چېكىت ياكى 5 چېكىت چۈشىدىغان ۋەقەنى كۆرسىتىدۇ، يەنى $C_1 \cup C_5 = \{$ 1 چېكىت چۈشۈش ياكى 5 چېكىت چۈشۈش $\}$.

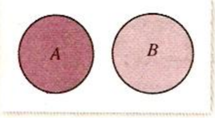
(4) مەلۇم ۋەقە پەقەت ۋە پەقەت A ۋەقە يۈز بەرگەندە ھەمدە B ۋەقە يۈز بەرگەندە ئاندىن يۈز بەرسە، ئۇ ھالدا بۇ ۋەقە A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ **كېسىشمە ۋەقەسى** (ياكى **كۆپەيتمە ۋەقەسى**) دەپ ئاتىلىدۇ ھەمدە $A \cap B$ (ياكى AB) قىلىپ يېزىلىدۇ (2.1.3 ـ رەسىمدىكىدەك).



2.1.3 ـ رەسىم

مەسىلەن، شەشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە $D_2 \cap D_3 = C_4$.

(5) ئەگەر $A \cap B$ مۇمكىن ئەمەس ۋەقە ($A \cap B = \varnothing$) بولسا، ئۇ ھالدا A ۋەقە بىلەن B ۋەقە **سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر** دەپ ئاتىلىدۇ، ئۇنىڭ مەنىسى مۇنداق: ھەرقانداق بىر قېتىملىق تەجرىبىدە A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ تەڭلا يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس (3.1.3 ـ رەسىمدىكىدەك).



3.1.3 ـ رەسىم

مەسىلەن، يۇقىرىقى تەجرىبىدىكى C_1 ۋەقە بىلەن C_2 ۋەقە سىغىشالمايدۇ، G ۋەقە بىلەن H ۋەقە سىغىشالمايدۇ.

(6) ئەگەر $A \cap B$ مۇمكىن ئەمەس ۋەقە، $A \cup B$ مۇقەررەر ۋەقە بولسا، ئۇھالدا A ۋەقە بىلەن B ۋەقە **قارىمۇقارشى ۋەقەلەر** دەپ ئاتىلىدۇ، ئۇنىڭ مەنىسى مۇنداق: ھەرقانداق بىر قېتىملىق تەجرىبىدە A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ پەقەت ۋە پەقەت بىرىلا يۈز بېرىدۇ.

مەسىلەن، شەشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە، $G \cap H$ مۇمكىن ئەمەس ۋەقە، $G \cup H$ مۇقەررەر ۋەقە، شۇڭا G ۋەقە بىلەن H ۋەقە قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ.

ئىزدىنىش

ۋەقەلەرنىڭ مۇناسىۋىتى ۋە ۋەقە ئۈستىدىكى ئەمەللەر توپلاملارنىڭ مۇناسىۋىتى ۋە توپلام ئۈستىدىكى ئەمەللەرگە ئوخشىشىپ كېتىدىغانلىقى ئۈچۈن، ئۇلار ئارىسىدا بىرگە بىر ماسلىق مۇناسىۋىتى ئورنىتىشقا بولىدۇ. مەسىلەن، A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ بىرىكمىسى ئىككى توپلامنىڭ بىرىكمىسى $A \cup B$ غا ماس كېلىدۇ، A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ كېسىشمىسى ئىككى توپلامنىڭ كېسىشمىسى $A \cap B$ غا ماس كېلىدۇ ... شۇڭا، ۋەقەگە توپلام نۇقتىسىدىن چۈشىنىپ قاراشقا بولىدۇ. قېنى، ۋەقە بىلەن توپلام ئارىسىدىكى باشقا ماسلىق مۇناسىۋەتلىرىنى ئۆزۈڭلار تېپىپ كۆرۈڭلار.

2. ئېھتىماللىقنىڭ بىرقانچە ئاساسىي خۇسۇسىيىتى

(1) ۋەقەنىڭ تەكرارلىنىش سانى ھامان تەجرىبە قېتىم سانىدىن كىچىك ياكى ئۇنىڭغا تەڭ بولىدىغانلىقتىن، تەكرارلىق چوقۇم $0 \sim 1$ ئارىلىقىدا بولۇپ، ھەرقانداق ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقمۇ $0 \sim 1$ ئارىلىقىدا بولىدۇ. يەنى:

$$\boxed{0 \leqslant P(A) \leqslant 1.}$$

(2) مۇقەررەر ۋەقە ھەر قېتىملىق تەجرىبىدە چوقۇم يۈز بېرىدىغانلىقى ئۈچۈن، ئۇنىڭ تەكرارلىقى 1 بولۇپ، مۇقەررەر ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىمۇ 1 بولىدۇ. مەسىلەن، شىشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە، چۈشىدىغان ئەڭ چوڭ چېكىت سانى 6 بولغانلىقتىن، $P(E)=1$ بولىدۇ.

(3) مۇمكىن ئەمەس ۋەقە ھەر قېتىملىق تەجرىبىدە چوقۇم يۈز بەرمەيدىغانلىقى ئۈچۈن، ئۇنىڭ تەكرارلىقى 0 بولۇپ، مۇمكىن ئەمەس ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىمۇ 0 بولىدۇ. مەسىلەن، شىشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە $P(F)=0$.

(4) A ۋەقە بىلەن B ۋەقە سىغىشالمىغاندا، $A \cup B$ يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى A ۋەقە يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى بىلەن B ۋەقە يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى يىغىندىسىغا تەڭ بولىدۇ ـ دە، بۇنىڭ بىلەن $A \cup B$ نىڭ تەكرارلىقى $f_n(A \cup B)=f_n(A)+f_n(B)$ بولىدۇ.

يۇقىرىقىغا ئاساسەن، **ئېھتىماللىقنىڭ قوشۇش فورمۇلىسىنى** كەلتۈرۈپ چىقىرالايمىز:

> ئەگەر A ۋەقە بىلەن B ۋەقە سىغىشالمىسا، ئۇ ھالدا:
> $$P(A \cup B)=P(A)+P(B).$$

مەسىلەن، شىشخال تاشلىغاندا، بىر قېتىملىق تەجرىبىدە C_1 ۋەقە بىلەن C_2 ۋەقەنىڭ تەڭلا يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس، شۇڭا $C_1 \cup C_2$ يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى C_1 يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى بىلەن C_2 يۈز بېرىشنىڭ تەكرارلىنىش سانى يىغىندىسىغا تەڭ بولۇپ، $P(C_1 \cup C_2)=P(C_1)+P(C_2)$ بولىدۇ.

(5) ئالاھىدە ئەھۋالدا، ئەگەر B ۋەقە بىلەن A ۋەقە قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولسا، ئۇ ھالدا $A \cup B$ مۇقەررەر ۋەقە بولۇپ، $P(A \cup B)=1$ بولىدۇ. ئاندىن قوشۇش فورمۇلىسىغا ئاساسەن $P(A)=1-P(B)$ نى كەلتۈرۈپ چىقىرىشقا بولىدۇ. مەسىلەن، شىشخال تاشلاش تەجرىبىسىدە، G بىلەن H قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولغانلىقتىن، $P(G)=1-P(H)$ بولىدۇ.

ئېھتىماللىققا دائىر ھېسابلاشلارنى ئېھتىماللىقنىڭ يۇقىرىدىكى خۇسۇسىيەتلىرىدىن پايدىلىنىپ ئاددىيلاشتۇرغىلى بولىدۇ.

مىسال. چوڭ ـ كىچىك شاھلارنى ئۆز ئىچىگە ئالمىغان 52 دانە قارتا ئىچىدىن بىر دانە قارتىنى تاسادىپىي ئالغاندا، تاپانى ئېلىش (A ۋەقە) ئېھتىماللىقى $\dfrac{1}{4}$، غىش (بوپ) نى ئېلىش (B ۋەقە) ئېھتىماللىقى $\dfrac{1}{4}$ بولىدۇ.

(1) قىزىل رەڭلىك قارتىنى ئېلىش (C ۋەقە) ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟

(2) قارا رەڭلىك قارتىنى ئېلىش (D ۋەقە) ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟

يېشىش: (1) $C=A \cup B$ ھەمدە A بىلەن B نىڭ تەڭلا يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس بولغانلىقتىن، A بىلەن B سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولىدۇ. ئېھتىماللىقنىڭ قوشۇش فورمۇلىسىغا ئاساسەن:

$$P(C)=P(A)+P(B)=\frac{1}{2}.$$

(2) C بىلەن D مۇ سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولۇپ، $C \cup D$ مۇقەررەر ۋەقە بولغانلىقتىن، C بىلەن D قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ. شۇڭا:

$$P(D) = 1 - P(C) = \frac{1}{2}.$$

مەشىق

1. بىر ئادەمنىڭ مەلۇم بىر مۇسابىقە (بۇ خىل مۇسابىقىدە «تەڭلىشىش» ئەھۋالى كۆرۈلمەيدۇ) دىكى ئۇتۇش ئېھتىماللىقى 0.3 بولسا، ئۇنىڭ ئۇتتۇرۇش ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟

2. مەلۇم مەكتەپتىن ئاددىي تاسادىپىي ئەۋرىشكە ئېلىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ 200 نەپەر ئوقۇغۇچىنى ئېلىپ تەكشۈرگەندە، ئۇلارنىڭ ئىچىدە كۆزەينەك تاقىغان ئوقۇغۇچىلار 123 نەپەر بولۇپ چىققان. ئەگەر بۇ مەكتەپتىن بىر ئوقۇغۇچىنى تاسادىپىي ئېلىپ تەكشۈرسەك، ئۇنىڭ كۆزەينەك تاقايدىغان بولۇپ چىقىش ئېھتىماللىقىنىڭ تەقرىبىي قىممىتى قانچە بولىدۇ؟

3. مەلۇم زاۋۇت توك تېجەش ئۇچۇن ھەر كۈنلۈك توك ئىشلىتىش مىقدارى كۆرسەتكۈچىنى 1000 كىلوۋات سائەت قىلىپ بەلگىلىمەكچى بولدى. ئالدىنقى ئايدىكى توك ئىشلىتىش خاتىرىسىگە ئاساسلانغاندا، 30 كۈن ئىچىدە 12 كۈندىكى توك ئىشلىتىش مىقدارى كۆرسەتكۈچتىن ئېشىپ كەتكەن، ئەگەر ئىككىنچى ئايدا بۇ توك تېجەش بەلگىلىمىسى يەنىلا كونكرېت يولغا قويۇلمىغان بولسا، بۇ ئاينىڭ بىرىنچى كۈنىدە توك ئىشلىتىش مىقدارىنىڭ كۆرسەتكۈچتىن ئېشىپ كېتىش ئېھتىماللىقىنىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى تېپىڭ.

4. بىر ئادەم ئۇدا ئىككى قېتىم قارىغا ئاتقان بولسا، «كەم دېگەندە بىر قېتىم قارىغا تەگكۈزۈش» دېگەن بۇ ۋەقە بىلەن سىغىشالمايدىغان ۋەقە (　) بولىدۇ.

(A) كۆپ بولغاندا بىر قېتىم قارىغا تەگكۈزۈش　　(B) ھەر ئىككى قېتىمدا قارىغا تەگكۈزۈش

(C) پەقەت بىر قېتىمدىلا قارىغا تەگكۈزۈش　　(D) ھەر ئىككى قېتىمدا قارىغا تەگكۈزۈلمەسلىك

5. قىزىل، كۆك، قارا، ئاق رەڭلىك 4 دانە كارتىنى تاسادىپىي ھالدا «ئا»، «ب»، «س»، «د» 4 ئادەمنىڭ ھەربىرىگە بىردىن تارقىتىپ بەرگەندە، «ئا» ئادەمگە قىزىل كارتا تېگىدۇ» دېگەن ۋەقە بىلەن «ب» ئادەمگە قىزىل كارتا تېگىدۇ» دېگەن ۋەقە (　).

(A) قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ　　(B) سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولىدۇ، ئەمما قارىمۇقارشى ۋەقەلەر ئەمەس

(C) مۇمكىن ئەمەس ۋەقە بولىدۇ　　(D) يۇقىرىقىلارنىڭ ھەممىسى خاتا

ئوقۇش ۋە مۇلاھىزە

ھاۋا رايى ئۆزگىرىشى بىلەن تونۇشۇش جەريانى

ئىنسانلار تەبىئەت بىلەن ماسلىشىپ ياشاش جەريانىدا، كۆپ ھاللاردا ئۆزلىرىنىڭ ياشىشىغا تەسىر يەتكۈزىدىغان خىلمۇخىل ھاۋا رايى ئۆزگىرىشلىرىگە دۇچ كېلىدۇ. كىشىلەرنىڭ بۇ خىل تاسادىپىي ھادىسىگە بولغان تونۇشى ئىلاھلاشتۇرۇش، تەجرىبىلەر ئاساسىدا ئالدىن مەلۇمات بېرىش، ھازىرقى زامان پەن - تېخنىكىسىدىن پايدىلىنىپ ئالدىن مەلۇمات بېرىش قاتارلىق باسقۇچلارنى بېشىدىن ئۆتكۈزدى.

قەدىمكى دەۋردە، ئىنسانلار ئۆزلىرىنى ئىدارە قىلىۋالغان تەبىئەتكە قارىتا ئىلمىي تونۇشقا

ئىگە بولالمىغانلىقى ئۈچۈن، ھاۋا رايىنىڭ ئۆزگىرىشىنى ئىلاھ بەلگىلەيدۇ دەپ قارىغان. جۇڭگو ئەل ئىچىدە شامال چىقىش، يامغۇر يېغىش، گۈلدۈرماما، چاقماق چېقىش قاتارلىقلارنى ئاسمان ئىلاھى، گۈلدۈرماما ئىلاھى، شامال ئىلاھى، يامغۇر ئىلاھى، سۇ ئىلاھى قاتارلىقلار بەلگىلەيدۇ دەيدىغان قاراش بار. ئەجدادلىرىمىز ئاب - ھاۋانىڭ ياخشى بولۇشىنى تىلەش ئۈچۈن، ھەر خىل چارىلەرنى قوللىنىپ ئىلاھلاردىن ياردەم سورىغان. ھازىرقى قاراش بىلەن ئېيتقاندا، يامغۇر تىلەش پائالىيەتلىرى نادانلىق ۋە خۇراپىيلىقتىن كېلىپ چىققان بولسىمۇ، ئەمما ئۇنىڭ ئىنسانلارنىڭ تەبىئەت ئالدىدا ئامالسىز قالغاندا قىلغان ئىشى ئىكەنلىكىنى چۈشىنىشكە بولىدۇ. ئىنسانلارنىڭ تەبىئەتنىڭ ئىدارە قىلىشىغا تەن بەرمەيدىغان قەيسەر تەبىئىتى ئۇلارنىڭ تەبىئەتنى بىلىش ۋە ئۇنى ئۆزگەرتىشىدىكى ھەرىكەتلەندۈرگۈچ كۈچتۇر.

ئىنسانلار ھاۋا رايى ئۆزگىرىشىگە نىسبەتەن ئۇزاق بىلىش جەريانىنى بېشىدىن ئۆتكۈزۈپ، مول ھاۋا رايى تەجرىبىلىرىنى توپلىغان. بۇ تەجرىبىلەرگە ئىگە بولۇشتا مەقسەتلىك ياكى مەقسەتسىز ھالدا ئېھتىماللىق ۋە ستاتىستىكا بىلىملىرى قوللىنىلغان. ئۇزاق يىللاردىن بۇيان، ئېلىمىز ئەمگەكچى خەلقى ئىشلەپچىقىرىش ئەمەلىيىتى جەريانىدا بۇلۇتنىڭ شەكلى، يۆنىلىشى، يۆتكىلىش تېزلىكى، قېلىنلىقى، رەڭگى قاتارلىق جەھەتلەردىكى ئۆزگىرىشلىرىگە ئاساسەن، «بۇلۇتقا قاراپ ھاۋا رايىغا ھۆكۈم قىلىش» توغرىسىدا مول تەجرىبىلەرنى يىغىنچاقلاپ چىققان ھەمدە بۇ تەجرىبىلەرگە ئاساسەن «بورانىنىڭ كەينى يامغۇر»، «پارچە بۇلۇتتىن يامغۇر كۈتمە»، «بۇلۇتلار كىرىشىپ كەتسە، شارقىراپ يامغۇر ياغار» ... دېگەندەك ماقال - تەمسىللەرنى تۈزۈپ چىققان. ئۈچ پادىشاھلىق دەۋرىدە، جۇگېلياڭ ئۆزىنىڭ مول ھاۋا رايى تەجرىبىلىرىدىن پايدىلىنىپ، دەريانى تۇمان قاپلايدىغانلىقىنى ئۈچ كۈن بۇرۇن توغرا مۆلچەرلىگەن ھەمدە تۇماندىن پايدىلىنىپ، ھېچقانداق كۈچ سەرپ قىلمايلا «پاخال كېمە بىلەن ئوقيا ئۆتنە ئېلىش»نى ئىشقا ئاشۇرۇپ، كىشىلەرنى ھەيرەتتە قالدۇرغان.

يېقىنقى زامان ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇمات بېرىش ئىشلىرى 100 يىلدىن ئارتۇق تارىخقا ئىگە، ئۇ دۇنيانىڭ ھەرقايسى جايلىرىدىكى ھاۋا رايى كۆزىتىش ئىستانسىلىرىنىڭ كۆزىتىش سانلىق مەلۇماتلىرىنى ستاتىستىكىلاش ۋە تەھلىل قىلىش ئاساسىدا بەرپا قىلىنغان. تېلېگراف ۋە ئىنتېرنېت تورى بارلىققا كەلگەندىن كېيىن، ھەرقايسى جايلاردا بىرلا ۋاقىتتا كۆزىتىلگەن ھاۋا رايى مەلۇماتلىرى ھەرقايسى دۆلەتلەرنىڭ ھاۋا رايى مەركىزىگە دەل ۋاقتىدا مەلۇم قىلىنىدۇ. بۇ ھاۋا رايى مەلۇماتلىرىغا ئاساسەن، كەلگۈسى بىر مەزگىلدىكى ھاۋا بېسىمى، تېمپېراتۇرا، نەملىك، شامال كۈچى قاتارلىقلارنىڭ تارقىلىش ئەھۋالىنى دىنامىكا تەڭلىمىلىرىدىن پايدىلىنىپ ئېنىقلاپ، شۇ ئارقىلىق ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇمات بەرگىلى بولىدۇ، بۇ دىنامىكىلىق ئالدىن مەلۇمات بېرىش دەپ ئاتىلىدۇ. بىراق، ھاۋا رايىغا تەسىر كۆرسىتىدىغان ئامىللار كۆپ خىل بولۇپ، نۆۋەتتىكى دىنامىكا تەڭلىمىسىدە پەقەت بىر قىسىم ئاساسلىق ئامىللارلا نەزەرگە ئېلىنغان، شۇڭا، چىقىرىلغان ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇماتتىمۇ بىرقەدەر چوڭ خاتالىق بولۇپ، ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇمات بېرىشتە ئۇنى بىۋاستە ئىشلىتىشكە بولمايدۇ.

ستاتىستىكىلىق ئالدىن مەلۇمات ئېھتىماللىق نەزەرىيىسىنى ئاساس قىلىدۇ، ئۇنىڭ ئاساسىي پىكىر يولى: ئالدىن مەلۇمات مىقدارى P بىلەن باشقا بىر قىسىم ھاۋا رايى ئامىللىرى (X_1، ⋯، X_n) ئۈستىدە ستاتىستىكىلىق تەھلىل ئېلىپ بېرىش ئارقىلىق رېگرېسسىيە تەڭلىمىسىنى تۈزۈپ چىقىپ، ستاتىستىكىلىق تەدبىرلەردىن پايدىلىنىپ ئالدىن مەلۇمات بېرىشتىن ئىبارەت. دىنامىكىلىق ئالدىن مەلۇمات بىلەن ستاتىستىكىلىق ئالدىن مەلۇماتنى بىرلەشتۈرۈش ئارقىلىق ئالدىن مەلۇماتنىڭ ئۈنۈمىنى يۇقىرى كۆتۈرگىلى بولىدۇ.

ھاۋا رايى تەتقىقاتىنىڭ چوڭقۇرلىشىشىغا ئەگىشىپ، كىشىلەرنىڭ ھاۋا رايى ئۆزگىرىشىگە تەسىر كۆرسىتىدىغان ئامىللارغا بولغان تونۇشى بارغانسېرى چوڭقۇرلىشىپ بارىدۇ - دە، ھاۋا رايىدىن ئالدىن مەلۇماتنىڭ توغرىلىق دەرىجىسىمۇ بارغانسېرى يۇقىرىلاپ بارىدۇ.

1.3 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. ئەگەر A بىلەن B سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولسا، ئۇ ھالدا (　).

(A) $P(A)+P(B)<1$　　(B) $P(\mathrm{A})+P(B)>1$　　(C) $\mathrm{P}(A)+P(B)=1$　　(D) $P(A)+PB\leqslant 1$

2. بىر تەجرىبىدە، 500 دانە دېڭىز چوشقىسىنىڭ تېنىگە بىر خىل قان زەردابى ئوكۇلى ئۇرۇلغان. ئوكۇل ئۇرۇلۇشتىن ئىلگىرى، بۇ دېڭىز چوشقىلىرىنىڭ 150 دانىسىدە پەقەت يۇمىلاق ھۇجەيرىلەر، 250 دانىسىدە پەقەت ئېللىپسوئىد شەكىللىك ھۇجەيرىلەر، 100 دانىسىدە پەقەت شەكلى تەرتىپسىز ھۇجەيرىلەر بار ئىدى. بۇ خىل قان زەردابى ئوكۇلى ئۇرۇلغاندىن كېيىن، تېنىدە يۇمىلاق ھۇجەيرىلەر بار دېڭىز چوشقىلىرىنىڭ بىرىمۇ يۇقۇملانمىغان، تېنىدە ئېللىپسوئىد شەكىللىك ھۇجەيرىلەر بار دېڭىز چوشقىلىرىنىڭ 50 دانىسى يۇقۇملانغان، تېنىدە شەكلى تەرتىپسىز ھۇجەيرىلەر بار دېڭىز چوشقىلىرىنىڭ ھەممىسى يۇقۇملانغان. تەجرىبە نەتىجىسىگە ئاساسەن، تېنىدە تۆۋەندىكى ھۇجەيرىلەر بار دېڭىز چوشقىلىرىنىڭ بۇ خىل قان زەردابىدىن يۇقۇملىنىش ئېھتىماللىقىنى مۆلچەرلەڭ:

(1) يۇمىلاق ھۇجەيرىلەر؛

(2) ئېللىپسوئىد شەكىللىك ھۇجەيرىلەر؛

(3) شەكلى تەرتىپسىز ھۇجەيرىلەر.

3. ئادىل مۇئەللىم مەلۇم ئۇنىۋېرسىتېتنىڭ ئىگىلىك باشقۇرۇش ئىنستىتۇتىدا ئالىي ماتېماتىكىدىن ئۇدا ئۈچ يىل دەرس ئۆتتى، جەدۋەلدە ئادىل مۇئەللىم بۇ دەرسنى ئۆتكەن مۇشۇ ئۈچ يىلدىكى ئىمتىھان نەتىجىلىرىنىڭ تارقىلىش ئەھۋالى بېرىلدى:

ئادەم سانى	نەتىجىسى (نومۇر)
43	90 دىن يۇقىرى
182	80 ~ 89
260	70 ~ 79
90	60 ~ 69
62	50 ~ 59
8	50 تىن تۆۋەن

ئىگىلىك باشقۇرۇش ئىنستىتۇتىنىڭ بىرىنچى يىللىقىدىكى ئوقۇغۇچى ئالىم كېيىنكى مەۋسۇمدا ئادىل مۇئەللىمنىڭ ئالىي ماتېماتىكا دەرسىنى ئاڭلىماقچى، ئۇنىڭ تۆۋەندىكىدەك نەتىجىلەرگە ئېرىشىشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى بېرىلگەن ئۇچۇرلاردىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەڭ:

(1) 90 نومۇردىن يۇقىرى؛　　(2) 60 ~ 69 نومۇر؛　　(3) 60 نومۇردىن يۇقىرى.

4. بىر ئىنگلىزچە كىتاب (رومان) نىڭ بىر بېتىنى تاسادىپىي ئېچىپ، بۇ بەتتىكى سوزۇق تاۋۇش ھەرپلىرىنىڭ سانى ۋە ھەرپلەرنىڭ ئومۇمىي سانىنى ساناپ چىقىڭ، ئاندىن سانلىق مەلۇماتلارنى تۆۋەندىكى جەدۋەلگە تولدۇرۇڭ:

سوزۇق تاۋۇش ھەرپلىرى	تەكرارلىنىش سانى	تەكرارلىق
A		
E		
I		
O		
U		
بۇ بەتتىكى ئومۇمىي ھەرپ سانى		

يەنە بىر بەتتىكى سوزۇق تاۋۇش ھەرپى «E» نىڭ سانىنى مۇشۇ تەكرارلىقتىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەپ، ئاندىن شۇ بەتتىكى سوزۇق تاۋۇش ھەرپى «E» نىڭ سانىنى ساناپ چىقىڭ. مۆلچەرلىگىنىڭىز ئەمەلىي سانغا يېقىن كەلدىمۇ؟

5. بىر ئادەم شەكلى تەرتىپسىز كەلگەن بەش يېقى بار بىر پارچە تاشنىڭ ھەربىر يېقىغا بەلگە قويۇپ، ئۇنى ئۇستەلگە 100 قېتىم تاشلىغان ھەمدە ھەربىر يېقىنىڭ ئۈستەل يۈزىگە چۈشكەن قېتىم سانىنى خاتىرىلىۋالغان (جەدۋەلدىكىدەك). ئەگەر بۇ ئادەم تاشنى يەنە بىر قېتىم تاشلىغان بولسا، تاشنىڭ 4 ـ يېقىنىڭ ئۈستەل يۈزىگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنىڭ قانچە بولىدىغانلىقىنى مۆلچەرلەڭ.

تاشنىڭ يېقى	1	2	3	4	5
تەكرارلىنىش سانى	32	18	15	13	22

6. بىر خالتىغا 9 دانە ئاق توپ، 1 دانە قىزىل توپ سېلىنىپ تەكشى ئارىلاشتۇرۇلدى:

(1) خالتىدىن ھەر قېتىمدا تاسادىپىي ھالدا بىر توپ ئېلىنىپ، ئۇنىڭ رەڭگى خاتىرىۋېلىنغاندىن كېيىن خالتىغا قايتۇرۇلدى؛

(2) ھەر قېتىمدا تاسادىپىي ھالدا بىر توپ ئېلىنىپ، خالتىغا قايتۇرۇلمىدى.

يۇقىرىقى ئىككى خىل ئەھۋال بويىچە ئايرىم ـ ئايرىم 10 قېتىم تەجرىبە ئىشلەپ، ھەربىر خىل ئەھۋالدا 4 ـ قېتىمدا قىزىل توپ ئېلىشنىڭ تەكرارلىقىنى تېپىڭ. بۇ ئىككى تەكرارلىقنىڭ پەرقى چوڭمۇ؟ بۇ ئىككى ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى ئوخشاشمۇ؟ 4 ـ قېتىمدا قىزىل توپ ئېلىش تەكرارلىقى بىلەن 1 ـ قېتىمدا قىزىل توپ ئېلىش تەكرارلىقىنىڭ پەرقى چوڭمۇ؟ سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈڭ.

B گۇرۇپپا

1. تۆۋەندىكى ئېيتىشلارنىڭ توغرا بولغىنى ( ).

(A) A، B ئىككى ۋەقە ئىچىدە كەم دېگەندە بىرىنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى چوقۇم A، B ئىككى ۋەقە ئىچىدە دەل بىرىنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىدىن چوڭ بولىدۇ؛

(B) A، B ئىككى ۋەقەنىڭ تەڭلا يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى چوقۇم A، B ئىككى ۋەقە ئىچىدە دەل بىرىنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىدىن كىچىك بولىدۇ؛

(C) سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر چوقۇم قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ، قارىمۇقارشى ۋەقەلەرنىڭ سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولۇشى ناتايىن؛

(D) سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەرنىڭ قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولۇشى ناتايىن، قارىمۇقارشى ۋەقەلەر چوقۇم سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولىدۇ.

2. ئەگەر $P(A \cup B)=P(A)+P(B)=1$ بولسا، ئۇ هالدا A ۋەقە بىلەن B ۋەقەنىڭ مۇناسىۋىتى (　).

(A) سىغىشالمايدۇ، ئەمما قارىمۇقارشى ۋەقەلەر ئەمەس؛

(B) قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ، ئەمما سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر ئەمەس؛

(C) هەم سىغىشالمايدۇ، هەم قارىمۇقارشى ۋەقەلەر بولىدۇ؛

(D) يۇقىرىدىكى جاۋابلارنىڭ هەممىسى خاتا.

3. سىنىپىڭىزدىكى بارلىق ساۋاقداشلارنىڭ تۇغۇلغان كۈنىنى ستاتىستىكىلاپ، سانلىق مەلۇماتلارنى جەدۋەلگە تولدۇرۇڭ:

ئاي	تەكرارلىنىش سانى	تەكرارلىق
1 ـ ئاي		
2 ـ ئاي		
3 ـ ئاي		
4 ـ ئاي		
5 ـ ئاي		
6 ـ ئاي		
7 ـ ئاي		
8 ـ ئاي		
9 ـ ئاي		
10 ـ ئاي		
11 ـ ئاي		
12 ـ ئاي		
جەمئىي		

(1) سىنىپىڭىزدىكى بارلىق ساۋاقداشلارنىڭ تۇغۇلغان كۈنىنىڭ هەربىر ئايدىكى تەكرارلىنىش سانى ئوخشاشمۇ؟

(2) پۈتۈن يىللىقتىكى بارلىق ساۋاقداشلارنىڭ تۇغۇلغان كۈنگە دائىر سانلىق مەلۇماتلارنى توپلاڭ، بىر ئادەمنىڭ هەربىر ئايدا تۇغۇلۇشىنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ دېگەن يەكۈننى كەلتۈرۈپ چىقىرالامسىز؟

2-3 كىلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى

بەزى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى تەجرىبە قىلىش ۋە كۆزىتىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلىيەلەيمىز. بىراق، بۇ خىل ئۇسۇلدا ۋاقىت بەك كۆپ كېتىدۇ ھەمدە كېلىپ چىقىدىغىنى پەقەت ئېھتىماللىقنىڭ تەقرىبىي قىممىتى بولىدۇ. بەزى ئالاھىدە ئەھۋاللاردا، بىز ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىنى ھېسابلاشقا بولىدىغان ئومۇمىي ئۇسۇلنى ھاسىل قىلالايمىز.

1-2-3 كىلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى

ئەمدى ۋەقەنىڭ تۈزۈلۈشىنى تەھلىل قىلايلى. بۇنىڭ ئۈچۈن، ئالدى بىلەن تۆۋەندىكىدەك ئىككى تەجرىبىنى كۆزىتىمىز:

(1) سۇپىتى تەكشى بولغان بىر مېتال پۇلنى تاشلاش تەجرىبىسى؛

(2) سۇپىتى تەكشى بولغان بىر شىشىخالنى تاشلاش تەجرىبىسى.

(1) تەجرىبىدە، «ئوڭ چۈشۈش» ياكى «تەتۈر چۈشۈش» تىن ئىبارەت ئىككىلا نەتىجە بولۇپ، ئۇلارنىڭ ھەر ئىككىسى تاسادىپىي ۋەقە بولىدۇ؛ (2) تەجرىبىدە، مۇمكىن بولغان بارلىق نەتىجىلەرنىڭ سانى پەقەت 6، يەنى «1 چېكىت چۈشۈش»، «2 چېكىت چۈشۈش»، «3 چېكىت چۈشۈش»، «4 چېكىت چۈشۈش»، «5 چېكىت چۈشۈش»، «6 چېكىت چۈشۈش» بولۇپ، ئۇلارمۇ تاسادىپىي ۋەقە بولىدۇ. بىز بۇ تۈردىكى تاسادىپىي ۋەقەلەرنى **ئاساسىي ۋەقە** (elementary event) دەپ ئاتايمىز.

ئاساسىي ۋەقە تۆۋەندىكىدەك ئالاھىدىلىكلەرگە ئىگە:

(1) ھەرقانداق ئىككى ئاساسىي ۋەقە سىغىشالمايدۇ؛

(2) ھەرقانداق ۋەقە (مۇمكىن ئەمەس ۋەقەدىن سىرت) نى ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ يىغىندىسى قىلىپ ئىپادىلەشكە بولىدۇ.

مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىدە، مۇقەررەر ۋەقە «ئوڭ چۈشۈش» ۋە «تەتۈر چۈشۈش» تىن ئىبارەت ئىككى ئاساسىي ۋەقەدىن تەركىب تاپىدۇ؛ شىشىخال تاشلاش تەجرىبىسىدە، «چۈشكەن چېكىت سانى جۈپ سان بولۇش» تىن ئىبارەت تاسادىپىي ۋەقە ئاساسىي ۋەقە «2 چېكىت چۈشۈش» «4 چېكىت چۈشۈش» ۋە «6 چېكىت چۈشۈش» تىن تەركىب تاپىدۇ.

1 ـ مىسال. d ،c ،b ،a ھەرپلەر ئىچىدىن ئوخشاش بولمىغان ئىككى ھەرپنى خالىغانچە ئېلىش تەجرىبىسىدە، قايسى ئاساسىي ۋەقەلەر بار؟

تەھلىل: ئاساسىي ۋەقەگە ئېرىشىش ئۈچۈن، بارلىق مۇمكىن بولغان نەتىجىلەرنى مەلۇم خىل تەرتىپ بويىچە تىزىپ چىقساق بولىدۇ.

يېشىش: تاپماقچى بولغان ئاساسىي ۋەقەدىن جەمئىي 6 سى بار.

$A=\{a, b\}$, $B=\{a, c\}$, $C=\{a, d\}$,
$D=\{b, c\}$, $E=\{b, d\}$,
$F=\{c, d\}$.

يۇقىرىدىكى تەجرىبە ۋە 1 ـ مىسالنىڭ ئورتاق ئالاھىدىلىكى:

(1) تەجرىبىدە كۆرۈلۈشى مۇمكىن بولغان بارلىق ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى چەكلىك؛

(2) ھەربىر ئاساسىي ۋەقەنىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ.

مۇشۇ ئىككى خىل ئالاھىدىلىككە ئىگە بولغان ئېھتىماللىق مودېلىنى **كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى** (classical models of probability) دەپ ئاتايمىز.

مۇلاھىزە ؟

كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىدا، ئاساسىي ۋەقەنىڭ كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟ تاسادىپىي ۋەقەنىڭ كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقىنى قانداق ھېسابلاش كېرەك؟

سۇپىتى تەكشى مېتال پۇلنى تاشلاش تەجرىبىسىدە، ئوڭ چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى بىلەن تەتۈر چۈشۈشنىڭ ئېھتىماللىقى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ، يەنى:

P(«ئوڭ چۈشۈش») = P(«تەتۈر چۈشۈش»).

ئېھتىماللىقنىڭ قوشۇش فورمۇلىسىغا ئاساسەن:

P(«ئوڭ چۈشۈش») + P(«تەتۈر چۈشۈش») = P(«مۇقەررەر ۋەقە») = 1.

شۇڭا:

P(«ئوڭ چۈشۈش») = P(«تەتۈر چۈشۈش») = $\frac{1}{2}$.

سۇپىتى تەكشى شىشىخالنى تاشلاش تەجرىبىسىدە، ھەرقايسى چېكىتلەرنىڭ كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ، يەنى:

P(«1 چېكىت چۈشۈش») = P(«2 چېكىت چۈشۈش») = P(«3 چېكىت چۈشۈش»)
= P(«4 چېكىت چۈشۈش») = P(«5 چېكىت چۈشۈش»)
= P(«6 چېكىت چۈشۈش»).

ئېھتىماللىقنىڭ قوشۇش فورمۇلىسىدىن تەكرار پايدىلانساق:

P(«1 چېكىت چۈشۈش») + P(«2 چېكىت چۈشۈش») + P(«3 چېكىت چۈشۈش») + P(«4 چېكىت چۈشۈش»)
+ P(«5 چېكىت چۈشۈش») + P(«6 چېكىت چۈشۈش»)
= P(مۇقەررەر ۋەقە) = 1.

شۇڭا:

P(«1 چېكىت چۈشۈش») = P(«2 چېكىت چۈشۈش») = P(«3 چېكىت چۈشۈش»)
= P(«4 چېكىت چۈشۈش») = P(«5 چېكىت چۈشۈش»)
= P(«6 چېكىت چۈشۈش») = $\frac{1}{6}$.

يەنىمۇ ئىلگىرىلىگەن ھالدا، بۇ تەجرىبىدىكى خالىغان بىر ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىنى قوشۇش فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلاپ چىقالايمىز، مەسىلەن:

P(«چۈشكەن چېكىت سانى جۈپ بولۇش») = P(«2 چېكىت چۈشۈش») + P(«4 چېكىت چۈشۈش»)
+ P(«6 چېكىت چۈشۈش»)

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2},$$

يەنى:

P(«چۈشكەن چېكىت سانى جۈپ بولۇش») = («چۈشكەن چېكىت سانى جۈپ بولۇش» ئۆز ئىچىگە ئالغان ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى) / (ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ ئومۇمىي سانى).

كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىغا نىسبەتەن، ھەرقانداق ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى:

$P(A)$ = (A ئۆز ئىچىگە ئالغان ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى) / (ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ ئومۇمىي سانى).

2 ـ مىسال. بىر جاۋابنى تاللاش سوئالى ئۆلچەملىك ئىمتىھاندا كۆپ قوللىنىلىدىغان سوئال تىپى، بۇنىڭدا ئادەتتە A، B، C، D تۆت تاللاش جاۋابى ئىچىدىن بىر توغرا جاۋاب تاللىنىدۇ. ئەگەر ئىمتىھان بەرگۈچى تەكشۈرۈلىدىغان مەزمۇنلارنى ئىگىلىۋالغان بولسا، ئۇ بىردىنبىر توغرا جاۋابنى تاللىيالايدۇ. ئەگەر ئۇ سوئالنى ئىشلىيەلمىسە، ئۇ ھالدا بىر جاۋابنى تاسادىپىي تاللايدۇ، ئۇنىڭ توغرا جاۋابنى تاسادىپىي تاللىيالىشىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

ئەگەر بىر جاۋابنى تاللاش تىپىدىكى 20 سوئال چىقىرىلىپ، بىر ئىمتىھان بەرگۈچى 17 سوئالغا توغرا جاۋاب بەرگەن بولسا، ئۇنىڭ تاسادىپىي تاللىغانلىقىنىڭ مۇمكىنچىلىكى چوڭمۇ ياكى بەلگىلىك بىلىملەرنى ئىگىلىۋالغانلىقىنىڭ مۇمكىنچىلىكى چوڭمۇ؟

يېشىش: تەجرىبىنىڭ A نى تاللاش، B نى تاللاش، C نى تاللاش، D نى تاللاشتىن ئىبارەت مۇمكىن بولغان 4 لا نەتىجىسى بار، يەنى تەجرىبىدە جەمئىي 4 ئاساسىي ۋەقە بولغانلىقتىن، بۇ مىسال كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىغا تەۋە مىسال بولىدۇ. ئىمتىھان بەرگۈچى بىر جاۋابنى تاسادىپىي تاللايدۇ دېگەنلىك A، B، C، D نىڭ تاللىنىش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ دېگەنلىكنى بىلدۈرىدۇ. كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق ھېسابلاش فورمۇلىسىغا ئاساسەن:

P(«توغرا جاۋاب بېرىش») = («توغرا جاۋاب بېرىش» ئۆز ئىچىگە ئالغان ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى) / 4 $=\frac{1}{4}=0.25.$

مۇلاھىزە

ئۆلچەملەشتۈرۈلگەن ئىمتىھاندا ھەم بىر جاۋابنى تاللاش سوئالى، ھەم كۆپ جاۋابنى تاللاش سوئالىمۇ بار بولۇپ، كۆپ جاۋابنى تاللاش سوئالىدا A، B، C، D تۆت جاۋاب ئىچىدىن بارلىق توغرا جاۋابلار تاللىنىدۇ. ساۋاقداشلار توغرا جاۋابنى بىلمىگەن ئەھۋالدا، كۆپ جاۋابنى تاللاش سوئالىنىڭ جاۋابىنى توغرا قىياس قىلىش تېخىمۇ تەس دەپ ھېس قىلىشى مۇمكىن، بۇ نېمە ئۈچۈن؟

3 ـ مىسال. ئىككى شىشخالنى تەڭلا تاشلىغاندا،

(1) جەمئىي قانچە خىل ئوخشاش بولمىغان نەتىجە بار؟

(2) يۇقىرىغا قاراپ چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 5 بولغان نەتىجىدىن قانچىسى بار؟

(3) يۇقىرىغا قاراپ چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 5 بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

يېشىش: (1) بىر شىشخالنى تاشلىغاندا جەمئىي 6 خىل نەتىجە بار بولىدۇ. ئىككى شىشخالنى پەرقلەندۈرۈش ئۈچۈن ئۇلارغا 1، 2 دەپ بەلگە قويۇۋالىمىز، 1 ـ نىچى نومۇرلۇق شىشخالنىڭ ھەربىر نەتىجىسى 2 ـ نىچى نومۇرلۇق شىشخالنىڭ خالىغان بىر نەتىجىسى بىلەن جۈپلىشىپ، ئىككى شىشخالنى تەڭلا تاشلىغاندىكى بىر نەتىجىنى تەشكىل قىلىدۇ، شۇڭا ئىككى شىشخالنى تەڭلا تاشلىغاندىكى نەتىجە جەمئىي 36 خىل بولىدۇ.

(2) يۇقىرىدىكى بارلىق نەتىجىلەر ئىچىدە، يۇقىرىغا قاراپ چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 5 بولغان نەتىجىلەر:

$$(1, 4),\quad (2, 3),\quad (3, 2),\quad (4, 1),$$

بۇنىڭدىكى بىرىنچى سان 1 ـ نىچى نومۇرلۇق شىشخالنىڭ نەتىجىسىنى، ئىككىنچى سان 2 ـ نىچى نومۇرلۇق شىشخالنىڭ نەتىجىسىنى ئىپادىلەيدۇ.

(3) بۇ 36 خىل نەتىجىنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولۇپ، ئۇنىڭ ئىچىدە يۇقىرىغا قاراپ چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 5 بولغان نەتىجە (A ۋەقە دەپ يازىمىز) دىن 4 خىلى بار بولغانلىقتىن، كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق ھېسابلاش فورمۇلىسىغا ئاساسەن:

بۇ 36 خىل نەتىجىنى يېزىپ چىقالامسىز؟

$$P(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}.$$

مۇلاھىزە

نېمە ئۈچۈن ئىككى شىشخالغا بەلگە قويۇلىدۇ؟ ئەگەر بەلگە قويۇلمىسا قانداق ئەھۋال يۈز بېرىدۇ؟ بۇنىڭ سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈپ بېرەلەمسىز؟

ئەگەر بەلگە قويۇلمىسا، (1 ,2) ۋە (2 ,1) گە ئوخشاش نەتىجىلەرنى پەرقلەندۈرگىلى بولمايدۇ. بۇ چاغدا، مۇمكىن بولغان بارلىق نەتىجىلەر (1 ,1)، (2 ,1)، (3 ,1)، (4 ,1)،(5 ,1)، (6 ,1)، (2 ,2)، (3 ,2)، (4 ,2)، (5 ,2)، (6 ,2)، (3 ,3)، (4 ,3)، (5 ,3)، (6 ,3)، (4 ,4)، (5 ,4)، (6 ,4)، (5 ,5)، (6 ,5)، (6 ,6) دىن ئىبارەت جەمئىي 21 خىل بولىدۇ، يىغىندىسى 5 بولغان نەتىجىدىن (4 ,1)، (3 ,2) تىن ئىبارەت 2 سى بار بولۇپ، ئۇنىڭ ئېھتىماللىقى:

$$P(A)=\frac{2}{21}.$$

ئىككىنچى خىل يېشىش ئۇسۇلىدىكى ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكىنىڭ تەڭ بولماسلىقىدىكى سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈپ بېرەلەمسىز؟

ھەر ئىككى جاۋاب كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق ھېسابلاش فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ كەلتۈرۈپ چىقىرىلغان. ئۇنداق بولسا، نېمە ئۈچۈن ئوخشاش بولمىغان نەتىجىلەر كېلىپ چىقىدۇ؟ بۇنىڭ ئۈچۈن، بۇ ئىككى خىل يېشىش ئۇسۇلىنىڭ كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ تەلـ ـ

پىنى قانائەتلەندۈرىدىغان ـ قانائەتلەندۈرمەيدىغانلىقىنى تەكشۈرۈشكە توغرا كېلىدۇ. بايقاشقا بولىدۇكى، بىرىنچى خىل يېشىش ئۇسۇلىدا بېرىلگەن ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ، ئەمما ئىككىنچى خىل يېشىش ئۇسۇلىدىكى 21 ئاساسىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ ئەمەس.

بۇنىڭدىن كۆرۈۋالايمىزكى، ئېھتىماللىقنى كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلىغاندا، ھاسىل قىلىنغان ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ ئىككىنچى شەرتى (ھەربىر نەتىجىنىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ) نى قانائەتلەندۈرىدىغان ـ قانائەتلەندۈرمەيدىغانلىقىنى چوقۇم تەكشۈرۈش كېرەك، ئۇنداق بولمىسا ھېسابلاپ چىقىلغان ئېھتىماللىق خاتا بولىدۇ.

4 ـ مىسال. ئامانەت كارتىسىنىڭ شىفىرى 4 رەقەمدىن تەركىب تاپقان ھەمدە ھەربىر رەقەم ئۈچۈن 0، 1، 2، ....، 9 دىن ئىبارەت ئون رەقەم ئىچىدىكى خالىغان بىرى ئېلىنغان دەپ پەرەز قىلايلى. بىر ئادەم ئۆزىنىڭ ئامانەت كارتىسىنىڭ شىفىرىنى پۈتۈنلەي ئۇنتۇپ قالغان بولسا، ئۇنىڭ ئاپتوماتىك پۇل ئېلىش ماشىنىسىدا شىفىرنى بىر قېتىم سىناپ بېسىپلا پۇل ئالالىشىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

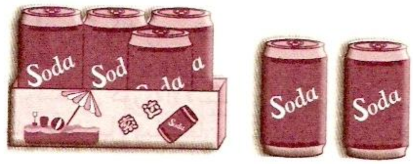
يېشىش: بىر شىفىر بىر ئاساسىي ۋەقەگە باراۋەر كېلىدۇ، بۇ يەردە 0000، 0001، 0002، ...، 9998، 9999 دىن ئىبارەت جەمئىي 10 000 ئاساسىي ۋەقە بار. بىر شىفىرنى تاسادىپىي سىناپ بېسىش دېگەنلىك ھەرقانداق بىر شىفىرنىڭ بېسىلىش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ دېگەنگە باراۋەر كېلىدۇ، شۇڭا بۇ مىسال كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىغا تەۋە مىسال بولىدۇ. «شىفىرنى بىر قېتىم سىناپ بېسىپلا پۇل ئېلىش» دېگەن بۇ ۋەقە 1 ئاساسىي ۋەقەدىن، يەنى توغرا شىفىردىن تەركىب تاپىدۇ، شۇڭا:

$$P(\text{«شىفىرنى بىر قېتىم سىناپ بېسىپلا پۇلنى ئېلىش»}) = \frac{1}{10\,000}.$$

يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{10\,000}$ بولغان ۋەقە ئېھتىماللىقى كىچىك ۋەقە بولىدۇ، بىز ئادەتتە بۇنداق ۋەقەنىڭ بىر قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىشى مۇمكىن ئەمەس دېيەرلىكلا دەپ قارايمىز، باشقىچە ئېيتقاندا، ئامانەت كارتىسىدىكى پۇلنى تاسادىپىي سىناپ بېسىش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئېلىشىنىڭ ئېھتىماللىقى ناھايىتى كىچىك بولىدۇ. ئەمما شۇنىمۇ بىلىمىزكى، ئەگەر نۇرغۇن قېتىم، مەسىلەن، 100 000 قېتىم سىناپ بېسىلسا، ئۇ ھالدا بۇ ئېھتىماللىقى كىچىك ۋەقەنىڭ يۈز بېرىشى يەنىلا مۇمكىن بولىدۇ. شۇڭا، بىخەتەر بولۇشى ئۈچۈن، ئاپتوماتىك پۇل ئېلىش ماشىنىسىدا ئادەتتە ئەڭ كۆپ بولغاندا شىفىرنى 3 قېتىم سىناپ بېسىشقا يول قويۇلىدۇ، ئەگەر 4 ـ قېتىمدا كىرگۈزگەن نومۇر يەنىلا خاتا بولسا، ئۇ ھالدا ئاپتوماتىك پۇل ئېلىش ماشىنىسى ئامانەت كارتىسىنى «مۇسادىرە» قىلىۋالىدۇ. ئۇنىڭدىن باشقا، ئامانەت كارتىسىدىكى پۇلنى تاسادىپىي سىناپ ئېلىش ئېھتىماللىقىنى تېخىمۇ كىچىك قىلىش ئۈچۈن، نۆۋەتتە ئامانەت كارتىسىنىڭ شىفىرى ئۈچۈن 6 خانىلىق رەقەممۇ ئىشلىتىلىدىغان بولدى.

ئەستە تۇتۇۋېلىشقا قۇلايلىق بولسۇن ئۈچۈن، كىشىلەر ئادەتتە ئۆزىنىڭ تۇغۇلغان كۈنىنى ئامانەت كارتىسىنىڭ شىفىرى قىلىۋالىدۇ. پۇل قاپچۇقىدا ھەم كىملىك ھەم ئامانەت كارتىسى بار بولغان ئەھۋالدا، شىفىرنىڭ ئاشكارىلىنىپ قېلىش ئېھتىماللىقى ناھايىتى چوڭ بولىدۇ. شۇڭا كىملىكتىكى نومۇرنى شىفىر قىلىش بىخەتەر ئەمەس.

5 ـ مىسال. مەلۇم ئىچىملىكتىن ھەربىر ساندۇقتا 6 قۇتىدىن قاچىلانغان، ئەگەر بىر ساندۇقتىكى 2



قۇتا ئىچىملىك لاياقەتسىز بولسا، سۈپەت تەكشۈرگۈچى بۇ ساندۇق ئىچىدىن 2 قۇتا ئىچىملىكنى تاسادىپىي ئېلىپ تەكشۈرگەندە، لاياقەتسىز مەھسۇلاتنى تەكشۈرۈپ چىقىرىشنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

يېشىش: ھەربىر قۇتا ئىچىملىككە نومۇر قويۇۋالىمىز، لاياقەتلىك 4 قۇتا ئىچىملىككە ئايرىم - ئايرىم 1، 2، 3، 4 نى، لاياقەتسىز 2 قۇتا ئىچىملىككە ئايرىم - ئايرىم a، b نى قويساق، تەكشۈرۈلگەن 2 قۇتا ئىچىملىك ئىچىدە 1 قۇتىسى لاياقەتسىز بولسىلا، بۇ، لاياقەتسىز مەھسۇلاتنىڭ تەكشۈرۈپ چىقىرىلغانلىقىنى ئىپادىلەيدۇ.

ساندۇق ئىچىدىن تەرتىپ بويىچە 2 قۇتا ئىچىملىكنى قايتۇرماي ئېلىپ، ئېلىنغان ئىككى قۇتا ئىچىملىكنىڭ بەلگىسىنى ئايرىم - ئايرىم x ۋە y دەپ خاتىرىلىۋالساق، ئۇ ھالدا (x,y) بىر قېتىملىق ئېلىشنىڭ نەتىجىسىنى، يەنى ئاساسىي ۋەقەنى ئىپادىلەيدۇ. ئىچىملىك تاسادىپىي ئېلىنىدىغانلىقتىن، ئېلىنغان ئاساسىي ۋەقەنىڭ ئېلىنىش ئېھتىماللىقلىرى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ. «ئېلىنغان 2 قۇتا ئىچىملىك ئىچىدە لاياقەتسىز مەھسۇلات بار بولۇش» نى A بىلەن، «پەقەت بىرىنچى قېتىمدىلا لاياقەتسىز مەھسۇلات چىقىش»نى A_1 بىلەن، «پەقەت ئىككىنچى قېتىمدىلا لاياقەتسىز مەھسۇلات چىقىش» نى A_2 بىلەن، «ئىككى قېتىم ئالغاندا ھەر ئىككىسىدە لاياقەتسىز مەھسۇلات چىقىش» نى A_{12} بىلەن ئىپادىلىسەك، ئۇ ھالدا A_1، A_2 ۋە A_{12} لەر سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولىدۇ ھەمدە:

$$A = A_1 \cup A_2 \cup A_{12},$$

شۇڭا:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_{12}).$$

بۇ 30 خىل ئاساسىي ۋەقەنى ۋە A ۋەقە ئۆز ئىچىگە ئالغان ئاساسىي ۋەقەلەرنى يېزىپ چىقالامسىز؟

A_1 دىكى ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى 8، A_2 دىكى ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ سانى 8، A_{12} دىكى ئاسايى ۋەقەلەرنىڭ سانى 2 بولۇپ، بارلىق ئاساسىي ۋەقەلەرنىڭ ئومۇمىي سانى 30 بولغانلىقتىن،

$$P(A) = \frac{8}{30} + \frac{8}{30} + \frac{2}{30} = 0.6 .$$

ئىزدىنىش

لاياقەتسىز مەھسۇلاتنى تەكشۈرۈپ چىقىشنىڭ ئېھتىماللىقى تەكشۈرۈلىدىغان قۇتا سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ قانداق ئۆزگىرىدۇ؟ تەكشۈرگۈچىلەر ئادەتتە نېمە ئۈچۈن بىر - بىرلەپ تەكشۈرۈش ئۇسۇلىنى قوللانماي، ئارىلاپ تەكشۈرۈش ئۇسۇلىنى قوللىنىدۇ؟

مەشىق

1. 20 قۇتا ئىچىملىك ئىچىدە ئىككى قۇتىسىنىڭ سۈپەت مۇددىتى ئۆتۈپ كەتكەن. بۇ 20 قۇتا ئىچىملىك ئىچىدىن خالىغان بىر قۇتىنى ئالغاندا، سۈپەت مۇددىتى ئۆتۈپ كەتكەن ئىچىملىكنى ئېلىشنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

2. يازلىق لاگېردىكى 7 ساۋاقداش ئىچىدە، 3 ساۋاقداش ئىلگىرى بېيجىڭغا بارغان. بۇ 7 ساۋاقداش ئىچىدىن 2 ساۋاقداشنى خالىغانچە تاللىغاندا، تاللانغان بۇ 2 ساۋاقداشنىڭ دەل ئىلگىرى بېيجىڭغا بارغان بولۇپ چىقىشنىڭ

ئېھتىماللىقى قانچە؟

3. ئوخشاش بولمىغان 5 پارچە تىل ـ ئەدەبىيات كىتابى ۋە ئوخشاش بولمىغان 4 پارچە ماتېماتىكا كىتابى ئىچىدىن 2 كىتابنى خالىغانچە ئالغاندا، ئېلىنغان كىتابنىڭ ھەر ئىككىسى دەل ماتېماتىكا كىتابى بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

2-2-3 (پۈتۈن سان قىممەتلىك) تاسادىپىي سان (random numbers) نى هاسىل قىلىش

بىرىنچى پاراگرافتا، ساۋاقداشلار كۆپ قېتىم تەكرارلىنىدىغان تەجرىبىلەرنى ئىشلىدى. بەزى ساۋاقداشلار بۇنداق تەجرىبە ئىشلەشتە ۋاقىت بەك كۆپ كېتىدىغانلىقىنى ھېس قىلغان بولۇشى مۇمكىن، ئۇنداق بولسا، بۇنداق تەجرىبە ئىشلەشنىڭ ئورنىغا باشقا ئۇسۇللارنى قوللىنىشقا بولامدۇ ـ يوق؟

تۆۋەندە كۆرسىتىلگەن ئىككى پۈتۈن سان ئارىلىقىدىكى پۈتۈن سان قىممەتلىك تاسادىپىي سانلارنى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ قانداق هاسىل قىلىش ئۇسۇلىنى تونۇشتۇرىمىز. مەسىلەن، 1 ~ 25 ئارىلىقىدىكى پۈتۈن سان قىممەتلىك تاسادىپىي سانلارنى هاسىل قىلىشنىڭ كۇنۇپكا بېسىش جەريانى تۆۋەندىكىدەك:

PRB → → → →

RAND RANDI
STAT DEG

ENTER

RANDI(1, 25)
STAT DEG

ENTER

RANDI(1, 25)
3.
STAT DEG

ENTER كۇنۇپكىسىنى تەكرار باسساق، ئېھتىياجلىق بولغان تاسادىپىي سانلار ئۈزلۈكسىز هاسىل بولىدۇ.

ئوخشاشلا، بىز تەتۈر چۈشۈشنى 0 بىلەن، ئوڭ چۈشۈشنى 1 بىلەن ئىپادىلەپ، 0، 1 دىن ئىبارەت ئىككى تاسادىپىي ساننى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ ئۈزلۈكسىز هاسىل قىلىپ، ئۇنى

تاسادىپىي سان ۋە ساختا تاسادىپىي سان

1 ~ 25 ئارىلىقىدىكى تاسادىپىي پۈتۈن سانلارنى هاسىل قىلماقچى بولساق، چوڭ ـ كىچىكلىكى ۋە شەكلى ئوخشاش بولغان 25 دانە كىچىك توپقا ئايرىم ـ ئايرىم 1، 2، 3، ...، 24، 25 لەرنى يېزىپ، ئۇلارنى بىر خالتىغا سېلىپ تولۇق ئارىلاشتۇرىمىز، ئاندىن خالتىدىن بىر دانە توپنى ئالساق، بۇ توپقا يېزىلغان سان تاسادىپىي سان دەپ ئاتىلىدۇ. كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ هاسىل قىلىنغان تاسادىپىي سانلار ئېنىق ئالگورىزىم بويىچە هاسىل قىلىنغان سانلاردۇر، ئۇلار دەۋرىيلىك (دەۋرى ناهايىتى ئۇزۇن)كە ئىگە بولۇپ، تاسادىپىي سانلارنىڭكىگە ئوخشىشىپ كېتىدىغان خۇسۇسىيەتكە ئىگە بولىدۇ. شۇڭا، كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ هاسىل قىلىنغىنى ھەقىقىي تاسادىپىي سان ئەمەس، بىز ئۇلارنى ساختا تاسادىپىي سان دەپ ئاتايمىز.

مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنىڭ ئورنىغا دەسسىتەلەيمىز. كونۇپكا بېسىش جەريانى تۆۋەندىكى-دەك:

PRB → → → →

RAND RANDI
STAT DEG

ENTER

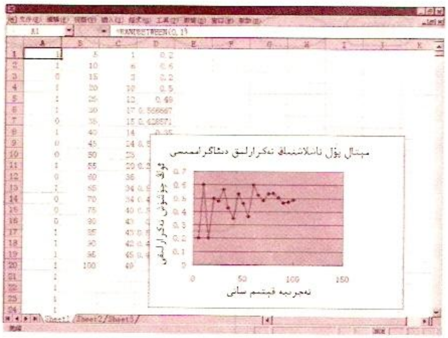
RANDI(0, 1)
STAT DEG

ENTER

RANDI(0, 1)
0.
STAT DEG

تاسادىپىي سانلارنى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپمۇ ھاسىل قىلالايمىز ھەمدە تەكرارلىنىش سانى بىلەن تەكرارلىقنى بىۋاستە ستاتىستىكىلاپ چىقالايمىز. تۆۋەندە كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ تاسادىپىي سانلارنى ھاسىل قىلىش ئۇسۇلىنى مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنى مىسال قىلىپ ئوتتۇرىغا قويىمىز.

ستاتىستىكا ئىقتىدارىغا ئىگە يۇمشاق دېتاللارنىڭ ھەممىسىدە تاسادىپىي فۇنكسىيە بار بولىدۇ. بۇ يەردە Excel يۇمشاق دېتالىنى مىسال قىلىپ چۈشەندۈرىمىز، Excel يۇمشاق دېتالىنى ئېچىپ، تۆۋەندىكى باسقۇچلارنى ئىجرا قىلىمىز:



1. A1 كاتەكچىنى تاللاپ، «=RANDBETWEEN(0, 1)❶» نى كىرگۈزىمىز، Enter كونۇپكىسىنى باسساق، بۇ كاتەكچىدىكى سان تاسادىپىي ھاسىل قىلىنغان 0 ياكى 1 بولىدۇ.

2. A1 كاتەكچىنى تاللاپ، Ctrl+C كونۇپكىسىنى باسىمىز، ئاندىن 0، 1 نى تاسادىپىي ھاسىل قىلىش كاتەكچىسىنى تاللاپ (مەسىلەن، A2 دىن A100 گىچە)، Ctrl+V كونۇپكىسىنى باسساق، A2 دىن A100 گىچە بولغان سانلارنىڭ ھەممىسى تاسادىپىي ھاسىل

❶ تاسادىپىي فۇنكسىيە RANDBETWEEN (a, b) دا پۈتۈن سان a دىن پۈتۈن سان b غىچە بولغان ئارىلىقتىكى پۈتۈن سان قىممەتلىك تاسادىپىي سانلار ھاسىل قىلىنىدۇ.

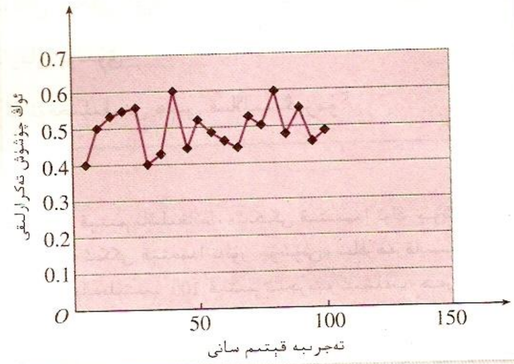
قىلىنغان 0 ياكى 1 بولىدۇ. شۇنداق قىلىپ تاسادىپىي ھاسىل قىلىنغان 100 دانە 0 ياكى 1 گە ناھايە-تى تېزلا ئېرىشىمىز ـ دە، بۇ، 100 قېتىم تاسادىپىي تەجرىبە ئىشلىگەنگە باراۋەر كېلىدۇ.

3. C1 كاتەكچىنى تاللاپ، تەكرارلىنىش سانى فۇنكسىيىسى «(FREQUENCY (A1 : A100, 0.5 =» نى كىرگۈزىمىز. Enter كۇنۇپكىسىنى باسساق، بۇ كاتەكچىدىكى سان A1 ~ A100 ئىچىدىكى 0.5 دىن كىچىك بولغان سانلارنىڭ سانىنى ستاتىستىكىلىغاندىكى سان، يەنى 0 نىڭ كۆرۈلۈشىنىڭ تەكرارلىنىش سانى، شۇنداقلا تەتۈر چۈشۈشىنىڭ تەكرارلىنىش سانى بولىدۇ.

4. D1 كاتەكچىنى تاللاپ، «C1/100 - 1 =» نى كىرگۈزىمىز، ئاندىن Enter كۇنۇپكىسىنى باسساق، بۇ كاتەكچىدىكى سان 100 قېتىملىق تەجرىبىدىكى 1 نىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقى، يەنى ئوڭ چۈشۈشىنىڭ تەكرارلىقى بولىدۇ.

شۇنىڭ بىلەن بىر ۋاقىتتا، بىز يەنە تەكرارلىقنىڭ سۇنۇق سىزىقلىق دىئاگراممىسىنىمۇ سىزىپ چىقالايمىز، ئۇ بىزگە تەكرارلىقنىڭ ئېھتىماللىق ئەتراپىدا تەۋرىنىپ تۇرىدىغانلىقىنى تېخىمۇ كۆرسەت-مىلىك نامايان قىلىپ بېرىدۇ.

❶ مونتې كارلو ئۇسۇلى 2 ـ دۇنيا ئۇرۇشى مەزگىلىدە بارلىققا كەلگەن ۋە تەرەققىي قىلغان. ئۇنىڭ ئاساس سالغۇچىسى F. نېۇمان. بۇ ئۇسۇل ئەمەلىي فىزىكا، ئاتوم ئېنېرگىيىسى، قاتتىق جىسىم فىزىكىسى، خىمىيە، بىئولوگىيە، ئېكولوگىيە، سوتسىئولوگىيە ۋە ئىقتىسادىي ھەرىكەت قاتارلىق ساھەلەردە كەڭ قوللىنىلىدۇ.



يۇقىرىدا بىز مېتال پۇل تاشلاش تەجرىبىسىنى كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتا تەقلىد قىلدۇق، تەجرىبىنى كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتا تەقلىد قىلىش ئۇسۇلى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلى ياكى مونتې كارلو (Monte Carlo) ئۇسۇلى❶ دەپ ئاتىلىدۇ.

6 ـ مىسال. ھاۋا رايىدىن ئالدىن بېرىلگەن مەلۇماتتا، بۇگۈندىن كېيىنكى ئۈچ كۈن ئىچىدە ھەر كۈندىكى يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقى ئوخشاشلا 40% دەپ ئېيتىلغان. بۇ ئۈچ كۈن ئىچىدە دەل ئىككى كۈندە يامغۇر يېغىشنىڭ ئېھتىماللىقى تەخمىنەن قانچە؟

تەھلىل: بۇ تەجرىبىدە كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى بولغان نەتىجىلەرنىڭ سانى چەكلىك، بىراق ھەربىر نەتىجىنىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى تەڭ ئەمەس، شۇڭا بۇ مەسىلىنى ھەل قىلىشتا كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق تېپىش فورمۇلىسىنى قوللىنىشقا بولمايدۇ، ئەمما ھەر كۈندىكى يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقىنىڭ 40% ئىكەنلىكىنى كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتا تەقلىدىي تەجرىبە ئىشلەش ئارقىلىق تەقلىد قىلىپ چىقىشقا

بۇ يەردە تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ئېھتىماللىقنىڭ ئۆزىنى ئەمەس، بەلكى پەقەت 20 قېتىملىق تەجرىبىدە دەل ئىككى كۈندە يامغۇر يېغىشنىڭ تەكرارلىقى ياكى ئېھتىماللىقنىڭ تەقرىبىي قىممىتىنىلا كەلتۈرۈپ چىقاردۇق.

بولىدۇ.

يېشىش: بۇ مەسىلىنى تەقلىدىي تەجرىبە لايىھىلەش ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ھەل قىلالايمىز. 0 ~ 9 ئارىلىقىدىكى پۈتۈن سان قىممەتلىك تاسادىپىي سانلارنى ھېسابلىغۇچ ياكى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ ھاسىل قىلىپ، يامغۇر يېغىشنى 1، 2، 3، 4 بىلەن، يامغۇر ياغماسلىقنى 5، 6، 7، 8، 9، 0 بىلەن ئىپادىلەش ئارقىلىق يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقىنىڭ 40% ئىكەنلىكىنى ئەكس ئەتتۈرگىلى بولىدۇ. كۈن سانى 3 كۈن بولغانلىقتىن، ھەر 3 تاسادىپىي ساننى بىر گۇرۇپپا قىلىمىز، مەسىلەن، تۆۋەندىكىدەك 20 گۇرۇپپا تاسادىپىي ساننى ھاسىل قىلساق:

907 966 191 925 271 932 812 458 569 683

431 257 393 027 556 488 730 113 537 989

بۇ، 20 قېتىم تەجرىبە ئىشلىگەنگە باراۋەر كېلىدۇ. بۇ سانلار ئىچىدە، ئەگەر مەلۇم گۇرۇپپىدا دەل ئىككى سان 1، 2، 3، 4 ئىچىدىكى سانلار بولسا، ئۇ ھالدا بۇ گۇرۇپپىدىكى سان دەل ئىككى كۈندە يامغۇر ياغىدىغانلىقىنى ئىپادىلەيدۇ، ئۇلار ئايرىم ـ ئايرىم 191، 271، 932، 812، 393 دىن ئىبارەت بەش سان بولىدۇ. شۇنداق قىلىپ، ئۈچ كۈن ئىچىدە دەل ئىككى كۈندە يامغۇر يېغىش ئېھتىماللىقىنىڭ تەقرىبىي قىممىتى $\frac{5}{20}=25\%$ نى كەلتۈرۈپ چىقارغان بولدۇق.

6 ـ مىسالدىن تاسادىپىي تەقلىدنىڭ ئارتۇقچىلىقىنى ھېس قىلالىدىڭىزمۇ؟

مەشىق

1. سۈپىتى تەكشى بىر دانە مېتال پۇلنى ئۇدا ئۈچ قېتىم تاشلىغاندا، «ئىككى قېتىمدا ئۇلۇق چۈشۈش، بىر قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» ۋە «بىر قېتىمدا ئۇلۇق چۈشۈش، ئىككى قېتىمدا تەتۈر چۈشۈش» نىڭ ھەرقايسىسىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟ تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ 100 قېتىم تەجرىبە ئىشلەپ، ھەرقايسىسىنىڭ تەكرارلىنىش سانىنى ھېسابلاڭ.

2. 52 دانە قارتا (چوڭ ـ كىچىك شاھلار يوق) ئىچىدىن بىر دانە قارتىنى تاسادىپىي ئالغاندا، بۇ قارتىنىڭ تۆۋەندىكىدەك ئەھۋالدا بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ:

(1) 7 بولىدۇ؛ (2) 7 ئەمەس؛ (3) غىچ (بوپ)؛ (4) كارول ياكى ماتكا ياكى سالدات؛ (5) تاپان ھەم چىتىر؛

(6) 6 دىن چوڭ، 9 دىن كىچىك؛ (7) قىزىل رەڭلىك؛ (8) قىزىل ياكى قارا رەڭلىك.

يۇقىرىدىكى قارتا ئېلىش تەجرىبىسىنى كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتا تەقلىد قىلىشنىڭ بىر ئۇسۇلىنى لايىھىلەپ چىقىڭ.

3. قۇتىدا 4 دانە ئاق توپ ۋە 5 دانە قارا توپ بار، ئۇنىڭ ئىچىدىن بىر توپنى خالىغانچە ئالغاندا:

(1) «سېرىق توپ ئېلىش» قانداق ۋەقە بولىدۇ؟ ئۇنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

(2) «ئاق توپ ئېلىش» قانداق ۋەقە بولىدۇ؟ ئۇنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

(3) «ئاق توپ ياكى قارا توپ ئېلىش» قانداق ۋەقە بولىدۇ؟ ئۇنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

(4) يۇقىرىدىكى توپ ئېلىش تەجرىبىسىنى كومپيۇتېر ياكى ھېسابلىغۇچتا تەقلىد قىلىشنىڭ بىر ئۇسۇلىنى لايىھىلەپ چىقىڭ.

4. (1) ئىككى شىشىخالنى تاشلىغاندا، چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 7 بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(2) تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ 200 قېتىم تەجرىبە ئىشلەپ، چۈشكەن چېكىت سانلىرىنىڭ يىغىندىسى 7 بولۇشىنىڭ تەكرارلىقىنى ھېسابلاڭ؛

(3) ئىگە بولغان تەكرارلىق بىلەن ئېھتىماللىقنىڭ پەرقى چوڭمۇ؟ نېمە ئۈچۈن بۇنداق پەرق بولىدۇ؟

2.3 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا

1. تۆۋەندە ئۈچ خىل ئويۇن قائىدىسى بېرىلگەن، خالتىغا ئايرىم ـ ئايرىم توپلار سېلىنىپ، ئۇنىڭدىن قايتۇرۇلماي توپ ئېلىنىدۇ. «ئا» نىڭ ئۇتۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى ئايرىم ـ ئايرىم ھېسابلاڭ. قايسى ئويۇن ئادىل؟

3 ـ ئويۇن	2 ـ ئويۇن	1 ـ ئويۇن
3 دانە قىزىل توپ ۋە 1 دانە ئاق توپ	2 دانە قىزىل توپ ۋە 2 دانە ئاق توپ	1 دانە قىزىل توپ ۋە 1 دانە ئاق توپ
1 دانە توپ ئېلىنغاندىن كېيىن، يەنە 1 دانە توپ ئېلىنىدۇ	1 دانە توپ ئېلىنغاندىن كېيىن، يەنە 1 دانە توپ ئېلىنىدۇ	1 دانە توپ ئېلىنىدۇ
ئېلىنغان ئىككى توپ ئوخشاش رەڭلىك بولسا «ئا» ئۇتىدۇ	ئېلىنغان ئىككى توپ ئوخشاش رەڭلىك بولسا «ئا» ئۇتىدۇ	قىزىل توپ ئېلىنسا «ئا» ئۇتىدۇ
ئېلىنغان ئىككى توپ ھەرخىل رەڭلىك بولسا «ب» ئۇتىدۇ	ئېلىنغان ئىككى توپ ھەر خىل رەڭلىك بولسا «ب» ئۇتىدۇ	ئاق توپ ئېلىنسا «ب» ئۇتىدۇ

2. مەلۇم شەھەرنىڭ تېلېفون نومۇرى 8 خانىلىق سان، تېلېفون دەپتىرىدىكى خالىغان بىر تېلېفون نومۇرىغا نىسبەتەن:

(1) ئۇنىڭ ئالدىنقى ئىككى خانىسىدىكى رەقەملەرنىڭ ئوخشاشلا 8 بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(2) ئۇنىڭ ئالدىنقى ئىككى خانىسىدىكى رەقەملەر ئىچىدە كەم دېگەندە بىرىنىڭ 8 دىن چوڭ بولماسلىقىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(3) ئۇنىڭ ئالدىنقى ئىككى خانىسىدىكى رەقەملەرنىڭ ئوخشاش بولماسلىقىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

3. مەلۇم سىنىپ مۇدىرى سىنىپىدىكى 50 ئوقۇغۇچىنىڭ تاپشۇرۇق مىقدارىغا بولغان قارىشى توغرىسىدا تەكشۈرۈش ئېلىپ باردى، سانلىق مەلۇماتلار جەدۋەلدە بېرىلدى:

ئومۇمىي سانى	تاپشۇرۇق كۆپ ئەمەس دەپ قارىغانلار	تاپشۇرۇق كۆپ دەپ قارىغانلار	
27	9	18	كومپيۇتېر ئويۇننى ياخشى كۆرىدىغانلار
23	15	8	كومپيۇتېر ئويۇننى ياخشى كۆرمەيدىغانلار
50	24	26	ئومۇمىي سانى

ئەگەر مەكتەپ مۇدىرى تاسادىپىي ھالدا بۇ سىنىپتىكى بىر ئوقۇغۇچىدىن تاپشۇرۇق مىقدارى توغرىسىدا سوئال سورىسا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى قانچە؟

(1) تاپشۇرۇق كۆپ دەپ جاۋاب بېرىش؛

(2) بۇ ئوقۇغۇچىنىڭ كومپيۇتېر ئويۇننى ياخشى كۆرىدىغان ئوقۇغۇچى بولۇشى ھەمدە ئۇنىڭ تاپشۇرۇق كۆپ ئەمەس دەپ جاۋاب بېرىشى.

4. A، B، C، D ئوقۇغۇچىلار خالىغان تەرتىپ بويىچە بىر قۇر بولۇپ تىزىلغان بولسا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ:

(1) A نىڭ چەتتە تۇرۇشى؛

(2) A ۋە B نىڭ ھەر ئىككىسىنىڭ چەتتە تۇرۇشى؛

(C) A ياكى B نىڭ چەتتە تۇرۇشى؛

(D) A ۋە B نىڭ ھەر ئىككىسىنىڭ چەتتە تۇرماسلىقى.

5. بىر قۇتىغا ئايرىم ـ ئايرىم 1، 2، ...، 5 لەر يېزىلغان 5 دانە چەك سېلىنغان، ئىككى دانە چەكنى تاسادىپىي ئالغاندا، تۆۋەندىكى شەرتلەرگە ئاساسەن ئىككى چەكتىكى رەقەملەرنىڭ ئۆزئارا قوشنا پۈتۈن سانلار بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ:

(1) چەك ئېلىنغاندىن كېيىن، قۇتىغا قايتۇرۇلمايدۇ؛

(2) چەك ئېلىنغاندىن كېيىن، قۇتىغا قايتۇرۇلىدۇ.

6. بىر قۇتىغا 6 دانە ماي قەلەم سېلىنغان، ئۇنىڭ ئىچىدە 3 دانىسى 1 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات، 2 دانىسى 2 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات، 1 دانىسى 3 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات. ئۇلار ئىچىدىن 3 دانىسىنى خالىغانچە ئالغاندا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە بولىدۇ؟

(1) دەل 1 دانىسى 1 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات بولۇش؛

(2) دەل 2 دانىسى 1 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات بولۇش؛

(3) 3 ـ دەرىجىلىك مەھسۇلات بولماسلىق.

B گۇرۇپپا

1. بىر ئادەمدە 4 ئاچقۇچ بار، ئۇلار ئىچىدىكى 2 ئاچقۇچتا ئىشىكنى ئاچقىلى بولىدۇ. ھازىر 1 ئاچقۇچ بىلەن ئىشىكنى تاسادىپىي ئېچىپ كۆرمەكچى، ئىشىك ئېچىلمىسا ئاچقۇچ تاشلىۋېتىلىدۇ. ئىككىنچى قېتىمدا ئىشىك ئېچىلىشىنىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟ ئەگەر سىناپ كۆرگەن ئاچقۇچ تاشلىۋېتىلمىسە، بۇ ئېھتىماللىق قانچە بولىدۇ؟

2. شەرت ـ شارائىتى ناھايىتى ئوخشىشىپ كېتىدىغان 5 قىز بار، ئۇلار ئايرىم ـ ئايرىم A، C، J، K، S دەپ خاتىرىلەنگەن. ئۇلار كاتىپلىق خىزمىتى قىلىشقا تىزىملاتقان، بىراق، پەقە 3 لا كاتىپلىق ئىش ئورنى بار بولغانلىقتىن، بۇ 5 قىزنىڭ پەقەت ئۈچىلا خىزمەتكە قوبۇل قىلىنالايدۇ. ئەگەر بۇ 5 قىزنىڭ خىزمەتكە قوبۇل قىلىنىش پۇرسىتى ئۆزئارا تەڭ بولسا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى ئايرىم ـ ئايرىم ھېسابلاڭ:

(1) K قىزنىڭ قوبۇل قىلىنىشى؛

(2) K قىز بىلەن S قىزنىڭ ئايرىم ـ ئايرىم قوبۇل قىلىنىشى؛

(3) K قىز ياكى S قىزنىڭ قوبۇل قىلىنىشى.

3. ھەربىر ئادەمنىڭ ھەرقانداق بىر ئايدا تۇغۇلۇشىنىڭ مۇمكىنچىلىكى تەڭ بولسا، 10 ئادەم بار بىر كوللېكتىپ ئىچىدە، كەم دېگەندە ئىككى ئادەمنىڭ تۇغۇلغان كۈنى ئوخشاش بىر ئايدا بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەڭ.

3-3 گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى

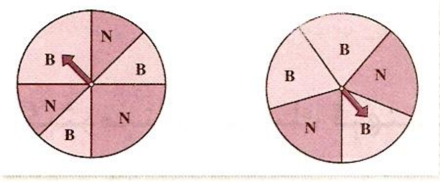
بىز تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى ھېسابلاشنىڭ ئىككى خىل ئۇسۇلىنى ئۆگىنىپ ئۆتتۇق، بىرى، ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش تەكرارلىقىنى تەجرىبە قىلىش ياكى كومپيۇتېردا تەقلىدىي تەجرىبە ئىشلەش قاتارلىق ئۇسۇللاردىن پايدىلىنىپ كەلتۈرۈپ چىقىرىپ، شۇ ئارقىلىق ئېھتىماللىقنى تەقرىبىي مۆلچەرلەش؛ يەنە بىرى، ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلاش. ھالبۇكى، رېئال تۇرمۇشتا، كۆپ ھاللاردا تەجرىبىنىڭ مۇمكىن بولغان بارلىق نەتىجىلىرى چەكسىز كۆپ بولىدىغان ئەھۋاللارغا دۇچ كېلىمىز، بۇ چاغدا ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلاپ چىققىلى بولماي قالىدۇ.

ئالاھىدە ئەھۋاللاردا، ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلىيالايمىز.

3-3-1 گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى

كىشىلەر ئېھتىماللىق نەزەرىيىسى تەرەققىياتىنىڭ دەسلەپكى مەزگىلىدىلا، پەقەت مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ چەكلىك دانە نەتىجىسى بار تاسادىپىي تەجرىبىلەرنى ئويلىشىشنىڭ يېتەرسىز بولىدىغانلىقى، يەنە چەكسىز كۆپ تەجرىبە نەتىجىسى بار ئەھۋاللارنىمۇ ئويلىشىش زۆرۈر ئىكەنلىكىگە دىققەت قىلغان. مەسىلەن، مەلۇم بىر ئادەمنىڭ ئىدارىگە يېتىپ بېرىش ۋاقتى 8 : 00 ~ 9 : 00 ئارىلىقىدىكى خالىغان بىر پەيت بولۇشى مۇمكىن؛ بىر كاتەكچىگە بىر دانە شېغىلنى تاشلىغاندا، شېغىل كاتەكچىدىكى خالىغان بىر نۇقتىغا چۈشۈشى مۇمكىن... بۇ تەجرىبىلەردە كۆرۈلۈشى مۇمكىن بولغان نەتىجىلەر چەكسىز كۆپ بولىدۇ. تۆۋەندە ماس ئېھتىماللىقلارنى تېپىش ئۇسۇلىنى بىرقانچە مىسال كەلتۈرۈپ چۈشەندۈرىمىز.

مەسىلە. 1.3.3 ـ رەسىمدە ئىككى ئايلانما تەخسە بار، «ئا»، «ب» ئىككى ئادەم تەخسە ئايلاندۇرۇش ئويۇنى ئوينىدى. ئىسترېلكا B ساھەنى كۆرسەتسە «ئا» ئۇتىدۇ، ئۇنداق بولمىسا «ب» ئۇتىدۇ دەپ بەلگىلەنگەن. بۇ ئىككى خىل ئەھۋالدا، «ئا» نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى ئايرىم ـ ئايرىم قانچە بولىدۇ؟



(1) (2)

1.3.3 ـ رەسىم

روشەنكى، (1) ئايلانما تەخسىنى ئويۇن جابدۇقى قىلغاندا، «ئا» نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{2}$ بولىدۇ؛ (2) ئايلانما تەخسىنى ئويۇن جابدۇقى قىلغاندا، «ئا» نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى $\frac{3}{5}$ بولىدۇ. ئەمەلىيەتتە، «ئا» نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى B ھەرپى تۇرغان سېكتور شەكىللىك ساھەنىڭ ياي ئۇزۇنلۇقى بىلەن مۇناسىۋەتلىك بولۇپ، B ھەرپى تۇرغان ساھەنىڭ ئورنى بىلەن مۇناسىۋەتسىز بولىدۇ. شۇنىڭ ئۈچۈن، پەقەت B ھەرپى تۇرغان سېكتور شەكىللىك ساھەنىڭ ياي ئۇزۇنلۇقى ئۆزگەرمىسىلا، بۇ ساھەلەرنىڭ قوشنا بولۇش ـ بولماسلىقىدىن قەتئىينەزەر، «ئا» نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى ئۆزگەرمەيدۇ.

ئەگەر ھەربىر ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى پەقەت مۇشۇ ۋەقەنى ھاسىل قىلىدىغان ساھەنىڭ ئۇزۇنلۇقى (يۈزى ياكى ھەجمى) بىلەنلا تاناسىپ تۇزسە، ئۇ ھالدا بۇ خىل ئېھتىماللىق مودېلىنى **گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى** (geometric models of probability) دەپ ئاتايمىز.

گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىدا، A ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىنى ھېسابلاش فورمۇلىسى تۆۋەندىكىدەك بولىدۇ:

$$P(A)=\frac{\text{ ۋەقەنى ھاسىل قىلىدىغان ساھەنىڭ ئۇزۇنلۇقى (يۈزى ياكى ھەجمى) } A}{\text{تەجرىبىنىڭ بارلىق نەتىجىلىرىدىن ھاسىل بولغان ساھەنىڭ ئۇزۇنلۇقى (يۈزى ياكى ھەجمى)}}$$

شۇڭا، ئەگەر 1.3.3 ـ رەسىمدىكى چەمبەرنىڭ ئايلانما ئۇزۇنلۇقىنى 1 دېسەك، ئۇ ھالدا (1) ئايلانما تەخسىنى ئويۇن جابدۇقى قىلغاندا:

$$p(\text{«ئا» نىڭ ئۇتۇشى})=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2};$$

(2) ئايلانما تەخسىنى ئويۇن جابدۇقى قىلغاندا:

$$p(\text{«ئا» نىڭ ئۇتۇشى})=\frac{\frac{3}{5}}{1}=\frac{3}{5}.$$

1 ـ مىسال. بىر ئادەم چۈشلۈك ئۇيقۇدىن ئويغانغاندا سائىتىنىڭ توختاپ قالغانلىقىنى بايقىغان. شۇنىڭ بىلەن ئۇ رادىئونى ئېچىپ، رادىئو ئىستانسىسىنىڭ ۋاقىتنى ئېلان قىلىشىنى ئاڭلىماقچى بولغان. ئۇنىڭ كۈتۈش ۋاقتىنىڭ 10 مىنۇتتىن ئېشىپ كەتمەسلىكىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تاپايلى.

تەھلىل: ئۇنىڭ 0 ~ 60 مىنۇت ئىچىدىكى خالىغان بىر پەيتتە رادىئو ئېچىشىنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ دەپ پەرەز قىلايلى. 0 ~ 60 مىنۇت ئىچىدە چەكسىز كۆپ پەيت بار بولغانلىقتىن، بۇ مەسى-

لىدە تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلىغىلى بولمايدۇ، ئەمما تاسادىپىي ۋەقە يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنىڭ تەق ـ رىبىي قىممىتىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ كەل ـ تۈرۈپ چىقىرالايمىز، شۇنداقلا ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقى ـ نى گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق تېپىش فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپمۇ تاپالايمىز. رادىئو ئىستانسى ـ سى ھەر 1 سائەتتە بىر قېتىم ۋاقىت ئېلان قىلىدىغانلىقى ئۈچۈن، بۇ ئادەمنىڭ 0 ~ 60 مىنۇت ئىچىدىكى خالىغان بىر پەيتتە رادىئو ئېچىشىنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ. شۇڭا، ئۇنىڭ قايسى ۋاقىت بۆلىكىدە رادىئو ئېچىشىنىڭ ئېھتىماللىقى پەقەت شۇ ۋاقىت بۆلىكىنىڭ ئۇزۇنلۇقى بىلەنلا مۇناسىۋەتلىك بولۇپ، بۇ ۋاقىت بۆلىكىنىڭ ئورنى بىلەن مۇناسىۋەتسىز بولىدۇ، مانا بۇ، گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ شەرتىگە باب كېلىدۇ.

تەقلىدىي تەجرى ـ بە ئىشلەشكە بولى ـ دىغان بىر خىل ئۇ ـ سۇلنى دۇگىلەك تەخسە قاتارلىقلاردىن پايدىلىنىپ لايىھىلەپ چىقالامسىز؟

يېشىش: A={كۈتۈش ۋاقتى 10 مىنۇتتىن ئېشىپ كەتمەسلىك} دەپ پەرەز قىلايلى، بىز كۆڭۈل بۆلىدىغان A ۋەقە دەل رادىئو ئېچىش پەيتىنىڭ ۋاقىت بۆلىكى [50, 60] ئىچىدە بولۇشىدىن ئىبارەت، شۇڭا، گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى بويىچە ئېھتىماللىق تې ـ پىش فورمۇلىسىغا ئاساسلانساق:

$$P(A)=\frac{60-50}{60}=\frac{1}{6},$$

يەنى «كۈتۈش ۋاقتى 10 مىنۇتتىن ئېشىپ كەتمەسلىك» نىڭ ئېھتىماللىقى $\frac{1}{6}$ بولىدۇ.

بۇ مىسالدا، رادىئو ئېچىش پەيتى X تاسادىپىي بولۇپ، ئۇ 0 ~ 60 مىنۇت ئارىلىقىدىكى خالىغان پەيت بولسا بولىۋېرىدۇ ھەمدە بۇ پەيتلەرنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ. بۇ چاغدا بىز X نى [0, 60] دىكى تەكشى تەقسىماتقا بويسۇنىدۇ دەيمىز، X بولسا [0, 60] دىكى تەكشى تاسادىپىي سان بولىدۇ.

2-3-3 تەكشى تاسادىپىي ساننىڭ ھاسىل قىلىنىشى

بىز كۆپ ھاللاردا [0, 1] دىكى تەكشى تاسادىپىي سانلارنى ئىشلىتىمىز. 0 ~ 1 ئارىلىقىدىكى تەكشى تاسادىپىي سانلار (ھەقىقىي سانلار) نى ھېسابلىغۇچتىن پايدىلىنىپ ھاسىل قىلالايمىز، ئۇنىڭ ئۇسۇلى تۆۋەندىكىدەك:

PRB → → →

RAND RANDI
STAT DEG

ENTER ENTER

RAND
0.052745889
STAT DEG

دىققەت: ھەر قېتىمقى نەتىجىلەر ئوخشاش بول ـ مايدۇ.

تەجرىبىنىڭ نەتىجىسى ئىنتېرۋال [0,1] ئىچىدىكى خالىغان بىر ھەقىقىي سان بولۇپ، ھەرقانداق بىر ھەقىقىي ساننىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ، شۇڭا يۇقىرىدىكى ئۇسۇلدا ھاسىل قىلىنغان $0 \sim 1$ ئارىلىقىدىكى تەكشى تاسادىپىي سانلاردىن پايدىلىنىپ تاسادىپىي تەقلىد ئېلىپ بېرىشقا بولىدۇ.

مۇلاھىزە ؟

ئەگەر تەجرىبىنىڭ نەتىجىسى ئىنتېرۋال $[a, b]$ دىكى خالىغان بىر نۇقتا ھەمدە ئۇلارنىڭ كۆرۈلۈش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولسا، $[a, b]$ ئارىلىقىدىكى تەكشى تاسادىپىي سانلارنى قانداق ھاسىل قىلىش كېرەك؟

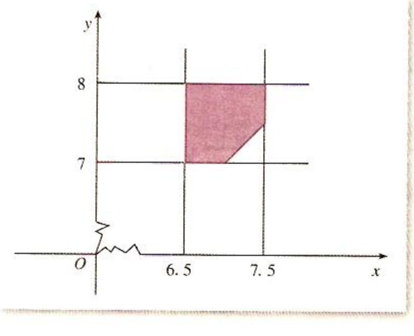
2 - مىسال. ئائىلىڭىز بىر نۇسخا گېزىتكە مۇشتەرى بولدى دەيلى. گېزىت تۇشۇغۇچى ئەتىگەن سائەت $6:30 \sim 7:30$ ئارىلىقىدا گېزىتنى ئۆيىڭىزگە ئاپىرىپ بېرىشى مۇمكىن، دادىڭىزنىڭ ئۆيدىن چىقىپ خىزمەتكە بارىدىغان ۋاقتى ئەتىگەن سائەت $7:00 \sim 8:00$ ئارىلىقىدا بولسا، دادىڭىزنىڭ ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ئالدىدا گېزىتنى تاپشۇرۇۋېلىشى (A ۋەقە دەپ ئاتىلىدۇ)نىڭ ئېھتىماللىقى قانچە؟

تەھلىل: بۇ ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقىنى ئىككى خىل ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ ھېسابلايمىز:

(1) گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىمىز؛

(2) تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىمىز.

يېشىش: 1 - خىل ئۇسۇل.



2.3.3 - رەسىم

2.3.3 - رەسىمدىكىدەك، گېزىت تۇشۇغۇچىنىڭ ئۆيگە يېتىپ كېلىش ۋاقتىنى x، دادىنىڭ ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ۋاقتىنى y دەپ پەرەز قىلايلى.

(x, y) نى تەكشىلىكتىكى بىر نۇقتا دەپ قاراشقا بولىدۇ. تەجرىبىنىڭ بارلىق نەتىجىلىرىدىن ھاسىل بولغان ساھە $\Omega=\{(x,y) \mid 6.5\leqslant x\leqslant 7.5, 7\leqslant y\leqslant 8\}$ بولۇپ، بۇ بىر كۋادرات شەكىللىك ساھە ھەمدە يۈزى $S_\Omega=1\times1=1$ گە تەڭ بولىدۇ. A ۋەقە دادىنىڭ ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ئالدىدا گېزىت تاپشۇرۇۋېلىشىنى ئىپادىلەيدۇ، ئۇ ھاسىل قىلىدىغان ساھە $A=\{(x, y) \mid y\geqslant x, 6.5\leqslant x\leqslant 7.5, 7\leqslant y\leqslant 8\}$، يەنى رەسىمنىڭ بويالغان قىسمى بولۇپ، يۈزى $S_A=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$ گە تەڭ بولىدۇ. بۇ بىر گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى، شۇڭا:

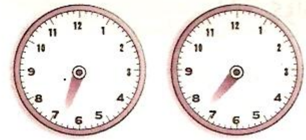
$$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{7}{8}.$$

مۇلاھىزە ؟

بىر تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلى لايىھەلەپ، يۇقىرىدىكى A ۋەقەنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى تەقرىبىي ھېسابلاپ چىقالامسىز (قول بىلەن ئىشلەش ياكى ھېسابلىغۇچتىن، كومپيۇتېردىن پايدىلىنىش ئۇسۇلىنى ئۆز ئىچىگە ئالىدۇ)؟

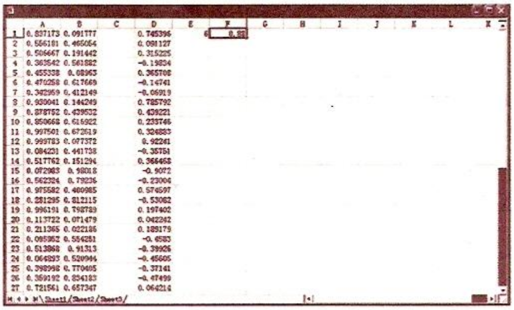
2 ـ خىل ئۇسۇل (تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلى). ئىككى دانە ئىسترېلكىلىق (مىنۇت ئىسترېلكىسى) دۈگىلەك تەخسە ياساپ، ئۇلارنىڭ يۈزىگە ۋاقىتنى يازىمىز، ئاندىن بۇ ئىككى تەخسىنى ئايرىم ـ ئايرىم ئايلاندۇرۇپ، دادىنىڭ ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ئالدىدا گېزىت تاپشۇرۇۋېلىش قېتىم سانىنى خاتىرىلىۋالساق، ئۇ ھالدا:

$$P(A)=\frac{\text{دادىنىڭ ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ئالدىدا گېزىت تاپشۇرۇۋېلىش قېتىم سانى}}{\text{تەجرىبىنىڭ ئومۇمىي قېتىم سانى}}.$$



كومپيۇتېردا تاسادىپىي سان ھاسىل قىلىپ تەقلىدىي تەجرىبە ئىشلىسەكمۇ بولىدۇ. X دېگىنىمىز $0\sim1$ ئارىلىقىدىكى تەكشى تاسادىپىي سانلار، Y مۇ $0\sim1$ ئارىلىقىدىكى تەكشى تاسادىپىي سانلار بولسۇن. ئەگەر $Y+7>X+6.5$، يەنى $Y>X-0.5$ بولسا، ئۇ ھالدا دادا ئۆيدىن چىقىپ كېتىش ئالدىدا گېزىتنى تاپشۇرۇۋالالايدۇ. تۆۋەندىكىسى كومپيۇتېردا ئىشلەنگەن 50 قېتىملىق تەجرىبە بولۇپ، ئۇنىڭدىن كېلىپ چىققان نەتىجە $P(A)=0.88$.

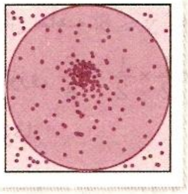
Excel دا ئىنتېرۋال [0, 1] دىكى تەكشى تاسادىپىي سانلارنى ھاسىل قىلىدىغان فۇنكسىيە «rand ( )».



	A	B	C	D	E	F
1	0.837173	0.091777		0.745396	6	0.88
2	0.556181	0.465054		0.091127		
3	0.506667	0.191442		0.315225		
4	0.363542	0.561882		-0.19834		
5	0.455338	0.08963		0.365708		
6	0.470258	0.617669		-0.14741		
7	0.342959	0.412149		-0.06919		
8	0.930041	0.144249		0.785792		
9	0.878752	0.439532		0.439221		
10	0.850668	0.616922		0.233746		
11	0.997501	0.672619		0.324883		
12	0.999783	0.077372		0.92241		
13	0.084231	0.441738		-0.35751		
14	0.517762	0.151294		0.366468		
15	0.072983	0.98018		-0.9072		
16	0.562324	0.79236		-0.23004		
17	0.975582	0.400985		0.574597		
18	0.281295	0.812115		-0.53082		
19	0.996191	0.798789		0.197402		
20	0.113722	0.071479		0.042242		
21	0.211365	0.022186		0.189179		
22	0.095962	0.554281		-0.4583		
23	0.513868	0.91313		-0.39926		
24	0.064893	0.520944		-0.45605		
25	0.398998	0.770405		-0.37141		
26	0.359192	0.834183		-0.47499		
27	0.721561	0.657347		0.064214		

Sheet1 / Sheet2 / Sheet3

3 ـ مىسال. 3.3.3 ـ رەسىمدىكى كۋادرات ئىچىگە بىر سىقىم پۇرچاق تاسادىپىي چېچىلغان، چەمبەر تۇراقلىقىنىڭ قىممىتىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ مۆلچەرلەيلى.



3.3.3 ـ رەسىم

يېشىش: بىر سىقىم پۇرچاقنى تاسادىپىي چاچقاندا، ھەربىر پۇرچاقنىڭ كۋادرات ئىچىدىكى خالىغان بىر نۇقتىغا چۈشۈش مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولىدۇ، ھەربىر ساھەگە چۈشكەن پۇرچاق سانى بىلەن بۇ ساھەنىڭ يۈزى تەقرىبىي ھالدا ئوڭ تاناسىپ تۇزىدۇ، يەنى:

$$\frac{\text{چەمبەرنىڭ يۈزى}}{\text{كۋادراتنىڭ يۈزى}} \approx \frac{\text{چەمبەر ئىچىگە چۈشكەن پۇرچاق سانى}}{\text{كۋادرات ئىچىگە چۈشكەن پۇرچاق سانى}}.$$

كۋادراتنىڭ تەرەپ ئۇزۇنلۇقىنى 2 دەپ پەرەز قىلساق، ئۇ ھالدا:

$$\frac{\text{چەمبەرنىڭ يۈزى}}{\text{كۋادراتنىڭ يۈزى}} = \frac{\pi}{2\times 2} = \frac{\pi}{4}.$$

ھەربىر ساھەگە چۈشكەن پۇرچاقنىڭ سانىنى ساناپ بىلگىلى بولىدۇ. شۇڭا:

$$\pi \approx \frac{\text{چەمبەر ئىچىگە چۈشكەن پۇرچاق سانى}}{\text{كۋادرات ئىچىگە چۈشكەن پۇرچاق سانى}} \times 4,$$

شۇنداق قىلىپ، π نىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى كەلتۈرۈپ چىقارغان بولدۇق.

ئۆزۈڭلار بىر ئەسۋاب ياساپ، يۇقىرىدىكى تەجرىبىنى كونكرېت ئىشلەپ باقساڭلار بولىدۇ.

ئۇنىڭدىن باشقا، يۇقىرىدىكى جەرياننى ھېسابلىغۇچ ياكى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ تەقلىد قىلىشقىمۇ بولىدۇ، ئىشلەش باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىدەك:

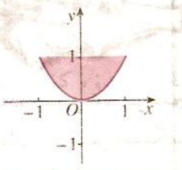
(1) $0 \sim 1$ ئارىلىقىدىكى ئىككى گۇرۇپپا تەكشى تاسادىپىي سانىنى ھاسىل قىلىمىز، a_1=RAND، b_1=RAND؛

(2) پاراللېل يۆتكەش ۋە سوزۇش ـ قىسقارتىش ئالماشتۇرۇشى ئېلىپ بارىمىز، $a=(a_1-0.5)*2$، $b=(b_1-0.5)*2$؛

(3) چەمبەر ئىچى $x^2+y^2<1$ گە چۈشكەن (a,b) نۇقتىلارنىڭ سانى N_1 نى ساناپ چىقىپ، $\pi=\frac{4N_1}{N}$ (N كۋادرات ئىچىگە چۈشكەن (a, b) نۇقتىلارنىڭ سانىغا ۋەكىللىك قىلىدۇ) نى ھېسابلايمىز.

بايقاشقا بولىدۇكى، تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ، كەلتۈرۈپ چىقىرىلغان π نىڭ تەقرىبىي قىممىتىنىڭ ئېنىقلىق دەرىجىسىمۇ بارغانسېرى يۇقىرى بولىدۇ.

بۇ مىسال بىزگە شۇنداق ئىلھام بېرىدۇكى، تەرتىپسىز شەكىللەرنىڭ يۈزىنى گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلى ھەمدە تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تەقرىبىي ھېسابلاشقا بولىدۇ.



4.3.3 ـ رەسىم

4 ـ مىسال. 4.3.3 ـ رەسىمنىڭ بويالغان قىسمى ($y=x^2$ ۋە $y=1$ بىلەن قورشالغان قىسىم) نىڭ يۈزىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلايلى.

تەھلىل: كوئوردىنات سىستېمىسىدا تىك تۆتبۇلۇڭ ($x=-1$، $x=1$، $y=1$ ۋە $y=0$ بىلەن قورشالغان قىسىم) نى سىزىپ، ئۇنىڭ يۈزىنىڭ تەقرىبىي قىممىتىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ كەلتۈرۈپ چىقىرالايمىز.

يېشىش: (1) $0\sim1$ ئارىلىقىدىكى ئىككى گۇرۇپپا تەكشى تاسادىپىي سانىنى ھېسابلىغۇچ ياكى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ ھاسىل قىلىمىز، a_1=RAND، b=RAND؛

(2) پاراللېل يۆتكەش ۋە سوزۇش ـ قىسقارتىش ئالماشتۇرۇشى ئېلىپ بارىمىز، $a=(a_1-0.5)*2$؛

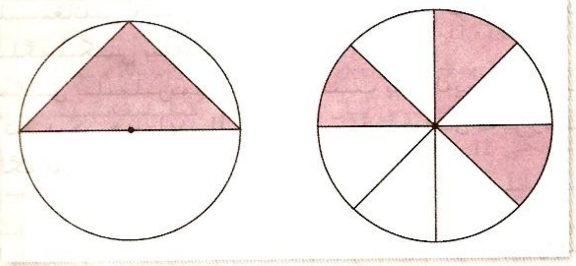
(3) بويالغان قىسىم ئىچىگە چۈشكەن ئەۋرىشكە نۇقتا سانى N_1 نى ساناپ چىقىپ، بويالغان قىسىمنىڭ يۈزىنى گېئومېترىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ فورمۇلىسىدىن پايدىلىنىپ ھېسابلاپ چىقىمىز.

مەسىلەن، 1000 قېتىم تەجرىبە ئىشلەنگەندە، يەنى $N=1\,000$ بولغاندا، تەقلىد ئارقىلىق $N_1=698$ نى كەلتۈرۈپ چىقىرىشقا بولىدۇ، شۇڭا:

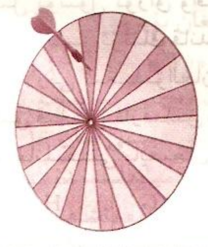
$$S\approx\frac{2N_1}{N}=1.396.$$

مەشىق

1. رەسىمدىكىدەك، ھەربىر شەكىلگە بىر دانە پۇرچاق تاسادىپىي تاشلانغان دەپ پەرەز قىلىپ، ئۇنىڭ بويالغان قىسىمغا چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى ئايرىم ـ ئايرىم ھېسابلاڭ.



(1 ـ مىسال ئۈچۈن)



(2 ـ مىسال ئۈچۈن)

2. رەسىمدىكىدەك، ئەگەر قارىغا 200 قېتىم ئۇچار بىگىز ئاتقان بولسىڭىز، قانچە ئۇچار بىگىزنىڭ قىزىل ساھە (رەڭگى قېنىقراق ساھە) گە چۈشۈشىنى ئۈمىد قىلىسىز؟

ئېھتىماللىق ۋە شىفىر

قەدىمدىن ھازىرغىچە، ھەربىي ئىشلار، سىياسەت، ئىقتىساد قاتارلىق تەرەپلەردە، هۆججەتلەرنىڭ مەخپىيەتلىكىنى ساقلاش ئىنتايىن مۇھىم ئىش ھېسابلىنىدۇ. ئەگەر هۆججەتلەرنىڭ مەخپىيەتلىكى ئاشكارىلىنىپ قالسا، ئۇ ھالدا ئۇرۇشنىڭ مەغلۇبىيىتىنى، ئىقتىسادتىكى چوڭ زىياننى، ھەتتا دۆلەتنىڭ مۇنقەرز بولۇشىنى كەلتۈرۈپ چىقىرىشىمۇ مۇمكىن. بىخەتەرلىككە كاپالەتلىك قىلىش ئۈچۈن، مەخپىي هۆججەتلەرنىڭ يەتكۈزۈلۈشى دائىم دېگۈدەك «شىفىرلىق تېكىست» شەكلىدە ئېلىپ بېرىلىدۇ.

شىفىرلىق تېكىست ئادەتتە شىفىر ئالماشتۇرۇشتىن پايدىلىنىپ لايىھىلىنىدۇ. بۇيرۇق «We will start the fight at eleven o’clock on Wednesday» نى يەتكۈزۈشنى مىسال قىلساق، روشەنكى، يەتكۈزۈش جەريانىدا دۈشمەن تەرەپنىڭ بۇ بۇيرۇقنى قولغا چۈشۈرگەن تەقدىردىمۇ ئۇنىڭ مەنىسىنى بىلەلمەسلىكىگە كاپالەتلىك قىلىنىشى كېرەك. ئەڭ بۇرۇنقى شىفىرلاشتۇرۇش ئۇسۇلىنى رىملىق ئۇلۇغ ھەربىيشۇناس ۋە سىياسىئون قەيسەر (Gaius Julius Caesar، تەخمىنەن مىلادىيەدىن ئىلگىرىكى 100 ~ 44 ـ يىللار) كەشىپ قىلغان. ئۇ شىفىرلىق تېكىستتىكى ھەربىر ھەرپىنىڭ ئورنىغا ھەرپ تەرتىپى بويىچە ئارقىغا ئۈچ خانا سۈرگەندىكى ھەرپنى ئالماشتۇرۇش ئۇسۇلىنى قوللانغان. يۇقىرىدىكى بۇيرۇقنى مۇشۇ ئۇسۇلدىن پايدىلىنىپ تۈزسەك، «Zh zcoo vwduw wkh iljkw dw hohyhq r’ fojkw rq Zhgqhvgdb» كېلىپ چىقىدۇ. ئالماشتۇرۇش قائىدىسىنى بىلمىگەن ئەھۋالدا، ئۇنىڭ مەنىسىنى چۈشىنىش ناھايىتى تەس بولىدۇ. كېيىن بەزىلەر 26 ھەرپكە ئايرىم ـ ئايرىم 1 ~ 26 دانە تەبىئىي ساننى ياكى باشقا رەقەملەرنى ماس كەلتۈرۈش قاتارلىق ئۇسۇللاردىن پايدىلىنىپ مەخپىي هۆججەتلەرنى يەتكۈزگەن، بۇنىڭدا ئەۋەتكۈچى ۋە قوبۇل قىلغۇچى تەرەپلەر بۇ ماسلىق جەدۋىلىنى بىلىۋالسىلا كۇپايە قىلىدۇ.

بۇ خىل ئۇسۇل ئۇزاق ۋاقىت قوللىنىلغاندىن كېيىن، بەزىلەر ئۇنى يېشىش ئۇسۇلىنى ئىگىلىۋالغان. سىز ئۇنىڭ قانداق يېشىلگەنلىكىنى بىلەمسىز؟

شىفىرلارنى ئىگىلىۋالغان ئېھتىماللىق بىلىملىرىمىزدىن پايدىلىنىپ يېشەلەيمىز. كىشىلەر تەتقىق قىلىش ئارقىلىق، ئېنگلىز تىلىدىكى ھەرپلەرنىڭ ئاساسەن مۇقىم بولغان تەكرارلىقتا كۆرۈلىدىغانلىقىنى بايقىغان (جەدۋەلگە قاراڭ).

ھەرپ	A	B	C	D	E	F	G	H	I
تەكرارلىقى	0.0816	0.0155	0.0223	0.0463	0.1231	0.0237	0.0198	0.0671	0.0669
ھەرپ	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
تەكرارلىقى	0.0008	0.0068	0.0354	0.0273	0.0673	0.0795	0.0156	0.0006	0.0555
ھەرپ	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
تەكرارلىقى	0.0578	0.0977	0.0281	0.0112	0.0278	0.0014	0.0206	0.0004	

جەدۋەلدىن كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، ئوخشاش بولمىغان ھەرپلەرنىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقى ئوخشاش بولمايدۇ، بۇ ئېنگلىز تىلىنىڭ مۇھىم بىر ئالاھىدىلىكى. ئادەتتىكى ماقالىلەردە «e»

ھەرپىنىڭ ئوتتۇرىچە كۆرۈلۈش نىسبىتى بارلىق ھەرپلەرنىڭ تەخمىنەن 12% نى ئىگىلەيدۇ، «t» ھەرپى تەخمىنەن 9.7% نى ئىگىلەيدۇ، «j» ھەرپىنىڭ كۆرۈلۈش نىسبىتى 1% تىن خېلىلا كىچىك. بۇ قانۇنىيەتنى ئىگىلىۋېلىپ، ئاندىن يۇقىرىدىكى ئۇسۇل بويىچە شىفىرلاشتۇرساق، شىفىرلىق تېكىستتىكى ھەرپلەرنىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقىنى تەھلىل قىلىش ئارقىلىق ئۇنى ئانچە قىينالمايلا يېشۋالالايمىز. تۈزۈش جەريانىدا قانداق ھەرپىنىڭ ئىشلىتىلگەنلىكىدىن قەتئىينەزەر، كۆرۈلۈش تەكرارلىقى ئەڭ يۇقىرى بولغان ھەرپ «e» ھەرپىنى ئىپادىلەيدۇ، كۆرۈلۈش تەكرارلىقى ئىككىنچى ئورۇندا تۇرىدىغان ھەرپ ئومۇمەن «t» ھەرپىنى ئىپادىلەيدۇ ۋە باشقىلار.

يۇقىرىدىكى شىفىر تۈزۈش ئۇسۇللىرىنىڭ ھەممىسى بىر ھەرپ يەنە بىر ئېنىق ھەرپكە ماس كېلىشتىن ئىبارەت ئورتاق ئالاھىدىلىككە ئىگە. قوبۇل قىلىنغىنى پەقەت قىسقىلا بىر جۈملە سۆز بولغاندا، بۇ خىل ماسلىق مۇناسىۋەتنى تېپىش قىيىنغا توختايدۇ. بىراق، ھۆججەتنىڭ ھەجمى بىرقەدەر چوڭ بولغان ياكى بىر جايدىن ئەۋەتىلگەن شىفىرلىق تېكىستلەرنى دائىم دېگۈدەك قوبۇل قىلىپ تۇرغان ئەھۋالدا، بىر مەزگىل تەجرىبە توپلانغاندىن كېيىن، ھەرپلەرنىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقىنى تەھلىل قىلىش ئارقىلىق ھەرپ بىلەن شىفىرنىڭ ماسلىق مۇناسىۋىتىنى كەلتۈرۈپ چىقارغىلى بولىدۇ ـ دە، بۇنداق تۈزۈلگەن شىفىرلارنى ئاسانلا يېشىۋالغىلى بولىدۇ.

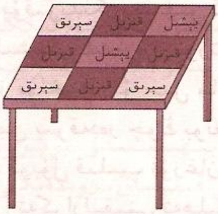
شىفىر يېشىشنى تېخىمۇ قىيىنلاشتۇرۇش ئۈچۈن، كىشىلەر شىفىر يېشىشكە قارشى نۇرغۇنلىغان ئۇسۇللارنى ئىجاد قىلدى. تاسادىپىي سانلار ئارقىمۇئارقىلىقىدىن پايدىلىنىش ئۇسۇللىرىنىڭ ئىچىدىكى ئىنتايىن مۇھىم بىر خىل ئۇسۇلدۇر. ئۇنىڭ پرىنسىپى: 1 ~ 26 ئارىلىقىدا قىممەت ئالىدىغان پۈتۈن سان قىممەتلىك تاسادىپىي سانلار ئارقىمۇئارقىلىقىدىن پايدىلىنىپ، ھەربىر ھەرپىنىڭ شىفىردىكى كۆرۈلۈش ئېھتىماللىقىنى ئۆزئارا تەڭ قىلىشتىن ئىبارەت. «(ئىشلىتىپ بولغاندىن كېيىن دەرھال يوقىتىۋېتىلىدىغان) بىر قېتىملىق شىفىر دەپتىرى» نەزەرىيە جەھەتتىن يەشكىلى بولمايدىغان بىر خىل شىفىردۇر. ئەمەلىي قوللىنىشتا، بۇ خىل شىفىر دەپتىرى ساختا تاسادىپىي سانلار ئارقىمۇئارقىلىقىدىن تەركىب تاپىدۇ، سانلار ئارقىمۇئارقىلىقىدىكى ھەربىر سان 1 ~ 26 ئارىلىقىدىكى پۈتۈن سان بولىدۇ. مەسىلەن، بۇ شىفىر دەپتىرىنى تەشكىل قىلغان ساختا تاسادىپىي سانلار ئارقىمۇئارقىلىقى: 12، 16، 5، 7، 21، 19، 15، 13، 4، 14، 11، 10، 16، 24، 18، 15، 19، 11، 5، ... بولۇپ، ئەۋەتىلىدىغان بۇيرۇق: «We will start the fight at eleven o'clock on Wendnesday» بولسا، ئۇ ھالدا «We» دېگەن بۇ سۆزدە W ھەرپى ساختا تاسادىپىي سان 12 گە ماس كېلىدىغانلىقتىن، ئۇ ھەرپ تەرتىپى بويىچە ئۆزىنىڭ كەينىدىكى 12 ىنچى ھەرپ I بىلەن ئىپادىلىنىدۇ. e ھەرپى ساختا تاسادىپىي سان 16 گە ماس كېلىدىغانلىقتىن، ئۇ ئۆزىنىڭ كەينىدىكى 16 ىنچى ھەرپ u بىلەن ئىپادىلىنىدۇ. «will» نى تۈزۈش جەريانى: $w+5 \to b$، $i+7 \to p$، $l+21 \to g$، $l+19 \to e$ بولىدۇ، ۋە باشقىلار. پۈتۈن جۈملىنىڭ شىفىرلىق تېكىستى «Iu bpge hgefe dxb ···» بولىدۇ. مۇشۇنداق بولغاندا، شىفىرلىق تېكىستتىكى ھەربىر ھەرپىنىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقى ئۆزئارا تەڭ دېيەرلىكلا بولغانلىقتىن، قارشى تەرەپنىڭ ھەربىر ھەرپىنىڭ كۆرۈلۈش تەكرارلىقىنى تەھلىل قىلىش ئارقىلىق شىفىرنى يېشىۋېلىشى مۇمكىن ئەمەس بولۇپ قالىدۇ.

شىفىر گەرچە سىرلىق بولسىمۇ، ئەمما بەزىبىر ئېھتىماللىق بىلىملىرىنى ئىگىلىۋالساقلا، ئۇنى تۈزۈپ چىقالايمىز. ئېھتىماللىقنىڭ قوللىنىلىشى ئاجايىپ ئەپچىلمىكەن؟

ئېھتىماللىقنىڭ باشقا جەھەتلەردىكى قوللىنىلىشلىرىنى بايقىيالىدىڭىزمۇ؟

3.3 ـ كۆنۈكمە

A گۇرۇپپا



(1 ـ مىسال ئۈچۈن)

1. چاسا شەكىللىك بىر شىرەنىڭ نەقىشى رەسىمدە كۆرسىتىلدى. بىر دانە پۇرچاقنى شىرە ئۈستىگە تاسادىپىي تاشلىغاندا، پۇرچاق سىزىق ئۈستىگە چۈشمەيدۇ دەپ پەرەز قىلىنغان بولسا :

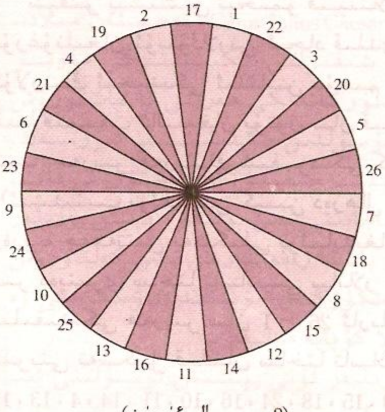
(1) پۇرچاقنىڭ قىزىل ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(2) پۇرچاقنىڭ سېرىق ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(3) پۇرچاقنىڭ يېشىل ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(4) پۇرچاقنىڭ قىزىل ياكى يېشىل ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(5) پۇرچاقنىڭ سېرىق ياكى يېشىل ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.



(2 ـ مىسال ئۈچۈن)

2. رەسىمدىكىدەك، بىر ئۇچار بىگىزنى قارىغا تاسادىپىي ئاتقاندا، ئۇ ھەم قارا مەركىزىگە چۈشمەيدۇ، ھەم ئىككى خىل رەڭنىڭ ئارىسىغىمۇ چۈشمەيدۇ دەپ پەرەز قىلىنغان بولسا:

(1) ئۇچار بىگىزنىڭ 25 ـ نومۇرلۇق ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(2) ئۇچار بىگىزنىڭ يېشىل رەڭلىك ساھە (رەڭگى سۇسراق بولغان ساھە)گە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(3) ئۇچار بىگىزنىڭ نومۇرى 24 تىن كىچىك بولمىغان ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(4) ئۇچار بىگىزنىڭ نومۇرى 6 دىن 9 غىچە بولغان ساھە (سائەت ئىسترېلكىسىنىڭ قارشى يۆنىلىشىدە) گە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(5) ئۇچار بىگىزنىڭ نومۇرى تاق سان بولغان ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ؛

(6) ئۇچار بىگىزنىڭ قىزىل رەڭلىك (رەڭگى قېنىقراق)، نومۇرى تاق سان بولغان ساھەگە چۈشۈش ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

3. بىر يول ئېغىزىدىكى قىزىل چىراغنىڭ يېنىش ۋاقتى 30 سېكۇنت، سېرىق چىراغنىڭ يېنىش ۋاقتى 5 سېكۇنت، يېشىل چىراغنىڭ يېنىش ۋاقتى 40 سېكۇنت ئىكەنلىكى بېرىلگەن. بۇ يول ئېغىزىغا يېتىپ بارغىنىڭىزدا، تۆۋەندىكى ئۈچ خىل ئەھۋالنى كۆرۈشىڭىزنىڭ ئېھتىماللىقى ئايرىم ـ ئايرىم قانچە بولىدۇ؟

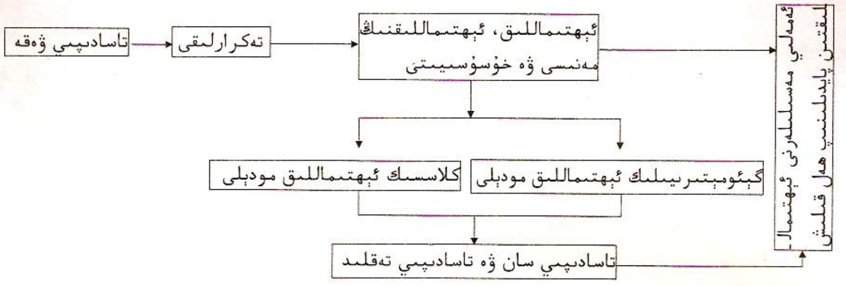
(1) قىزىل چىراغ؛ (2) سېرىق چىراغ؛ (3) قىزىل چىراغ ئەمەس.

B گۇرۇپپا

A ، B ئىككى پاراخوتنىڭ ھەر ئىككىسى مەلۇم پورتتىكى بىر توختاش ئورنىدا ئالتە سائەت توختىماقچى. ئۇلارنى بىر سوتكا ئىچىدە پورتقا تاسادىپىي يېتىپ كېلىدۇ دەپ پەرەز قىلىپ، بۇ ئىككى پاراخوت ئىچىدە كەم دېگەندە بىرىنىڭ توختاش ئورنىدا توختىشى ئۈچۈن چوقۇم ساقلاپ قالىدىغانلىقىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

خۇلاسە

I بۇ بابنىڭ بىلىم قۇرۇلمىسى



II ئەسلەش ۋە مۇلاھىزە

1. تاسادىپىي ۋەقەنىڭ ئېھتىماللىقى: تاسادىپىي ۋەقەنىڭ بىر قېتىملىق تەجرىبىدە يۈز بېرىش - بەرمەسلىكى ئېنىق ئەمەس، لېكىن، كۆپ قېتىملىق تەكرار تەجرىبىدە، تاسادىپىي ۋەقەنىڭ يۈز بېرىشىدە قانۇنىيەت بار بولىدۇ، بۇ خىل قانۇنىيەتنى ئېھتىماللىقتىن پايدىلىنىپ تاپقىلى بولىدۇ.

كۈندىلىك تۇرمۇشتىكى ئېھتىماللىقتىن پايدىلىنىشقا دائىر بىرنەچچە مىسالنى ئېيتىپ بېرەلەمسىز؟

2. تاسادىپىي ھادىسىنىڭ بارلىققا كېلىشى: رېئاللىقتا، نۇرغۇن نەتىجىلەرنىڭ كۆرۈلۈشى كۆپلىگەن تاسادىپىي ئامىللارنىڭ تەسىرىگە ئۇچرايدۇ، بۇ ئامىللارنى ئىگىلەش قىيىن ياكى ئۇلار ھەققىدىكى چۈشەنچىنىڭ چوڭقۇر بولماسلىقى تۈپەيلىدىن، تەجرىبە قىلىشتىن ئىلگىرى قايسى خىل نەتىجىنىڭ يۈز بېرىدىغانلىقىنى ئېنىقلىيالمايمىز، شۇنىڭ بىلەن تاسادىپىي ھادىسە بارلىققا كېلىدۇ. تاسادىپىي ھادىسىگە دائىر مىساللارنى كەلتۈرەلەمسىز؟ بۇ تاسادىپىي ھادىسىلەرنى چۈشىنىشتە قانداق ئۇسۇللاردىن پايدىلىنىسىز؟

3. تەكرارلىق بىلەن ئېھتىماللىقنىڭ مۇناسىۋىتى ۋە پەرقى: تەكرارلىق دېگىنىمىز ئېھتىماللىقنىڭ تەقرىبىي قىممىتى. تەجرىبە قېتىم سانىنىڭ ئېشىشىغا ئەگىشىپ، تەكرارلىق ئېھتىماللىققا بارغانسېرى يېقىنلىشىدۇ. تەكرارلىقنىڭ ئۆزىمۇ تاسادىپىي بولىدۇ، چۈنكى ئوخشاش تەجرىبىنى ئىككى قېتىم ئىشلىگەندە، ئوخشاش بولمىغان نەتىجىلەر كېلىپ چىقىشى مۇمكىن؛ ھالبۇكى، ئېھتىماللىق بىر ئېنىق سان بولۇپ، ئۇ ھەر قېتىملىق تەجرىبە بىلەن مۇناسىۋەتسىز بولىدۇ.

(1) 100 قېتىملىق تەجرىبىدىن كېلىپ چىققان تەكرارلىق 50 قېتىملىق تەجرىبىدىن كېلىپ

چىققان تەكرارلىقتا قارىغاندا ئېھتىماللىقتا چوقۇم تېخىمۇ يېقىنلىشامدۇ؟

(2) ئۆزىڭىز كەلتۈرۈپ چىقارغان تەكرارلىقنىڭ ئېھتىماللىقتا يېقىنلاشقان ـ يېقىنلاشمىغانلىقىنى بىلىۋېلىشقا ئامالىڭىز بارمۇ؟

4. بەزى تاسادىپىي ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى ۋە گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىدىن پايدىلىنىپ تاپقىلى بولىدۇ.

(1) كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ قانداق ئالاھىدىلىكلىرى بار؟

(2) گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ قانداق ئالاھىدىلىكلىرى بار؟

(3) كلاسسىك ئېھتىماللىق مودېلى بىلەن گېئومېتىرىيىلىك ئېھتىماللىق مودېلىنىڭ پەرقى نېمە؟

5. تاسادىپىي تەقلىد: كومپيۇتېرنىڭ سۈرئىتى تېز، سىغىمى چوڭ بولۇشتەك ئالاھىدىلىكى بولغانلىقتىن، بىز چوڭ ۋە مۇرەككەپ تەجرىبىلەرنى كومپيۇتېردىن پايدىلىنىپ تەقلىد قىلالايمىز، بۇ خىل تەقلىد رەقەملىك تەقلىد ياكى تاسادىپىي تەقلىد دەپ ئاتىلىدۇ.

(1) تاسادىپىي تەقلىدتىن پايدىلىنىپ كەلتۈرۈپ چىقىرىلغان ھېسابلاش نەتىجىسى ئېنىق قىممەتمۇ ياكى تەقرىبىي قىممەتمۇ؟

(2) تەكشىلىكتىكى شەكىللەرنىڭ يۈزىنى تاسادىپىي تەقلىدتىن پايدىلىنىپ تەقرىبىي ھېسابلاش ئۆز ئىچىگە ئالغان ستاتىستىكىلىق ئىدىيە نېمە؟

تەكرارلاشتا پايدىلىنىش مىساللىرى

A گۇرۇپپا

1. A، B ئىككى ئادەم شاھمات ئوينىدى، بۇ ئىككىيلەننىڭ تەڭلىشىپ قېلىش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{2}$، B نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى $\frac{1}{3}$ بولسا، ئۇ ھالدا B نىڭ ئۇتتۇرماسلىق ئېھتىماللىقى ____، A نىڭ ئۇتۇش ئېھتىماللىقى ____، A نىڭ ئۇتتۇرماسلىق ئېھتىماللىقى ____ بولىدۇ.

2. مەلۇم دورا زاۋۇتى بىر خىل ئورۇقلىتىش دورىسىنىڭ داۋالاش ئۈنۈمىنى سىناق قىلدى، 500 نەپەر پىدائىينىڭ بۇ خىل دورىنى ئىستېمال قىلغاندىن كېيىنكى نەتىجىسى تۆۋەندىكىدەك بولغان:

(2 ـ مىسال ئۈچۈن)

بەدەن ئېغىرلىقى ئاشقان	بەدەن ئېغىرلىقى ئۆزگەرمىگەن	بەدەن ئېغىرلىقى يېنىكلىگەن	بەدەن ئېغىرلىقىنىڭ ئۆزگىرىشى
133	93	274	ئادەم سانى

ئەگەر باشقا بىر ئادەم بۇ خىل دورىنى ئىستېمال قىلغان بولسا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ يۈز بېرىش ئېھتىماللىقىنى مۆلچەرلەڭ:

(1) بۇ ئادەمنىڭ بەدەن ئېغىرلىقى يېنىكلەيدۇ؛

(2) بۇ ئادەمنىڭ بەدەن ئېغىرلىقى ئۆزگەرمەيدۇ؛

(3) بۇ ئادەمنىڭ بەدەن ئېغىرلىقى ئېشىپ كېتىدۇ.

3. بىر دانە سۈپىتى تەكشى مېتال پۇلنى ئۇدا 4 قېتىم تاشلىغاندا، «2 قېتىم ئوڭ چۈشۈش، 2 قېتىم تەتۈر چۈشۈش» ۋە «3 قېتىم ئوڭ چۈشۈش، 1 قېتىم تەتۈر چۈشۈش» نىڭ ئېھتىماللىقى ئايرىم ـ ئايرىم قانچە بولىدۇ؟

4. مەلۇم مەكتەپتە 130 نەپەر ئىشچى ـ خىزمەتچى بار. ئۇلارنىڭ ياش ئەھۋالى ۋە تەربىيىلىنىش دەرىجىسىگە قارىتا تەكشۈرۈش ئېلىپ بارغاندىكى نەتىجە تۆۋەندىكىدەك بولغان:

جەمئىي	ئاسپىرانت	تولۇق كۇرس	
85	35	50	35 ياشتىن تۆۋەن
33	13	20	35 ~ 50 ياش
12	2	10	50 ياشتىن يۇقىرى

بۇلار ئىچىدىن بىر ئادەمنى تاسادىپىي تاللاپ، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ:

(1) تولۇق كۇرس ئوقۇش تارىخىغا ئىگە؛

(2) 35 ياشتىن تۆۋەن ھەمدە ئاسپىرانتلىق ئوقۇش تارىخىغا ئىگە؛

(3) 50 ياشتىن يۇقىرى.

5. A خالتىدا 1 دانە ئاق توپ، 2 دانە قىزىل توپ، 3 دانە قارا توپ بار؛ B خالتىدا 2 دانە ئاق توپ، 3 دانە قىزىل توپ، 1 دانە قارا توپ بار. ئىككى خالتىنىڭ ھەربىرىدىن 1 توپ ئالغاندا، ئىككى توپنىڭ رەڭگى ئوخشاش بولۇشنىڭ

ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

6. 2 ئادەم 7 قەۋەتلىك بىر بىنانىڭ بىرىنچى قەۋىتىدىن لىفتقا چىقتى، ئەگەر ھەربىر ئادەمنىڭ ئىككىنچى قەۋەتتىن باشلاپ ھەربىر قەۋەتتە لىفتتىن چۈشۈپ قېلىشىنىڭ مۇمكىنچىلىكى ئۆزئارا تەڭ بولسا، بۇ 2 ئادەمنىڭ ئوخشاش بولمىغان قەۋەتلەردە لىفتتىن چۈشۈپ قېلىشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

B گۇرۇپپا

1. بىر دانە سۈپىتى تەكشى مېتال پۇلنى 4 قېتىم تاشلىغاندا، ئوڭ چۈشۈش قېتىم سانى تەتۈر چۈشۈش قېتىم سانىدىن چوڭ بولۇشىنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ.

2. مەلۇم گۇرۇپپىدا 3 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى ۋە 2 نەپەر قىز ئوقۇغۇچى بار، ئۇلارنىڭ ئىچىدىن 2 ئوقۇغۇچىنى خالىغانچە تاللاپ نۇتۇق سۆزلەش مۇسابىقىسىگە قاتناشتۇرماقچى، تۆۋەندىكى ھەربىر جۈپ ۋەقەنىڭ سىغىشالمايدىغان ۋەقەلەر بولىدىغان ـ بولمايدىغانلىقىغا ھۆكۈم قىلىڭ ھەمدە سەۋەبىنى چۈشەندۈرۈڭ.

(1) دەل 1 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش ۋە دەل 2 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش؛

(2) كەم دېگەندە 1 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش ۋە كەم دېگەندە 1 نەپەر قىز ئوقۇغۇچى بولۇش؛

(3) كەم دېگەندە 1 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش ۋە ھەر ئىككىسى ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش؛

(4) كەم دېگەندە 1 نەپەر ئوغۇل ئوقۇغۇچى بولۇش ۋە ھەر ئىككىسى قىز ئوقۇغۇچى بولۇش.

3. ئىشكاپتا ئوخشاش بولمىغان 3 جۈپ ئاياغ بار. ئۇلار ئىچىدىن 2 پاي ئاياغنى تاسادىپىي ئالغاندا، تۆۋەندىكى ۋەقەلەرنىڭ ئېھتىماللىقىنى تېپىڭ ھەمدە ئۇلارنىڭ مۇناسىۋىتىنى چۈشەندۈرۈڭ:

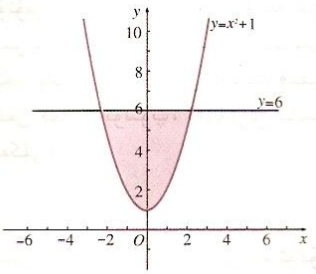
(1) ئېلىنغان ئاياغلار پار بولمايدۇ؛

(2) ئېلىنغان ئاياغنىڭ ھەر ئىككىسى سول پۇتنىڭ؛

(3) ئېلىنغان ئاياغنىڭ ھەر ئىككىسى بىر پۇتنىڭ؛

(4) ئېلىنغان ئاياغنىڭ بىرى سول پۇتنىڭ، يەنە بىرى ئوڭ پۇتنىڭ، لېكىن ئۇلار پار بولمايدۇ.

4. $y=x^2+1$ ۋە $y=6$ بىلەن قورشالغان ساھەنىڭ يۈزىنى تاسادىپىي تەقلىد ئۇسۇلىدىن پايدىلىنىپ تەقرىبىي ھېسابلاڭ.



(4 ـ مىسال ئۈچۈن)

خاتىمە

پارتىيىنىڭ مائارىپ فاڭجېنىنى ئومۇمىيۈزلۈك ئىزچىللاشتۇرۇش ھەمدە دەۋر تەرەققىياتىنىڭ ئېھتىياجىغا ماسلىشىپ، ئوقۇغۇچىلارنىڭ ئۆمۈر بويى تەرەققىي قىلىشىغا ئاساس ھازىرلاش ئۈچۈن، مائارىپ مىنىستىرلىكى بېكىتكەن ئادەتتىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ھەرقايسى پەنلەر دەرس ئۆلچەملىرى (تەجرىبە نۇسخا) گە ئاساسەن، ھەرقايسى پەنلەرنىڭ ئادەتتىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ دەرس ئۆلچىمى تەجرىبە دەرسلىكلىرىنى تۈزۈپ چىقتۇق، تۈزۈش جەريانىدا مائارىپ ساھەسىدىكى كۆپلىگەن پېشقەدەملەر ۋە ھەرقايسى پەن مۇتەخەسسىسلىرىنىڭ قىزغىن ياردىمى ۋە زور كۈچ بىلەن قوللىشىغا ئېرىشتۇق. ھەرقايسى پەن دەرسلىكلىرى دەرس ئىسلاھاتى تەجرىبە رايونلىرىدىكى ئوقۇتقۇچى، ئوقۇغۇچىلار بىلەن ئاخىر يۈز كۆرۈشكەن بۇ پەيتتە، دەرسلىكلەرنىڭ باش مەسلىھەتچىسى بولغان دىڭ شىسۈن، شۇ جيالۇ، يې جىشەن، گۇ مىڭيۈەن، لۇ شىڭۋېي، ۋاڭ زىكۈن، لياڭ خېڭ، جىن چۈڭجى، بەي چۈنلى، تاۋ شىپىڭ قاتارلىق يولداشلارغا ئالاھىدە رەھمەت ئېيتىمىز، شۇنداقلا دەرسلىك تۈزۈشكە يېتەكچىلىك قىلىش كومىتېتىنىڭ مۇدىرى يولداش ليۇ بىن ۋە كومىتېت ئەزالىرى جياڭ لەنشېڭ، لى جىلىن، ياڭ خۇەنمىڭ،گۇ لىڭيۈەن، يۈەن خاڭپېي قاتارلىق يولداشلارغىمۇ مىننەتدارلىق بىلدۈرىمىز.

بىز بېيجىڭ پېداگوگىكا ئۇنىۋېرسىتېتىدىكى پروفېسسور ليۇ شاۋشۆنى باش تۈزگۈچىلىككە تەكلىپ قىلىپ، تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ماتېماتىكا دەرس ئۆلچىمىنى تەتقىق قىلىپ تۈزۈش گۇرۇپپىسىدىكى بىر قىسىم ئەزالار، ئالىي مەكتەپ ماتېماتىكا ئوقۇتقۇچىلىرى، ماتېماتىكا تەلىم ـ تەربىيە نەزەرىيىسى خىزمەت خادىملىرى، ئوتتۇرا مەكتەپ ماتېماتىكا ئوقۇتۇش تەتقىقاتى خادىملىرى ۋە ماتېماتىكا ئوقۇتقۇچىلىرىدىن تۈزۈش كومىتېتى تەشكىللەپ، بۇ بىر يۈرۈش ماتېماتىكا تەجرىبە دەرسلىكىنى مائارىپ مىنىستىرلىكى بېكىتكەن «ئادەتتىكى تولۇق ئوتتۇرا مەكتەپ ماتېماتىكا دەرس ئۆلچىمى (تەجرىبە نۇسخا)» گە ئاساسەن تۈزۈپ چىقتۇق. بۇ يەردە، بېيجىڭ پېداگوگىكا ئۇنىۋېرسىتېتى ماتېماتىكا پېنى ئىنستىتۇتى رەھبەرلىرىنىڭ بۇ بىر يۈرۈش دەرسلىكنى تۈزۈش خىزمىتىگە يۈكسەك ئەھمىيەت بەرگەنلىكى ۋە زور كۈچ بىلەن قوللىغانلىقىغا ئالاھىدە رەھمەت ئېيتىمىز، شۇنداقلا مۇشۇ بىر يۈرۈش دەرسلىككە تۈزىتىش پىكرى بەرگەن ۋە ياردىمىنى ئايىمىغان مۇتەخەسسىس، ئالىم، ئوقۇتقۇچى ھەمدە جەمئىيەتنىڭ ھەرقايسى ساھەلىرىدىكى دوستلارغا مىننەتدارلىق بىلدۈرىمىز.

بۇ قىسىم دەرسلىك تۈزۈش كومىتېتىدىكى بارلىق ئەزالارنىڭ كوللېكتىپ ئەقىل ـ پاراسىتىنىڭ نەتىجىسىدۇر. دەرسلىكتە بېرىلگەن ئاساسلىق تۈزگۈچىلەردىن سىرت، بۇ قىسىم دەرسلىكنى مۇزاكىرە قىلىشقا قاتناشقانلاردىن جاڭ ۋېيجو، يۇ چيۈشى، ليۇ يىجۇ، جاڭ جىنسۇڭ، ۋاڭ رۇڭ، ۋاڭ شېنخۇەي، شۇ يۈڭ ۋە لۇ ۋېيچۈەن قاتارلىقلار بار.

بىز يەنە مۇشۇ بىر يۈرۈش ئوقۇتۇش ماتېرىيالىنى ئىشلىتىۋاتقان ئوقۇتقۇچى، ئوقۇغۇچىلارغىمۇ رەھمەت ئېيتىمىز. سىلەرنىڭ بۇ بىر يۈرۈش ئوقۇتۇش ماتېرىيالىنى ئىشلىتىش جەريانىدا پىكىر ۋە تەكلىپلەرنى بىزگە ئۆز ۋاقتىدا يەتكۈزۈپ بېرىشىڭلارنى ئۈمىد قىلىمىز، شۇنداقلا سىلەرگە چوڭقۇر مىننەتدارلىق بىلدۈرىمىز. ھەممەيلەن قول تۇتۇشۇپ، ئوقۇتۇش ماتېرىيالى قۇرۇلۇشى خىزمىتىنى بىرلىكتە ئورۇندايلى. ئالاقىلىشىش شەكلى:

Tel: (010) 58758318

E-mail: song@pep.com.cn

خەلق مائارىپ نەشرىياتى　　　دەرس ۋە ئوقۇتۇش ماتېرىيالى تەتقىقات ئورنى

ئوتتۇرا مەكتەپ ماتېماتىكا دەرسى ۋە ئوقۇتۇش ماتېرىيالى تەتقىقات ـ ئېچىش مەركىزى